

令和⑧年度版

数学の友

第
3
学年

- のばそう確かな数学の力
- 例題でしっかりわかる問題の解き方
- A問題・B問題・C問題の三段構成
- くわしい別冊解答

ÿ â



1章 式の展開と因数分解	問題集	教科書	チェック
1節 式の展開と因数分解			
1 式の乗法, 除法(1)	2	14-15	
2 式の乗法, 除法(2)	4	16-17	
3 乗法の公式(1)	6	18-19	
4 乗法の公式(2)	8	20-21	
ドリル 式の展開	10	14-21	
5 因数分解(1)	12	23-25	
6 因数分解(2)	14	25-29	
ドリル 因数分解	16	23-29	
2節 式の計算の利用			
7 式の計算の利用(1)	18	30-32	
8 式の計算の利用(2)	20	33-34	
確認テスト	22	12-39	
章末テスト	24	12-39	

2章 平方根	問題集	教科書	チェック
1節 平方根			
1 平方根	26	42-45	
2 平方根の値	28	46-47	
3 有理数と無理数	30	48-49	
4 真の値と近似値	31	50-51	
2節 根号をふくむ式の計算			
5 根号をふくむ式の乗法, 除法(1)	32	53-55	
6 根号をふくむ式の乗法, 除法(2)	34	55-57	
7 根号をふくむ式の計算(1)	36	58-59	
8 根号をふくむ式の計算(2)	38	59-60	
ドリル 平方根	40	42-60	
3節 平方根の利用			
9 平方根の利用	42	62-63	
確認テスト	44	40-67	
章末テスト	46	40-67	

3章 二次方程式	問題集	教科書	チェック
1節 二次方程式			
1 二次方程式とその解き方(1)	48	70-71	
2 二次方程式とその解き方(2)	50	72-73	
3 二次方程式の解の公式	52	74-76	
4 二次方程式と因数分解(1)	54	77-78	
5 二次方程式と因数分解(2)	56	79	
ドリル 二次方程式	58	70-79	
2節 二次方程式の利用			
6 二次方程式の利用(1)	60	82-84	
7 二次方程式の利用(2)	62	85-87	
確認テスト	64	68-91	
章末テスト	66	68-91	

4章 関数 $y=ax^2$	問題集	教科書	チェック
1節 関数 $y=ax^2$ とグラフ			
1 関数 $y=ax^2$	68	94-96	
2 関数 $y=ax^2$ のグラフ	70	97-103	
2節 関数 $y=ax^2$ の値の変化			
3 関数 $y=ax^2$ の値の増減と変域	72	105-107	
4 関数 $y=ax^2$ の変化の割合	74	108-111	
ドリル 関数 $y=ax^2$	76	94-111	
3節 いろいろな事象と関数の利用			
5 関数 $y=ax^2$ の利用	78	112-115	
6 いろいろな関数の利用	80	116-117	
確認テスト	82	92-121	
章末テスト	84	92-121	

5章 図形と相似	問題集	教科書	チェック
1節 図形と相似			
1 相似な図形	86	124-127	
2 三角形の相似条件	88	128-130	
3 三角形の相似条件と証明	90	131-133	
ドリル 三角形の相似と証明	92	124-133	
2節 平行線と線分の比			
4 平行線と線分の比(1)	94	135-139	
5 平行線と線分の比(2)	96	139-142	
6 中点連結定理	98	143-144	
3節 相似な図形の計量			
7 相似な図形の面積	100	146-148	
8 相似な立体の表面積・体積	102	149-152	
ドリル 平行線と線分の比, 相似な図形の計量	104	135-152	
4節 相似の利用			
9 相似の利用	106	154-157	
確認テスト	108	122-161	
章末テスト	110	122-161	

6章 円の性質	問題集	教科書	チェック
1節 円周角と中心角			
1 円周角と中心角	112	164-168	
2 円周角の定理の逆	115	169-171	
2節 円の性質の利用			
3 円の性質の利用	116	173-177	
確認テスト	118	162-181	
章末テスト	120	162-181	

7章 三平方の定理	問題集	教科書	チェック
1節 直角三角形の3辺の関係			
1 三平方の定理	122	184-189	
2節 三平方の定理の利用			
2 平面における線分の長さや面積(1)	124	191-192	
3 平面における線分の長さや面積(2)	126	193-195	
4 空間における線分の長さや体積	128	196-199	
ドリル 三平方の定理	130	184-199	
確認テスト	132	182-203	
章末テスト	134	182-203	

8章 標本調査とデータの活用	問題集	教科書	チェック
1節 標本調査			
1 標本調査の方法	136	206-209	
2 母集団と標本の関係	138	211-213	
3 データを活用して, 問題を解決しよう	139	214-217	
確認テスト	140	204-220	
章末テスト	141	204-220	

ランダムドリル	142		
模擬テスト	145		



この問題集の使い方

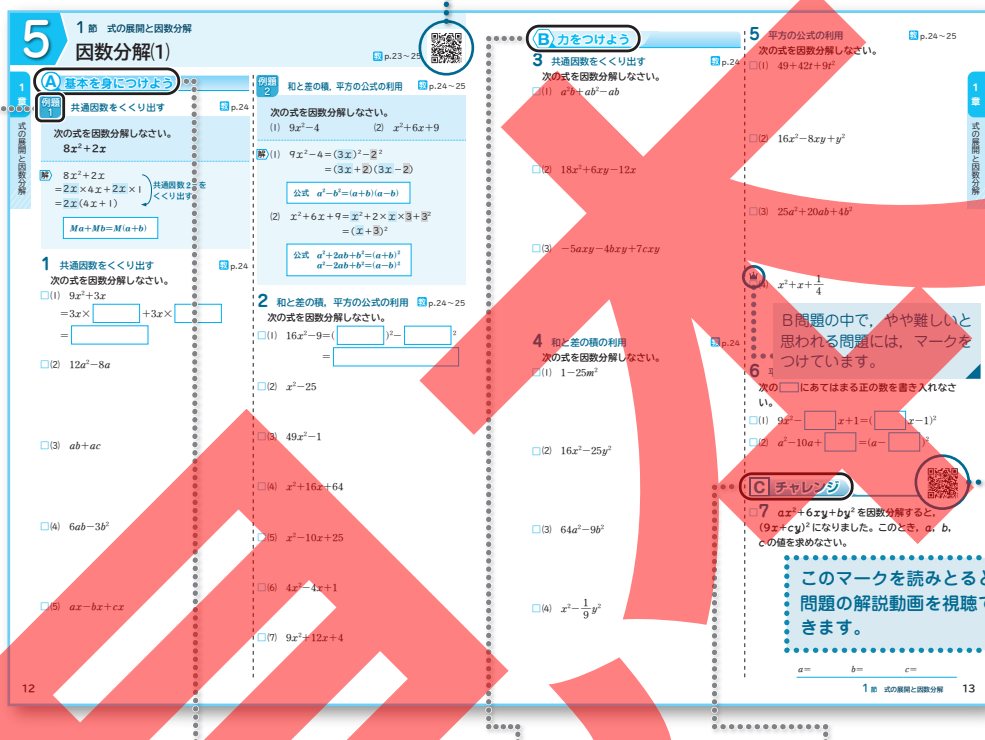
この問題集は、啓林館の教科書にあわせて編集してあります。教科書とこの問題集を使いながら、数学の基本となることがらや、たいせつな考え方が確実に身につくよう、学習を進めていきましょう。

章の学習

例題、A問題、B問題、C問題で構成されています。

ここで各単元の学習内容を確実に習得しましょう。問題番号の横の□で、定着度がチェックできます。

このマークを読みとると、教科書の例、例題の解説動画（スマートレクチャー）が視聴できます。



例題

重要な問題を取り上げています。問題の解き方を確認しましょう。

A 基本を身につけよう

基本の確認問題です。問題ごとに対応する教科書のページ番号が書いてあるので、わからない問題は教科書を確認しましょう。

B 力をつけよう

学んだことを定着させるための、標準的なレベルの問題です。A問題と同様に、対応する教科書のページ番号が書いてあります。

C チャレンジ

数学の力をのばす問題です。実際の高校入試の問題を使っているところもあります。



ドリル

反復が必要な単位には、ドリルを用意しています。くり返し練習して、しっかり身につけましょう。

章末の学習

確認テスト 1回40分(1ページ20分)が目安

章の学習内容の理解度・到達度を確認するための、100点満点の評価テストです。学んだことが身についているかどうか、チェックしましょう。

章末テスト 1回50分(1ページ25分)が目安

章の総仕上げとして取り組む、100点満点の評価テストです。応用問題で実力を伸ばしましょう。

巻末の学習



ドリル

142、143ページにあるランダムドリルでは、3年生で学習する問題をランダムに並べています。3年生で学んだことが身についているかどうか、チェックしましょう。

模擬テスト

1～3年で学習した単元の復習問題で構成されています。3年間の学習の総仕上げに取り組んでみましょう。

式の乗法, 除法(1)

教 p.14~15



A 基本を身につけよう

例題 1 多項式と単項式の乗法

教 p.14~15

次の計算をなさい。

(1) $(3a+2b) \times 7a$

(2) $-5x(x-3y)$

解 (1) $(3a+2b) \times 7a$
 $= 3a \times 7a + 2b \times 7a$ ← 分配法則
 $= 21a^2 + 14ab$

(2) $-5x(x-3y)$
 $= -5x \times x + (-5x) \times (-3y)$ ← 分配法則
 $= -5x^2 + 15xy$

1 多項式と単項式の乗法

教 p.14~15

次の計算をなさい。

□(1) $(2a+5b) \times 4a$

$= 2a \times \square + 5b \times \square$

$= \square$

□(2) $(3x-y) \times (-2x)$

□(3) $3a(a+8b)$

□(4) $-6x(4x-3y)$

例題 2 多項式と単項式の除法

教 p.15

次の計算をなさい。

(1) $(4a^2-6a) \div 2a$

(2) $(3x^2+9xy) \div \frac{3}{4}x$

解 (1) $(4a^2-6a) \div 2a$
 $= \frac{4a^2}{2a} - \frac{6a}{2a}$ ← 分数の形にする
 $= 2a-3$ ← 約分する

(2) $(3x^2+9xy) \div \frac{3}{4}x$
 $= (3x^2+9xy) \times \frac{4}{3x}$ ← わる式の逆数をかける
 $= 3x^2 \times \frac{4}{3x} + 9xy \times \frac{4}{3x}$ ← 分配法則
 $= 4x+12y$

注意! $\frac{3}{4}x (= \frac{3x}{4})$ の逆数は $\frac{4}{3x}$

2 多項式と単項式の除法

教 p.15

次の計算をなさい。

□(1) $(6a^2-15a) \div 3a$

$= \frac{6a^2}{3a} - \frac{\square}{3a}$
 $= \square$

□(2) $(8ax+4ay) \div (-4a)$

□(3) $(-2a^2+3ab) \div \frac{a}{5}$

□(4) $(4xy-6xy^2) \div \frac{2}{3}y$

3 多項式と単項式の乗法

次の計算をなさい。

教 p.14~15

□(1) $(-8a+12b) \times \frac{3}{4}a$

□(2) $-\frac{2}{3}x(18x-6y)$

□(3) $(2x-7y-3) \times (-3x)$

□(4) $-7xy(5x+2y-9)$

□(5) $12a\left(\frac{a}{6}-\frac{2}{3}b+\frac{3}{4}\right)$

4 多項式と単項式の除法

次の計算をなさい。

教 p.15

□(1) $(x^2y^2+6xy^2) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)$

□(2) $(18x^2y+21xy^2) \div \frac{3}{5}xy$

□(3) $(-24a^2b^2-12ab) \div \left(-\frac{3}{4}ab\right)$

C チャレンジ

5 次の計算をなさい。

$(15x^2y-6xy^2+3xy) \div \frac{3}{2}xy$





A 基本を身につけよう

例題 1 式の展開

教 p.16

次の式を展開しなさい。

$$(x-2)(y+7)$$

解 $(x-2)(y+7)$ ▶ $y+7$ を 1 つのものとみる

$$= x(y+7) - 2(y+7)$$

$$= xy + 7x - 2y - 14$$

分配法則

1 式の展開

教 p.16

次の式を展開しなさい。

□(1) $(x-3)(y+6)$

$$= x(y+6) - 3(\quad)$$

$$= \quad$$

□(2) $(x+7)(y+4)$

□(3) $(x+3)(y-5)$

□(4) $(a-6)(b-9)$

例題 2 同類項があるとき

教 p.17

次の計算をしなさい。

$$(x-3)(x-5)$$

解 $(x-3)(x-5)$ ▶ $x-5$ を 1 つのものとみる

$$= x(x-5) - 3(x-5)$$

$$= x^2 - 5x - 3x + 15$$

$$= x^2 - 8x + 15$$

分配法則
同類項をまとめる

2 同類項があるとき

教 p.17

次の計算をしなさい。

□(1) $(x-2)(x-7)$

$$= x(x-7) - 2(\quad)$$

$$= x^2 - 7x - \quad x + \quad$$

$$= \quad$$

□(2) $(x+5)(x+4)$

□(3) $(a-6)(a+8)$

□(4) $(a+2)(a-5)$

3 式の展開

次の計算をなさい。

□(1) $(a-b)(c+d)$

□(2) $(a-4)(3a+2)$

□(3) $(5x+4)(2x-3)$

□(4) $(4a+5b)(a+3b)$

□(5) $(5a-6b)(3a-9b)$

□(6) $(7x+3y)(6x-2y)$

教 p.16~17

4 式の展開

次の計算をなさい。

□(1) $(4x-y)(2x+3y-6)$

□(2) $(3a+2b)(a+4b+3)$

□(3) $(a-3b+7)(5a+4b)$

□(4) $(x+3y-2)(4x-y)$

教 p.17

C チャレンジ

□5 次の計算をなさい。

$(x-2y+3)(3x+y-1)$



乗法の公式(1)

教 p.18~19



1 章

式の展開と因数分解

A 基本を身につけよう

例題 1 $(x+a)(x+b)$ の展開

教 p.18

次の計算をなさい。

$$(x-3)(x+7)$$

解 $(x-3)(x+7)$ ▶公式で, $a=-3$, $b=7$ とみる

$$=x^2+\{(-3)+7\}x+(-3)\times 7$$

$$=x^2+4x-21$$

公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

1 $(x+a)(x+b)$ の展開

教 p.18

次の計算をなさい。

□(1) $(x-4)(x+6)$

$$=x^2+\{(\quad)+6\}x+(\quad)\times 6$$

$$= \quad$$

展開の公式を
使って計算しよう。



□(2) $(x+3)(x+1)$

□(3) $(x+4)(x-8)$

□(4) $(x-6)(x-9)$

□(5) $(x+5)(x-6)$

例題 2 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ の展開

教 p.19

次の計算をなさい。

(1) $(x+3)^2$

(2) $(x-4y)^2$

解 (1) $(x+3)^2$ ▶公式で, $a=x$, $b=3$ とみる

$$=x^2+2\times x\times 3+3^2$$

$$=x^2+6x+9$$

(2) $(x-4y)^2$ ▶公式で, $a=x$, $b=4y$ とみる

$$=x^2-2\times x\times 4y+(4y)^2$$

$$=x^2-8xy+16y^2$$

平方の公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

2 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ の展開

教 p.19

次の計算をなさい。

□(1) $(x+6)^2$

$$=x^2+2\times x\times \quad + \quad^2$$

$$= \quad$$

平方の公式を
使って計算しよう。



□(2) $(x+9)^2$

□(3) $(x-4)^2$

□(4) $(x-7y)^2$

□(5) $(3x+y)^2$

B 力をつけよう

3 $(x+a)(x+b)$ の展開

次の計算をなさい。

□(1) $(y+11)(y-10)$

□(2) $(x-3)(4+x)$

□(3) $(a+9b)(a-5b)$

□(4) $(x-2y)(x-7y)$

□(5) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$

□(6) $\left(x-\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)$

教 p.18

4 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ の展開

次の計算をなさい。

□(1) $(8+x)^2$

□(2) $(-y+2)^2$

□(3) $(5x+3y)^2$

□(4) $(-3a-2b)^2$

□(5) $\left(a-\frac{1}{3}b\right)^2$

C チャレンジ

5 次の計算をなさい。

$\left(\frac{2}{3}x-\frac{5}{4}y\right)^2$

教 p.19

1 章

式の展開と因数分解





A 基本を身につけよう

例題 1 $(a+b)(a-b)$ の展開

教 p.20

次の計算をしなさい。

- (1) $(x+4)(x-4)$
 (2) $(7-a)(7+a)$
 (3) $(3x+2)(3x-2)$
 (4) $(6a+b)(6a-b)$

解 (1) $(x+4)(x-4)$ ▶公式で, $a=x$, $b=4$ とみる

$$=x^2-4^2$$

$$=x^2-16$$

(2) $(7-a)(7+a)$ ▶ $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
 公式が使える

$$=7^2-a^2$$

$$=49-a^2$$

(3) $(3x+2)(3x-2)$

$$=(3x)^2-2^2$$

$$=9x^2-4$$

(4) $(6a+b)(6a-b)$

$$=(6a)^2-b^2$$

$$=36a^2-b^2$$

和と差の積の公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 1 $(a+b)(a-b)$ の展開

教 p.20

次の計算をしなさい。

$$\square(1) (x+6)(x-6)$$

$$=x^2-\square^2$$

$$=\square$$

$$\square(2) (a+1)(a-1)$$

$$\square(3) (x+9)(x-9)$$

$$\square(4) \left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)$$

$$\square(5) (5-a)(5+a)$$

$$\square(6) (8+y)(8-y)$$

$$\square(7) (2a+3)(2a-3)$$

$$\square(8) (7x-y)(7x+y)$$

$$\square(9) (b-2a)(b+2a)$$

$$\square(10) \left(3a+\frac{1}{3}\right)\left(3a-\frac{1}{3}\right)$$

B 力をつけよう

2 $(a+b)(a-b)$ の展開

次の計算をなさい。

□(1) $(-7b+2a)(2a+7b)$

□(2) $(4x+3y)(-4x+3y)$

3 いろいろな式の計算①

次の計算をなさい。

□(1) $(x+3)^2+(x+5)(x-2)$

□(2) $a(a+4)-(a-5)^2$

□(3) $(m-1)^2-(m+5)(m-5)$

□(4) $(6a+7b)(6a-7b)-(4a-b)(4a+b)$

4 いろいろな式の計算②

次の計算をなさい。

□(1) $(a+b+2)(a+b-2)$

□(2) $(x-y+4)^2$

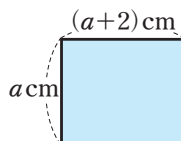
□(3) $(x+2y-3)(x+2y+5)$

□(4) $(3a+b)(3a+b-9)$

C チャレンジ

□5 縦の長さが a cm で、横の長さが縦の長さより 2 cm 長い長方形 A があります。

この長方形の縦の長さを 5 cm 長くし、横の長さを 4 cm 長くした長方形 B をつくるとき、B の面積と A の面積の差を、 a を使って表しなさい。





1章

式の展開と因数分解

① 次の計算をしなさい。

□(1) $(a+5b) \times (-3b)$

□(2) $-4x(2x-7y)$

□(3) $2xy(6x-9y+3)$

② 次の計算をしなさい。

□(1) $(12a^2+18ab) \div (-6a)$

□(2) $(3xy-4y) \div \left(-\frac{y}{2}\right)$

□(3) $(9x^2y-21xy^2) \div \frac{3}{4}xy$

③ 次の計算をしなさい。

□(1) $(x+3)(y-9)$

□(2) $(2a-5)(3b-7)$

□(3) $(4x+y)(6x-9y)$

□(4) $(x+y)(x-3y+7)$

□(5) $(2a-3b+1)(a-4b)$

□(6) $(a-3b-2)(2a-5b)$

4 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (x+2)(x+5)$$

$$\square(2) \quad (x-7)(x+6)$$

$$\square(3) \quad (a+8b)(a-3b)$$

$$\square(4) \quad (x-4y)(x-5y)$$

5 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (x+8)^2$$

$$\square(2) \quad (y-9)^2$$

$$\square(3) \quad (7a+b)^2$$

$$\square(4) \quad \left(2x - \frac{1}{4}y\right)^2$$

6 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (a+7)(a-7)$$

$$\square(2) \quad (9-2y)(9+2y)$$

$$\square(3) \quad (3a+4b)(3a-4b)$$

$$\square(4) \quad (8x-5y)(5y+8x)$$

7 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (8-x)(8+x) + x(x-6)$$

$$\square(2) \quad (x-4)(x-5) + (x+3)^2$$

$$\square(3) \quad (a+b+c)^2$$

因数分解(1)

教 p.23~25



1 章

式の展開と因数分解

A 基本を身につけよう

例題 1 共通因数をくり出す

教 p.24

次の式を因数分解しなさい。

$$8x^2 + 2x$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 8x^2 + 2x \\ &= 2x \times 4x + 2x \times 1 \\ &= 2x(4x + 1) \end{aligned}$$

共通因数 $2x$ を
くり出す

$$Ma + Mb = M(a + b)$$

1 共通因数をくり出す

教 p.24

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $9x^2 + 3x$

$$= 3x \times \boxed{} + 3x \times \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

□(2) $12a^2 - 8a$

□(3) $ab + ac$

□(4) $6ab - 3b^2$

□(5) $ax - bx + cx$

例題 2

和と差の積、平方の公式の利用

教 p.24~25

次の式を因数分解しなさい。

(1) $9x^2 - 4$

(2) $x^2 + 6x + 9$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \quad & 9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 \\ &= (3x + 2)(3x - 2) \end{aligned}$$

$$\text{公式} \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{公式} \quad & a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \\ & a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \end{aligned}$$

2

和と差の積、平方の公式の利用

教 p.24~25

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $16x^2 - 9 = (\boxed{})^2 - \boxed{}^2$

$$= \boxed{}$$

□(2) $x^2 - 25$

□(3) $49x^2 - 1$

□(4) $x^2 + 16x + 64$

□(5) $x^2 - 10x + 25$

□(6) $4x^2 - 4x + 1$

□(7) $9x^2 + 12x + 4$

B 力をつけよう

3 共通因数をくくり出す

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $a^2b + ab^2 - ab$

□(2) $18x^2 + 6xy - 12x$

□(3) $-5axy - 4bxy + 7cxy$

4 和と差の積の利用

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $1 - 25m^2$

□(2) $16x^2 - 25y^2$

□(3) $64a^2 - 9b^2$

□(4) $x^2 - \frac{1}{9}y^2$

5 平方の公式の利用

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $49 + 42t + 9t^2$

□(2) $16x^2 - 8xy + y^2$

□(3) $25a^2 + 20ab + 4b^2$

□(4) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

6 平方の公式の利用

次の□にあてはまる正の数を書き入れなさい。

□(1) $9x^2 - \square x + 1 = (\square x - 1)^2$

□(2) $a^2 - 10a + \square = (a - \square)^2$

C チャレンジ

□7 $ax^2 + 6xy + by^2$ を因数分解すると、 $(9x + cy)^2$ になりました。このとき、 a 、 b 、 c の値を求めなさい。

$a =$ $b =$ $c =$

因数分解(2)

教 p.25~29



1 章

式の展開と因数分解

A 基本を身につけよう

例題 1 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 教 p.25~27

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+7x+10$

(2) $x^2-2x-15$

解 (1) 積が+10,

和が+7

となる2数は,

2と5

したがって,

$x^2+7x+10$

$=(x+2)(x+5)$

(2) 積が-15,

和が-2

となる2数は,

3と-5

したがって,

$x^2-2x-15$

$=(x+3)(x-5)$

公式 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

1 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 教 p.25~27

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+9x+14$

積が+14, 和が+9

となる2数は,

 と

したがって,

$x^2+9x+14$

$=$

(2) x^2-3x+2

(3) x^2+5x-6

(4) $x^2-2x-24$

(5) $x^2-12x+27$

(6) $x^2-2x-48$

2 いろいろな因数分解

教 p.28~29

次の にあてはまる文字や式を書き入れなさい。

(1) $ax^2+10ax+21a=$ $(x^2+10x+21)$
 $=$ $(x+3)($ $)$

(2) $a(x+3)-b(x+3)$

 を M とすると,

$a(x+3)-b(x+3)=aM-bM$

$=M(a-b)$

$=($ $)(a-b)$

B 力をつけよう

3 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 教 p.25~27

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $-11y+30+y^2$

□(2) $-72+a^2+a$

4 いろいろな因数分解①

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $2x^2+6x+4$

□(2) $9ax^2+6ax+a$

□(3) $45ax^2-80a$

□(4) $x^3y-3x^2y-10xy$

5 いろいろな因数分解②

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $(a-b)x-(a-b)y$

□(2) $(x+4)^2-6(x+4)-16$

□(3) $(x-y)^2-10(x-y)+25$

□(4) $2a(b-3)+3-b$

教 p.28

C チャレンジ

□6 $ax-x+a-1$ を因数分解しなさい。





1 章

式の展開と因数分解

① 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $2x^2+10x$

□(2) $7ax-35bx$

□(3) $12a^2b-3ab^2+6ab$

② 次の式を因数分解しなさい。

□(1) x^2-36

□(2) y^2-49

□(3) $81a^2-b^2$

□(4) $9x^2-25y^2$

③ 次の式を因数分解しなさい。

□(1) a^2+4a+4

□(2) $x^2-18x+81$

□(3) $25x^2+10x+1$

□(4) $x^2-6xy+9y^2$

□(5) $4x^2+4xy+y^2$

□(6) $36x^2-60xy+25y^2$

4 次の式を因数分解しなさい。

□(1) x^2+5x+4

□(2) $x^2-10x+21$

□(3) x^2-x-12

□(4) $x^2+7x-18$

□(5) x^2-x-42

□(6) $x^2+4x-45$

5 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $ax^2+11ax+28a$

□(2) $27a^2-48$

□(3) $5x^2-30x+45$

□(4) $2bx^2-2bx-60b$

6 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $a(x+5)-b(x+5)$

□(2) $(x+2)^2-9(x+2)+8$

□(3) $x^2-(y-3)^2$



A 基本を身につけよう

例題 1 数の性質の証明

教 p.30~32

連続する2つの奇数の積に1をたした数は、偶数の2乗になることを証明しなさい。

解 n を整数とすると、連続する2つの奇数は、
 $2n-1, 2n+1$

と表される。

それらの積に1をたした数は、

$$(2n-1)(2n+1)+1$$

$$=4n^2-1+1$$

$$=4n^2$$

$$=(2n)^2$$

n は整数だから、

$2n$ は偶数である。

したがって、連続する2つの

奇数の積に1をたした数は、

偶数の2乗になる。

2n+1, 2n+3として
計算してもいいけど、
2n-1, 2n+1の方が
計算が少し楽だね。



□ 1 数の性質の証明

教 p.30~32

連続する2つの奇数の積は、その間にある偶数の2乗より1小さい数になることを次のように証明しました。

$$3 \times 5 = 15 = 4^2 - 1$$

$$5 \times 7 = 35 = 6^2 - 1$$

$$7 \times 9 = 63 = 8^2 - 1$$

□ にあてはまる式を書き入れなさい。

〔証明〕

n を整数とすると、連続する2つの奇数は、

$$2n-1, \square$$

と表される。

それらの積は、

$$(2n-1)(\square) = (\square)^2 - 1$$

したがって、連続する2つの奇数の積は、

その間にある偶数の2乗より1小さい数になる。

例題 2

因数分解や展開を利用した数の計算 教 p.32

因数分解や展開を利用して、次の計算をしなさい。

(1) $16^2 - 14^2$

(2) 29^2

解 (1) $16^2 - 14^2$
 $= (16+14) \times (16-14)$ ← 因数分解を利用する
 $= 30 \times 2 = 60$
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(2) $29^2 = (30-1)^2$
 $= 30^2 - 2 \times 30 \times 1 + 1^2$ ← 展開を利用する
 $= 900 - 60 + 1 = 841$
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2

因数分解や展開を利用した数の計算 教 p.32

因数分解や展開を利用して、次の計算をしなさい。

□ (1) $27^2 - 23^2$
 $= (27 + \square) \times (27 - \square)$
 $= 50 \times \square = \square$

□ (2) $172^2 - 72^2$

□ (3) 41^2

□ (4) 98^2

□ (5) 61×59

□ (6) 47×53

B 力をつけよう

□3 数の性質の証明

教 p.30~32

連続する2つの偶数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差に4をたした数は、8の倍数になることを証明しなさい。

5 因数分解や展開を利用した数の計算 教 p.32

因数分解や展開を利用して、次の計算をしなさい。

□(1) $8.6^2 - 1.4^2$

□(2) $35^2 - 34^2 + 18^2 - 17^2$

□(3) 9.8×10.2

C チャレンジ



□6 連続する3つの整数で、もっとも大きい

数の2乗からもっとも

小さい数の2乗をひい

た差は、まん中の数の4倍になることを証明しなさい。

3, 4, 5の場合

$$5^2 - 3^2 = 16 = 4 \times 4$$

6, 7, 8の場合

$$8^2 - 6^2 = 28 = 7 \times 4$$

□4 数の性質の証明

教 p.30~32

奇数と奇数の積は、奇数になることを次のように証明しました。

□にあてはまる式や数を書き入れなさい。

〔証明〕

m, n を整数とすると、2つの奇数は、

$$2m+1,$$

と表される。

それらの積は、

$$(2m+1)(\quad)$$

$$=$$

$$= 2(\quad) + \quad$$

$2mn + m + n$ は整数だから、

□は奇数である。

したがって、奇数と奇数の積は、奇数になる。



A 基本を身につけよう

例題 1 式の値の計算

教 p.33

$x=15$, $y=14$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

(1) $x^2 - 2xy + y^2$

(2) $(x-4y)(x+4y) - (x-2y)(x+8y)$

解 (1) $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$ ▶ 式を
だから, 求める値は, 因数分解する

$$(15-14)^2 = 1 \quad \text{▶ } x=15, y=14 \text{ を代入}$$

(2) $(x-4y)(x+4y) - (x-2y)(x+8y)$ ▶ 式を
展開する

$$= (x^2 - 16y^2) - (x^2 + 6xy - 16y^2)$$

$$= x^2 - 16y^2 - x^2 - 6xy + 16y^2$$

$$= -6xy$$

だから, 求める値は,

$$-6 \times 15 \times 14 = -1260 \quad \text{▶ } x=15, y=14 \text{ を代入}$$

1 式の値の計算

教 p.33

$x=16$, $y=15$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x^2 - 2xy + y^2$

$$= \square$$

だから, 求める値は,

$$(\square - 15)^2 = \square$$

□(2) $(x-6y)(x+6y) - (x-4y)(x+9y)$

□(3) $(x-2y)^2 - (x+y)(x+4y)$

B 力をつけよう

2 式の値の計算

教 p.33

次の式の値を求めなさい。

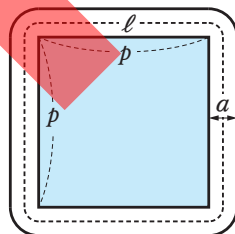
□(1) $a=38$, $b=-12$ のとき, $a^2 + 6ab + 9b^2$ の値

□(2) $x=2.3$, $y=1.7$ のとき, $x^2 - y^2$ の値

3 図形の性質の証明

教 p.33~34

1 辺の長さが p の正方形の池のまわりに, 右の図のように四すみがおうぎ形の幅 a の道がついていきます。この道の面積を S , 道のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき, $S = a\ell$ となることを次のように証明しました。□にあてはまる式を書き入れなさい。



〔証明〕道の面積 S は, 縦 a , 横 p の長方形 4 つ分と, 半径 a の円 1 つ分の面積の和だから,

$$S = 4ap + \square \dots\dots ①$$

道のまん中を通る線の長さ ℓ は, 1 辺 p の正方形

の周と, 半径 $\square$ の円の周の長さの和

だから,

$$\ell = 4p + 2\pi \times \square = \square$$

よって, $a\ell = a(\square)$

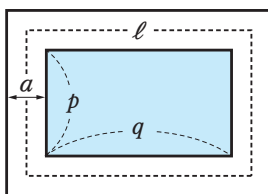
$$= \square \dots\dots ②$$

①, ②から, $S = a\ell$

□4 図形の性質の証明

教 p.33~34

縦の長さが p ，横の長さが q の長方形の花だんのまわりに、右の図のように幅 a の道がついています。道のまんを通る線の長さを ℓ とするとき、この道の面積が $a\ell$ に等しくなることを証明しなさい。



C チャレンジ



6 右の図は、ある月のカレンダーです。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

図の中の $\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 14 & 15 \\ \hline \end{array}$ のよう

に囲んだ4つの数の組

を $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$ とします。4つの数の組 $\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 14 & 15 \\ \hline \end{array}$ では、

$$bc - ad = 8 \times 14 - 7 \times 15 = 112 - 105 = 7$$

ですが、Aさんは、それ以外のすべての組についても $bc - ad = 7$ になるのではないかと予想しました。

次の問いに答えなさい。

□(1) b, c, d を a を使って表しなさい。

$b =$

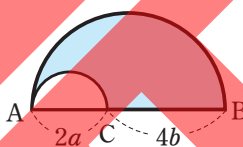
$c =$

$d =$

□5 図形の性質の利用

教 p.33~34

AB を直径とする半円があります。右の図のように、直径 AB 上に $AC = 2a$, $CB = 4b$ となる点 C をとり、AC を直径とする半円をかきます。このとき、色のついた部分の面積を求めなさい。



□(2) Aさんの予想が正しいことを証明しなさい。



1 章 式の展開と因数分解

教 p.12~39

1 章

式の展開と因数分解

1 次の計算をなさい。

☐ (1) $(5x-2y) \times 3x$

☐ (2) $4a(5a-7b+1)$

☐ (3) $(8x^2+12xy) \div 4x$

☐ (4) $(2a^2b-8ab) \div \frac{1}{3}ab$

1 教 p.2 A 1・2

16点(各4点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

2 次の計算をなさい。

☐ (1) $(x-2)(y+6)$

☐ (2) $(x+3)(x+8)$

☐ (3) $(x-6)(x+4)$

☐ (4) $(a-7)^2$

☐ (5) $(8x+1)(8x-1)$

2 教 p.4 A 1, p.6, p.8

20点(各4点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

3 次の計算をなさい。

☐ (1) $(x+5)^2-(x+2)(x-8)$

3 教 p.9 B 3・4

10点(各5点)

(1)	
(2)	

☐ (2) $(x-2y+7)(x-2y-7)$

4 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $3x^2 - 6xy$ □(2) $x^2 - 9$

□(3) $x^2 - 14xy + 49y^2$ □(4) $x^2 + x - 12$

□(5) $6a^2 - 24a + 18$ □(6) $(x-4)^2 - 6(x-4) + 9$

4 2 p.12~15

24点(各4点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	

5 因数分解や展開を利用して、次の計算をしなさい。

□(1) $34^2 - 16^2$ □(2) 51^2

5 2 p.18 A 2

12点(各6点)

(1)	
(2)	

6 $x=53$, $y=47$ のとき, $x^2 - y^2$ の値を求めなさい。

6 2 p.20 A 1

6点

--

7 連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、奇数になることを次のように証明しました。ア, イにあてはまる式を答えなさい。

ただし、同じ記号には同じ式がはいるものとします。

〔証明〕

 n を整数とすると、連続する2つの整数は、 n , ア

と表される。大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、

$(\text{ア})^2 - n^2 = \text{イ}$

 n は整数だから、イ は奇数である。

したがって、連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、奇数になる。

7 2 p.18 A 1

12点(各6点)

ア	
イ	

1 章 式の展開と因数分解

教 p.12~39

学習日

得点

点

1 章

式の展開と因数分解

1 次の計算をなさい。

□(1) $12a\left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}b\right)$

□(2) $\frac{3}{2}x(6x + 4y - 8)$

□(3) $(27a^2b - 3a) \div 3a$
(宮崎県)

□(4) $(-45ab^2 + 18ab) \div \left(-\frac{9}{5}ab\right)$

1 p.2~3 20点(各5点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

2 次の計算をなさい。

□(1) $(x+7)(2x-9)$

□(2) $\left(3x - \frac{1}{6}y\right)^2$

□(3) $(3x-5)(8+3x)$

□(4) $(5x-3y)(3y+5x)$

2 p.5~9 20点(各5点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

3 次の計算をなさい。

□(1) $(2x+1)(3x-1) - (2x-1)(3x+1)$ (愛知県改題)

□(2) $(a-3b-2c)^2$

3 p.9 B 3・4

12点(各6点)

(1)	
(2)	

4 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $9x^2 - 36y^2$

□(2) $2x^2y - 28xy + 98y$

□(3) $a(2x - y) + b(y - 2x)$

□(4) $(x + 5)^2 + 6(x + 5) - 27$

4 p.13 B 4, p.15 B 4・5

24点(各6点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

- 5 $a = \frac{3}{8}$ のとき、 $(2a - 3)^2 - 4a(a - 5)$ の式の値を求めなさい。

(静岡県)

5 p.20 A 1

8点

- 6 連続する3つの自然数で、もっとも小さい数ともっとも大きい数の積に1を加えると、まん中の数の2乗に等しくなります。このことを、もっとも小さい数を n として、証明しなさい。

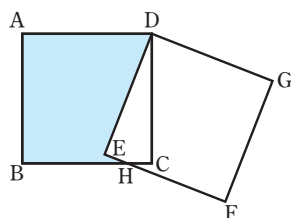
6 p.19 C 6

8点

- 7 下の図のように、1辺の長さが a cm の合同な正方形 ABCD, DEFG が重なっています。辺 BC, EF の交点を H としたとき、 $BH = b$ cm となりました。このとき、図の色のついた部分の面積を a , b を使って表しなさい。

7

8点





A 基本を身につけよう

例題 1 平方根

教 p.42~44

- (1) 9 の平方根を求めなさい。
 (2) $\sqrt{25}$, $-\sqrt{25}$ を, $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

解 (1) $3^2=9$, $(-3)^2=9$ だから,

3 と -3 ▶ 正と負の2つある

3 $\xrightarrow{2乗}$ 9
 -3 $\xrightarrow{平方根}$ 9

- (2) $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$
 $-\sqrt{25}=-\sqrt{5^2}=-5$

1 平方根

教 p.42~44

- (1) 次の数の平方根を求めなさい。

- ① 4 □② 64

$2^2=4$, $\boxed{\quad}=4$

だから, 2と $\boxed{\quad}$

- ③ $\frac{9}{25}$ □④ 0.49

- (2) 次の値を求めなさい。

- ① $(\sqrt{3})^2$ □② $(-\sqrt{7})^2$ □③ $-(\sqrt{0.1})^2$

- (3) 次の数を, $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

- ① $\sqrt{36}$ □② $-\sqrt{81}$ □③ $-\sqrt{\frac{16}{49}}$

2 平方根

教 p.44

次の数の平方根を, 記号 $\pm$ を使って表しなさい。

- (1) 7 □(2) 0.16

- (3) 0.81

- (4) $\frac{9}{4}$

例題 2 平方根の大小

教 p.45

次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

- (1) $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ (2) 2, $\sqrt{3}$

解 (1) $5<6$ だから, $\sqrt{5}<\sqrt{6}$

- (2) $2=\sqrt{4}$ で, $4>3$ だから, $\sqrt{4}>\sqrt{3}$
 よって, $2>\sqrt{3}$

3 平方根の大小

教 p.45

次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

- (1) $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$

$6<7$ だから,

$\boxed{\quad}<\boxed{\quad}$

- (2) 4, $\sqrt{14}$

- (3) $-\sqrt{2}$, $-\sqrt{5}$

B 力をつけよう

4 いろいろな数の平方根

教 p.42, 44

次の数の平方根を求めなさい。

□(1) 900

□(2) 144

□(3) 0.04

□(4) 0.0025

5 $\sqrt{a^2}$, $-\sqrt{a^2}$

教 p.44

次の数を, $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

□(1) $\sqrt{400}$

□(2) $-\sqrt{169}$

□(3) $\sqrt{0.09}$

□(4) $-\sqrt{1.21}$

6 平方根

教 p.42~44

次の(1)~(3)の下線部の誤りをなおして正しくしなさい。

□(1) 36の平方根は6である。

□(2) $\sqrt{(-3)^2}$ は -3 である。

□(3) $\sqrt{100}$ は ± 10 である。

7 平方根の大小

教 p.45

次の数を, 小さい方から順に並べなさい。

□(1) -4 , $-\sqrt{15}$, $-\sqrt{17}$

□(2) $\sqrt{7}$, 0 , $-\sqrt{5}$, $-\sqrt{6}$, 3

8 平方根の大小

教 p.45

$3 < \sqrt{a} < 4$ にあてはまる自然数 a の値を, すべて求めなさい。

$a =$

C チャレンジ



□9 $\sqrt{50-2n}$ の値が自然数となるとき, 自然数 n の値をすべて求めなさい。

$n =$



A 基本を身につけよう

例題 1 平方根の値

教 p.46

$\sqrt{3}$ を小数で表したとき的小数第2位の数
を、次のように求めました。①~⑤にあてはまる
数を求めなさい。

$$1.73^2 = \text{①}, 1.74^2 = \text{②}$$

この計算結果から、 $\text{③} < \sqrt{3} < \text{④}$
したがって、 $\sqrt{3}$ の小数第2位
の数は ⑤ である。

解 電卓を使って求めると、

$$1.73^2 = \text{① } 2.9929, 1.74^2 = \text{② } 3.0276$$

この計算結果から、 $1.73^2 < 3 < 1.74^2$
だから、 $\text{③ } 1.73 < \sqrt{3} < \text{④ } 1.74$

したがって、 $\sqrt{3} = 1.73\dots$ であり、
小数第2位の数は $\text{⑤ } 3$ である。

1 平方根の値

教 p.46

電卓 $\sqrt{5}$ を小数で表したとき的小数第2位
の数を、次のように求めました。 $\square$ にあてはまる
数を書き入れて、説明を完成させなさい。

$$2.23^2 = \square, 2.24^2 = \square$$

この計算結果から、

$$\square < \sqrt{5} < \square$$

したがって、 $\sqrt{5}$ の小数第2位の数は

$\square$ である。

2 電卓を使っておよその値を求める

教 p.47

電卓を使って、次の数のおよその値を、小数第
3位まで求めなさい。

$$\square(1) \sqrt{12}$$

$$\square(2) \sqrt{82}$$

$$\square(3) \sqrt{3.4}$$

$$\square(4) \sqrt{0.023}$$

3 正方形の1辺の長さ

教 p.47

面積が 20m^2 である正方形の花だんをつくる
には、1辺の長さを何 m にすればよいでしょ
うか。小数第2位まで求めなさい。

B 力をつけよう

□ 4 平方根の値

教 p.46

√7 を小数で表したとき的小数第3位の数を、次のように求めました。□にあてはまる数を書き入れて、説明を完成させなさい。

$$2.645^2 = \square,$$

$$2.646^2 = \square$$

この計算結果から、

$$\square < \sqrt{7} < \square$$

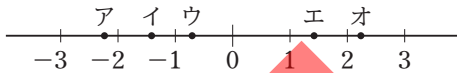
したがって、√7 の小数第3位の数は

$$\square \text{ である。}$$

□ 5 平方根と数直線

教 p.47

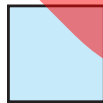
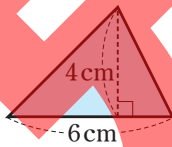
次の数直線で、 $-\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{5}$ を表している点を、ア～オの中からそれぞれ選び、記号で答えなさい。

 $-\sqrt{2}$ $\sqrt{5}$

□ 6 正方形の1辺の長さ

教 p.47

底辺が6cm、高さが4cmの三角形と面積の等しい正方形をつくるとき、1辺の長さを何cmにすればよいでしょうか。小数第1位まで求めなさい。



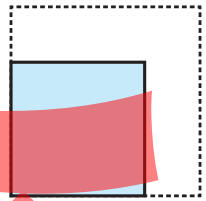
7 正方形の1辺の長さ

教 p.47

面積が 70cm^2 である正方形の紙があります。

□(1) 1辺の長さは何cmでしょうか。小数第2位まで求めなさい。

□(2) この正方形の紙の2倍の面積の正方形をつくるとき、1辺の長さを何cmにすればよいでしょうか。小数第2位まで求めなさい。



C チャレンジ



□ 8 n は自然数で、 $8.2 < \sqrt{n+1} < 8.4$ です。このような n の値をすべて求めなさい。

(愛知県改題)

 $n =$

有理数と無理数

教 p.48~49

A 基本を身につけよう

例題 1 有理数と無理数

教 p.48

次の数を、有理数と無理数に分けなさい。

$$0.8, -\sqrt{6}, \sqrt{9}, -\sqrt{\frac{16}{49}}, \sqrt{5}$$

$$\text{解 } 0.8 = \frac{4}{5}, \sqrt{9} = 3 = \frac{3}{1}, -\sqrt{\frac{16}{49}} = -\frac{4}{7}$$

分数の形に表すことができるから、

これらの数は有理数である。

$$\text{有理数 } 0.8, \sqrt{9}, -\sqrt{\frac{16}{49}}$$

$$\text{無理数 } -\sqrt{6}, \sqrt{5}$$

□ 1 有理数と無理数

教 p.48

次の数を、有理数と無理数に分けます。

にあてはまる数やことばを書き入れなさい。

$$1.5, \sqrt{10}, -\sqrt{36}, -\sqrt{11}, \sqrt{\frac{4}{25}}$$

$$1.5 = \square, -\sqrt{36} = \square,$$

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \square$$

これらの数は分数の形に表すことができるから、

 $\square$ である。 $\sqrt{10}, -\sqrt{11}$ は分数の形に表すことができないから、 $\square$ である。

2 有理数と無理数

教 p.48

次の数は、有理数か無理数のどちらですか。

□(1) 8

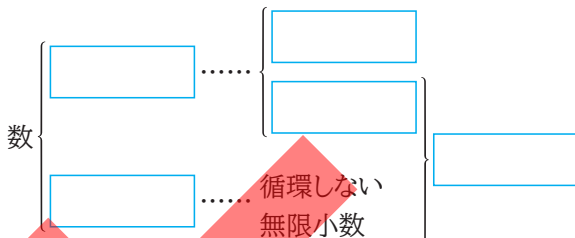
□(2) $\sqrt{7}$

□(3) $\sqrt{\frac{1}{4}}$

□(4) 1.3

□ 3 小数と有理数・無理数

教 p.49

次の $\square$ にあてはまることばを、下の $\square$ から選んで書き入れなさい。

無限小数, 有限小数, 循環小数, 有理数, 無理数

B 力をつけよう

4 循環小数

教 p.49

次の数を、循環小数で表しなさい。

□(1) $\frac{1}{3}$

□(2) $\frac{3}{11}$

= $1 \div \square$

= $\square$

よって、循環小数で

表すと、 $\square$

C チャレンジ

5 次の循環小数を、分数で表しなさい。

□(1) $0.\dot{1}\dot{5}$

□(2) $0.\dot{2}\dot{5}$





A 基本を身につけよう

例題
1

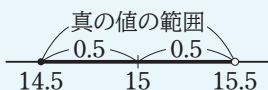
真の値の範囲

教 p.50

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 15 になりました。

- (1) a の範囲を、不等号を使って表しなさい。
- (2) 誤差の絶対値はいくら以下であるといえますか。

解 (1)



$$14.5 \leq a < 15.5$$

- (2) 誤差の絶対値がいちばん大きくなるのは、真の値が 14.5 のときで、そのときの誤差の絶対値は、 $15 - 14.5 = 0.5$

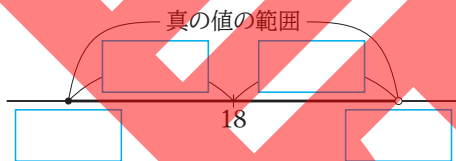
0.5 以下

1 真の値の範囲

教 p.50

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 18 になりました。□ に数を書き入れて答えなさい。

- (1) a の範囲を、不等号を使って表しなさい。



- (2) 誤差の絶対値はいくら以下であるといえますか。

誤差の絶対値がいちばん大きくなるのは、真の値が □ のときで、そのときの誤差の絶対値は、

$$18 - \square = \square$$

B 力をつけよう

2 真の値の範囲

教 p.51

ある長さを測り、小数第 2 位を四捨五入した近似値が 36.5cm になりました。

- (1) この長さの真の値を a cm とするとき、 a の範囲を、不等号を使って表しなさい。

- (2) 誤差の絶対値はいくら以下であるといえますか。

3 有効数字をはっきりさせた表し方

教 p.51

次の近似値で、有効数字が 3 けたであるとき、整数部分が 1 けたの小数と、10 の何乗かの積の形に表しなさい。

- (1) ある荷物の重さ 2150g

- (2) ある川の長さ 36000m

- (3) あるダム貯水量 5000000 m^3

根号をふくむ式の乗法, 除法(1)

教 p.53~55



A 基本を身につけよう

例題 1 $\sqrt{\quad}$ のついた数の積と商

教 p.54

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ (2) $\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{解 (1)} \quad \sqrt{12} \times \sqrt{3} &= \sqrt{12 \times 3} \rightarrow \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\sqrt{36} = \sqrt{6^2}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad \sqrt{10} \div \sqrt{2} &= \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{分数の形にする} \\ &= \sqrt{\frac{10}{2}} \rightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \\ &= \sqrt{5} \rightarrow \sqrt{\quad} \text{の中を計算する} \end{aligned}$$

1 $\sqrt{\quad}$ のついた数の積と商

教 p.54

次の計算をなさい。

□(1) $\sqrt{20} \times \sqrt{5}$ □(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

$$= \sqrt{20 \times \square}$$

$$= \sqrt{\square}$$

$$= \square$$

□(3) $(-\sqrt{2}) \times \sqrt{8}$ □(4) $\sqrt{35} \div \sqrt{5}$

□(5) $\sqrt{48} \div (-\sqrt{8})$ □(6) $\sqrt{18} \div \sqrt{2}$

2 $\sqrt{a}$ の形にする

教 p.54

次の数を $\sqrt{a}$ の形にしないさい。

□(1) $3\sqrt{5}$ □(2) $4\sqrt{2}$ □(3) $10\sqrt{6}$

例題 2 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

教 p.55

 $\sqrt{24}$ の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしないさい。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \sqrt{24} &= \sqrt{4 \times 6} \rightarrow 4 = 2^2 \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

3 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

教 p.55

次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしないさい。

□(1) $\sqrt{63}$ □(2) $\sqrt{12}$

$$= \sqrt{\square} \times 7$$

$$= \square \times \sqrt{7}$$

$$= \square$$

□(3) $\sqrt{48}$ □(4) $\sqrt{72}$

□(5) $\sqrt{75}$ □(6) $\sqrt{98}$

B 力をつけよう

4 $\sqrt{\quad}$ のついた数の積と商

教 p.54

次の計算をなさい。

□(1) $5\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$

□(2) $\sqrt{6} \div (-\sqrt{54})$

□(3) $(-\sqrt{80}) \div \sqrt{24}$

□(4) $\sqrt{42} \div (-\sqrt{7}) \times \sqrt{5}$

5 $\sqrt{a}$ の形にする

教 p.54

次の数を $\sqrt{a}$ の形になさい。

□(1) $\frac{\sqrt{75}}{5}$

□(2) $\frac{\sqrt{21}}{3}$

6 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

教 p.55

次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数になさい。

□(1) $\sqrt{\frac{13}{49}}$

□(2) $\sqrt{0.05}$

7 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

教 p.55

次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数になさい。

□(1) $\sqrt{150}$

□(2) $\sqrt{675}$

C チャレンジ

□8 $\sqrt{294n}$ の値が自然数となるような自然数 n のうち、もっとも小さいものを求めなさい。 $n =$

根号をふくむ式の乗法, 除法(2)

教 p.55~57



A 基本を身につけよう

例題 1 くふうして積を計算する

教 p.55~56

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{27}$

(2) $\sqrt{35} \times \sqrt{10}$

解 (1) $\sqrt{12} \times \sqrt{27}$
 $= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$
 $= 2 \times 3 \times (\sqrt{3})^2$ ▶ $(\sqrt{3})^2 = 3$
 $= 18$

(2) $\sqrt{35} \times \sqrt{10}$
 $= \sqrt{5 \times 7} \times \sqrt{2 \times 5}$
 $= \sqrt{2 \times 5^2 \times 7}$ ▶ $\sqrt{5^2} = 5$
 $= 5\sqrt{14}$

35と10の共通な因数
5に着目しよう。



1 くふうして積を計算する

教 p.55~56

次の計算をなさい。

□(1) $\sqrt{24} \times \sqrt{54}$

$= 2\sqrt{6} \times \square$

$= 2 \times \square \times (\square)^2$

$= \square$

□(2) $\sqrt{20} \times (-\sqrt{18})$ □(3) $\sqrt{48} \times \sqrt{8}$

□(4) $-\sqrt{15} \times \sqrt{21}$ □(5) $2\sqrt{6} \times 3\sqrt{2}$

例題 2 分母を有理化する

教 p.56

次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}$

解 (1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$ ▶ 分母と分子に同じ数
 $\sqrt{7}$ をかける
 $= \frac{\sqrt{14}}{7}$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$ ▶ $\sqrt{12}$ の $\sqrt{\quad}$ の中を
 簡単な数にする
 $= \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$ ▶ 分母と分子に同じ数
 $\sqrt{3}$ をかける
 $= \frac{\sqrt{15}}{6}$

2 分母を有理化する

教 p.56

次の数の分母を有理化しなさい。

□(1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5} \times \square}{\sqrt{6} \times \square}$
 $= \square$

□(2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

□(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}}$

□(4) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{32}}$

□(5) $\frac{8}{\sqrt{20}}$

□(6) $\frac{15}{\sqrt{54}}$

3 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値 教 p.57

$\sqrt{3}=1.732$ として、次の値を求めなさい。

□(1) $\sqrt{48}$

□(2) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

B 力をつけよう

4 くふうして計算する 教 p.55~56

次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{28} \times \sqrt{21} \times \sqrt{2}$

□(2) $\sqrt{45} \div (-\sqrt{63})$

□(3) $\sqrt{72} \div (-\sqrt{6}) \times \sqrt{27}$

□(4) $\sqrt{480} \div \sqrt{15} \div 2$

5 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値 教 p.57

$\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{30}=5.477$ として、次の値を求めなさい。

□(1) $\sqrt{300}$

□(2) $\sqrt{3000}$

□(3) $\sqrt{0.3}$

□(4) $\sqrt{0.03}$

C チャレンジ

□6 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$\frac{9}{\sqrt{3}}$, $3\sqrt{2}$, $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$



根号をふくむ式の計算(1)

教 p.58~59



A 基本を身につけよう

例題 1 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の和と差

教 p.58~59

次の計算をしなさい。

(1) $6+2\sqrt{3}-7\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{54}-\sqrt{24}$

解 (1) $6+2\sqrt{3}-7\sqrt{3}$
 $=6+(2-7)\sqrt{3}$ $\swarrow$ $\sqrt{\quad}$ の部分が同じ
 $=6-5\sqrt{3}$ $\swarrow$ $\sqrt{\quad}$ の部分をまとめる
 $\rightarrow$ これ以上まとめられない

(2) $\sqrt{54}-\sqrt{24}$
 $=3\sqrt{6}-2\sqrt{6}$ $\swarrow$ $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な
 $=\sqrt{6}$ $\swarrow$ 数にする
 $\swarrow$ まとめる

1 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の和と差

教 p.58~59

次の計算をしなさい。

□(1) $5+3\sqrt{7}-6\sqrt{7}$
 $=5+(3-\square)\sqrt{7}$
 $=\square$

□(2) $7\sqrt{5}-4\sqrt{5}$

□(3) $\sqrt{12}+\sqrt{75}$

□(4) $\sqrt{8}-\sqrt{50}$

□(5) $\sqrt{28}+\sqrt{63}$

例題 2 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の計算

教 p.59

次の計算をしなさい。

$$\sqrt{48}-\frac{6}{\sqrt{3}}$$

解 $\sqrt{48}-\frac{6}{\sqrt{3}}$ $\swarrow$ $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=4\sqrt{3}-\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ $\swarrow$ また、分母を有理化する
 $=4\sqrt{3}-\frac{6\sqrt{3}}{3}$
 $=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
 $=2\sqrt{3}$

分母に $\sqrt{\quad}$ があるときは、有理化すると計算できるね。

2 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の計算

教 p.59

次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{32}-\frac{10}{\sqrt{2}}$
 $=\square-\frac{10\times\square}{\sqrt{2}\times\square}$
 $=\square-\frac{10\sqrt{2}}{\square}$
 $=\square-5\sqrt{2}=\square$

□(2) $\frac{6}{\sqrt{3}}+5\sqrt{3}$

□(3) $\frac{25}{\sqrt{5}}-\sqrt{20}$

B 力をつけよう

3 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の和と差

教 p.58~59

次の計算をなさい。

□(1) $3\sqrt{5} + 5\sqrt{7} - \sqrt{5}$

□(2) $\sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{2}$

□(3) $\sqrt{24} - \sqrt{54} + \sqrt{6}$

□(4) $\sqrt{27} - \sqrt{72} + \sqrt{108} - \sqrt{8}$

□(5) $\sqrt{28} - \sqrt{63} + 7 - \sqrt{7}$

□(6) $5\sqrt{2} + \sqrt{48} - \sqrt{32} - \sqrt{75}$

4 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の計算

教 p.59

次の計算をなさい。

□(1) $\frac{9}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{3}$

□(2) $\sqrt{8} + \frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{50}$

□(3) $\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{96} + \frac{4}{\sqrt{6}}$

C チャレンジ

□5 $2\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{6}}$ を計算なさい。



(大分県)

根号をふくむ式の計算(2)

教 p.59~60



A 基本を身につけよう

例題 1 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の積と商

教 p.59~60

次の計算をしなさい。

- (1) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+4)$
 (2) $(\sqrt{15}-\sqrt{10})\div\sqrt{5}$

解 (1) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+4)$ ▶ 分配法則
 $=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times 4$
 $=3+4\sqrt{3}$

(2) $(\sqrt{15}-\sqrt{10})\div\sqrt{5}=\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$
 $=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

例題 2

式の展開, 乗法の公式を使った式の計算

教 p.60

次の計算をしなさい。

- (1) $(4\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)$
 (2) $(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2$

解 (1) $(4\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)$ ▶ 順にかけあわせる
 $=4\sqrt{2}\times\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}-3$
 $=8-\sqrt{2}-3=5-\sqrt{2}$
 (2) $(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2$ ▶ 公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 $=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2$
 $=5+2\sqrt{30}+6=11+2\sqrt{30}$

1 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の積と商

教 p.59~60

次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{6}(\sqrt{6}+5)$
 $=\square\times\sqrt{6}+\square\times 5$
 $=\square$

□(2) $\sqrt{2}(1-\sqrt{2})$

□(3) $(\sqrt{7}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}$

□(4) $(\sqrt{12}+\sqrt{21})\div\sqrt{3}$

2 式の展開, 乗法の公式を使った式の計算

教 p.60

次の計算をしなさい。

□(1) $(3\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}-1)$
 $=\square\times\sqrt{6}-\square+5\sqrt{6}-5$
 $=\square+2\sqrt{6}-5$
 $=\square$

□(2) $(\sqrt{3}-5)(2\sqrt{3}+4)$

□(3) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2$

□(4) $(\sqrt{3}-2)^2$

□(5) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

□(3) $(2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$

□(6) $(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 4)$

□(4) $(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})$

B 力をつけよう

3 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の積と商
次の計算をなさい。

教 p.59~60

□(1) $\sqrt{7}(\sqrt{28} + 2)$

□(2) $\sqrt{14}(\sqrt{21} - 10)$

□(3) $(\sqrt{108} - \sqrt{30}) \div (-\sqrt{6})$

4 式の展開, 乗法の公式を使った式の計算 教 p.60
次の計算をなさい。

□(1) $(\sqrt{45} + 3)(\sqrt{2} - 7)$

□(2) $(\sqrt{3} - 8)(\sqrt{12} + 7)$

□(5) $(2\sqrt{3} + 3)(2\sqrt{3} - 5)$

C チャレンジ

5 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$ のとき,
 $x^2 + 2xy + y^2$ の値

(徳島県)

□(2) $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ のとき,
 $\frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ の値

(埼玉県 2018 年度公立高校入試問題)





1 次の数の平方根を求めなさい。

☐ (1) 16

☐ (2) 1600

☐ (3) 15

☐ (4) 0.7

2 次の値を求めなさい。

☐ (1) $(\sqrt{11})^2$

☐ (2) $-(\sqrt{30})^2$

3 次の数を、 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

☐ (1) $\sqrt{25}$

☐ (2) $-\sqrt{10000}$

☐ (3) $\sqrt{\frac{64}{9}}$

☐ (4) $-\sqrt{0.36}$

4 次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数に
しなさい。

☐ (1) $\sqrt{28}$

☐ (2) $\sqrt{45}$

☐ (3) $\sqrt{\frac{3}{4}}$

☐ (4) $\sqrt{\frac{7}{36}}$

5 次の計算をしなさい。

☐ (1) $\sqrt{2} \times \sqrt{15}$

☐ (2) $\sqrt{45} \times \sqrt{40}$

☐ (3) $(-\sqrt{48}) \div (-\sqrt{6})$

☐ (4) $\sqrt{56} \div (-\sqrt{8}) \times \sqrt{5}$

6 次の数の分母を有理化しなさい。

□(1) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

□(2) $\frac{18}{\sqrt{24}}$

7 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{30} \div \sqrt{18}$

□(2) $\sqrt{12} \div (-2\sqrt{5})$

8 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{48} + \sqrt{12}$

□(2) $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$

□(3) $\frac{5}{\sqrt{5}} - \sqrt{45}$

□(4) $-\sqrt{27} + \frac{6}{\sqrt{12}}$

9 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{5}(\sqrt{5}-3)$

□(2) $(2\sqrt{2}+5)(\sqrt{2}-3)$

□(3) $(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2$

□(4) $(4\sqrt{3}+1)(4\sqrt{3}-1)$

A 基本を身につけよう

例題 1 平方根の利用

教 p.62

半径 5cm の円 A があります。面積が、
円 A の 2 倍である円をつくるには、半径を
何 cm にすればよいですか。

解 円 A の面積は、

$$\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\triangleright S = \pi r^2$$

面積 半径

面積が 2 倍の円の面積は、

$$25\pi \times 2 = 50\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

この円の半径を r cm とすると、面積は

$$\pi r^2 \text{ cm}^2 \text{ だから、}$$

$$\pi r^2 = 50\pi$$

両辺を π でわって、 $r^2 = 50$

よって、 r は 50 の平方根の正の方だから、

$$r = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

円の半径だから、
正の数

$$5\sqrt{2} \text{ cm}$$

面積を 2 倍にする
には、半径を $\sqrt{2}$ 倍
にすればいいだね。



□ 1 平方根の利用

教 p.62

1 辺が 10cm の正方形 A があります。面積が、
正方形 A の 3 倍である正方形をつくるには、
1 辺を何 cm にすればよいですか。

正方形 A の面積は、

$$10 \times 10 = \boxed{} \text{ (cm}^2\text{)}$$

面積が 3 倍の正方形の面積は、

$$\boxed{} \times 3 = \boxed{} \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、求める 1 辺の長さは、 $\boxed{}$ の

平方根の正の方だから、

$$\sqrt{\boxed{}} = \boxed{} \text{ (cm)}$$

□ 2 平方根の利用

教 p.62

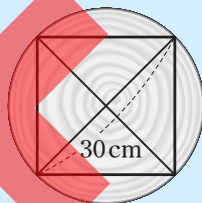
縦 6cm、横 15cm の長方形と面積が等しい正
方形の 1 辺の長さを求めなさい。

B 力をつけよう

例題 2 平方根の利用

教 p.63

直径 30cm の丸太から、
切り口ができるだけ
大きな正方形の角材を
とるとき、その切り口
の正方形の 1 辺の長さ
は何 cm になりますか。



解 切り口の正方形は、対角線が
丸太の直径と等しくするとき、
もっとも大きくなる。

このとき、正方形の面積は、

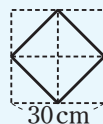
$$30 \times 30 \times \frac{1}{2} = 450 \text{ (cm}^2\text{)}$$

▶ 下記の説明を
参照

よって、正方形の 1 辺の長さは、450 の
平方根の正の方だから、

$$\sqrt{450} = 15\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$15\sqrt{2} \text{ cm}$$



正方形は辺の長さがすべて等しいから、
ひし形だね。
ひし形の面積の公式を使って、正方形の
面積が求められるよ。

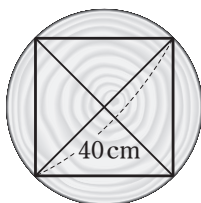
$$\text{ひし形の面積} = \text{対角線} \times \text{対角線} \times \frac{1}{2}$$



□ 3 平方根の利用

例題
2

で、直径40cmの丸太の場合について、その切り口の正方形の1辺の長さは何cmになりますか。

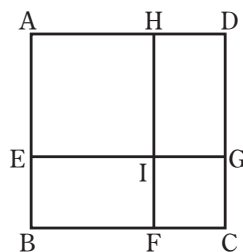


教 p.63

□ 5 平方根の利用

教 p.62~63

右の図で、
四角形ABCDは面積が 15cm^2 の正方形で、
四角形AEIHは面積が 6cm^2 の正方形です。
四角形IFCGの面積を求めなさい。



□ 4 平方根の利用

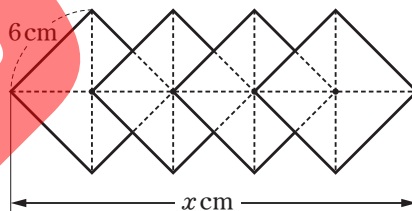
教 p.62

半径が4cmの円と半径が10cmの円があります。面積が、この2つの円の面積の和になる円をつくるとき、その半径は何cmになりますか。

C チャレンジ



□ 6 下の図のように、1辺6cmの正方形が4個並んでいます。 x の値を求めなさい。

 $x =$

2章 平方根

2章

平方根

1 次の数の平方根を求めなさい。

☐ (1) 400

☐ (2) $\frac{16}{25}$

1 教 p.26 A 1

8点(各4点)

(1)	
(2)	

2 次の数を、 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

☐ (1) $\sqrt{64}$

☐ (2) $-\sqrt{0.49}$

2 教 p.26 A 1, p.27 B 5

8点(各4点)

(1)	
(2)	

3 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

☐ (1) 5, $\sqrt{24}$

☐ (2) $-\sqrt{11}$, $-\sqrt{12}$

3 教 p.26 A 3

8点(各4点)

(1)	
(2)	

4 次の近似値で、有効数字が3けたであるとき、整数部分が1けたの小数と、10の何乗かの積の形に表しなさい。

☐ (1) ある鉄橋の長さ6250m

4 教 p.31 B 3

8点(各4点)

(1)	
(2)	

☐ (2) ある野球場の面積13000m²

5 次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

☐ (1) $\sqrt{80}$

☐ (2) $\sqrt{\frac{5}{16}}$

5 教 p.32 A 3, p.33 B 6

8点(各4点)

(1)	
(2)	

6 次の計算をしなさい。

☐ (1) $\sqrt{7} \times \sqrt{5}$

☐ (2) $-\sqrt{6} \div \sqrt{3}$

☐ (3) $\sqrt{20} \times (-\sqrt{8})$

☐ (4) $-\sqrt{10} \times \sqrt{15}$

6 p.32 **A 1**, p.34 **A 1** 16点(各4点)

(1)

(2)

(3)

(4)

7 次の数の分母を有理化しなさい。

☐ (1) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

☐ (2) $\frac{3}{5\sqrt{2}}$

7 p.34 **A 2** 8点(各4点)

(1)

(2)

8 次の計算をしなさい。

☐ (1) $3\sqrt{5} + \sqrt{5}$

☐ (2) $\sqrt{75} - \sqrt{48}$

8 p.36 **A 1・2** 16点(各4点)

(1)

(2)

(3)

(4)

☐ (3) $\sqrt{63} - \sqrt{24} + 2\sqrt{7}$

☐ (4) $\sqrt{12} + \frac{9}{\sqrt{3}}$

9 次の計算をしなさい。

☐ (1) $\sqrt{3}(3 + \sqrt{3})$

☐ (2) $(3 - \sqrt{2})^2$

9 p.38 **A 1・2** 20点(各5点)

(1)

(2)

(3)

(4)

☐ (3) $(\sqrt{5} + 7)(\sqrt{5} - 7)$

☐ (4) $(\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 2)$

2章 平方根

教 p.40~67

学習日

得点

点

2章

平方根

1 次の問いに答えなさい。

□(1) 0.0049 の平方根を求めなさい。

□(2) $-\sqrt{(-3)^2}$ の値を求めなさい。

□(3) 次の数を, 小さい方から順に並べなさい。

$$\frac{\sqrt{3}}{4}, \sqrt{3}, \sqrt{\frac{3}{4}}, \frac{4}{\sqrt{3}}$$

□(4) $\frac{1}{6}, -1, \sqrt{3}, \sqrt{16}, -\sqrt{\frac{9}{25}}, \pi$ のうち, 無理数はどれですか。

2 次の計算をしなさい。

□(1) $-\sqrt{24} \times \sqrt{6}$

□(2) $\sqrt{32} \times \sqrt{8}$

□(3) $5\sqrt{3} \div \sqrt{5}$

□(4) $\sqrt{80} \div \sqrt{5} \div \sqrt{8}$

□(5) $(-\sqrt{12}) \times \sqrt{2} \div \sqrt{6}$

□(6) $3\sqrt{18} \div 2\sqrt{2} \div \sqrt{48}$

3 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{18} - \sqrt{60} + \sqrt{32}$

□(2) $\sqrt{40} + \sqrt{2} \times \sqrt{5}$

□(3) $\sqrt{18} + \frac{14}{\sqrt{2}}$

(福岡県)

□(4) $\frac{12}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{8}$

(千葉県)

1 p.26~27, p.30, p.35 16点(各4点)

(1)

(2)

(3)

(4)

2 p.34~35 24点(各4点)

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

3 p.36~37 16点(各4点)

(1)

(2)

(3)

(4)

4 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{6}(\sqrt{12}-5)$ □(2) $(-\sqrt{30}+\sqrt{45})\div\sqrt{5}$

□(3) $(2\sqrt{2}-3)(\sqrt{8}+3)$ □(4) $(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+3\sqrt{5})$

□(5) $(2-\sqrt{6})(1+\sqrt{6})$ □(6) $(\sqrt{2}+3)^2-\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$
(2020年度・東京都)

4 p.38~39

24点(各4点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	

5 次の問いに答えなさい。

□(1) $5<\sqrt{n}<6$ を満たす自然数 n の個数を求めなさい。
(京都府)

□(2) $\sqrt{96n}$ の値が整数となるような自然数 n のうち、
もっとも小さいものを求めなさい。

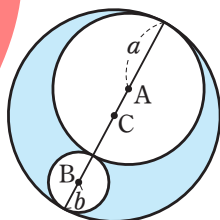
□(3) $a=\sqrt{5}+3$ のとき、 a^2-6a+9 の値を求めなさい。
(大分県)

5 p.27, p.33, p.39

15点(各5点)

(1)	
(2)	
(3)	

- 6 右の図のように、3つの中心が一直線上に並ぶ円A, B, Cがあります。円Aの半径が $a=(\sqrt{5}+1)$ cm, 円Bの半径が $b=(\sqrt{5}-1)$ cm のとき、色のついた部分の面積を求めなさい。



6

5点

--

二次方程式とその解き方(1)

教 p.70~71



A 基本を身につけよう

例題 1 二次方程式の解

教 p.70

1, 2, 3, 4のうち, $x^2 - 6x + 8 = 0$ の解であるものをすべて選びなさい。

解 左辺の x に値をそれぞれ代入して,
(左辺)=(右辺)となるものが解である。
左辺の x に値をそれぞれ代入すると,
 $x=1$ のとき, $1^2 - 6 \times 1 + 8 = 3$
 $x=2$ のとき, $2^2 - 6 \times 2 + 8 = 0$ ▶(左辺)=(右辺)
 $x=3$ のとき, $3^2 - 6 \times 3 + 8 = -1$
 $x=4$ のとき, $4^2 - 6 \times 4 + 8 = 0$ ▶(左辺)=(右辺)
よって, 解は, 2, 4

例題 2

 $ax^2=b$, $ax^2-b=0$ の解き方

教 p.71

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $3x^2=21$ (2) $4x^2-32=0$

解 (1) $3x^2=21$ → 両辺を3でわる
 $x^2=7$
 $x=\pm\sqrt{7}$
(2) $4x^2-32=0$ → -32を移項する
 $4x^2=32$ → 両辺を4でわる
 $x^2=8$
 $x=\pm\sqrt{8}$ → $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $x=\pm 2\sqrt{2}$

1 二次方程式の解

教 p.70

次の問いに答えなさい。

□(1) 1, 2, 3, 4のうち, $x^2 - 5x + 4 = 0$ の解であるものをすべて選びなさい。

左辺の x に値をそれぞれ代入すると,

$x=1$ のとき, $\square^2 - 5 \times \square + 4 = \square$

$x=2$ のとき, $\square^2 - 5 \times \square + 4 = \square$

$x=3$ のとき, $\square^2 - 5 \times \square + 4 = \square$

$x=4$ のとき, $\square^2 - 5 \times \square + 4 = \square$

よって, 解は, $\square$, $\square$

□(2) -2, -1, 0, 1のうち, $x^2 + x - 2 = 0$ の解であるものをすべて選びなさい。

2 $ax^2=b$, $ax^2-b=0$ の解き方

教 p.71

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $4x^2=20$

$x^2 = \square$

$x = \square$

□(2) $2x^2=72$

□(3) $6x^2-18=0$

□(4) $x^2-45=0$

□(5) $8x^2-64=0$

B 力をつけよう

3 $ax^2=b$ の解き方

教 p.71

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $9x^2=4$

□(2) $25x^2=6$

□(3) $2x^2=\frac{1}{8}$

□(4) $8x^2=20$

□(5) $12x^2=56$

□(6) $6x^2=99$

4 $ax^2-b=0$ の解き方

教 p.71

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $4x^2-5=0$

□(2) $\frac{1}{2}x^2-12=0$

□(3) $15x^2-3=0$

□(4) $3x^2-13=0$

C チャレンジ

□5 二次方程式 $ax^2-72=0$ の解が $x=\pm 3\sqrt{2}$ のとき、 a の値を求めなさい。



$a=$



A 基本を身につけよう

例題 1 $(x+m)^2=k^2, (x+m)^2=n$ の解き方 教 p.72

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $(x+1)^2=16$ (2) $(x-2)^2=5$

解 (1) $(x+1)^2=16$ ▶ $x+1$ を 1 つのもの X とみる
 $x+1=\pm 4$ $X^2=16$ $X=\pm 4$

$x+1=4$ から $x=3$, $x+1=-4$ から $x=-5$
 よって, $x=3, -5$

(2) $(x-2)^2=5$
 $x-2=\pm\sqrt{5}$
 $x=2\pm\sqrt{5}$ ← -2 を移項する

1 $(x+m)^2=k^2, (x+m)^2=n$ の解き方 教 p.72

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $(x+2)^2=49$

$x+2=\square$

$x+2=7$ から $x=\square$,

$x+2=\square$ から $x=\square$

よって, $x=\square, \square$

□(2) $(x-3)^2=4$

□(3) $(x-4)^2=6$

□(4) $(x+6)^2-36=0$

□(5) $(x-2)^2-12=0$

例題 2 $x^2+px+q=0$ の解き方 教 p.73

二次方程式 $x^2+8x-1=0$ を次のように解きました。①～④にあてはまる数を求めなさい。

$x^2+8x-1=0$

数の項 -1 を移項して,

$x^2+8x=1$

x の係数 8 の半分の 2 乗を両辺にたすと,

$x^2+8x+\text{①}^2=1+4^2$

$(x+\text{②})^2=17$

$x+\text{③}=\pm\sqrt{17}$

$x=\text{④}$

解 $x^2+8x+\text{①} 4^2=1+4^2$
 $(x+\text{②} 4)^2=17$
 $x+\text{③} 4=\pm\sqrt{17}$
 $x=\text{④} -4\pm\sqrt{17}$

□2 $x^2+px+q=0$ の解き方 教 p.73

二次方程式 $x^2+4x-3=0$ を次のように解きました。□にあてはまる数を書き入れなさい。

$x^2+4x-3=0$

数の項 -3 を移項して,

$x^2+4x=\square$

x の係数 4 の半分の 2 乗を両辺にたすと,

$x^2+4x+\square^2=3+\square^2$

$(x+\square)^2=7$

$x+\square=\pm\sqrt{7}$

$x=\square$

B 力をつけよう

3 $(x+m)^2=k^2$, $(x+m)^2=n$ の解き方 教 p.72

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3(x+1)^2=12$

□(2) $5(x-6)^2-75=0$

□(3) $\frac{1}{2}(x+3)^2=18$

□(4) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

4 $x^2+px+q=0$ の解き方

教 p.73

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x^2+4x-6=0$

□(2) $x^2-2x-1=0$

□(3) $x^2+6x-4=0$

□(4) $x^2-8x-5=0$

C チャレンジ



□5 二次方程式 $(x-6)^2=a$ の解の1つが4であるとき、もう1つの解を求めなさい。



A 基本を身につけよう

例題 1 解の公式を使って解く①

教 p.75

二次方程式 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ を解きなさい。

解 解の公式で、 $a=2$ 、 $b=-3$ 、 $c=-4$ の場合だから、

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

二次方程式の解の公式

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

例題 2 解の公式を使って解く②

教 p.75

二次方程式 $4x^2 + 5x + 1 = 0$ を解きなさい。

解 解の公式で、 $a=4$ 、 $b=5$ 、 $c=1$ の場合だから、

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 4 \times 1}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{-5 \pm 3}{8}$$

$$\frac{-5+3}{8} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{-5-3}{8} = -1$$

よって、 $x = -\frac{1}{4}$ 、 -1

2 解の公式を使って解く②

教 p.75

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3x^2 + 4x + 1 = 0$

解の公式で、 $a = \square$ 、 $b = \square$ 、 $c = \square$ の場合だから、

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4 \times \square \times 1}}{2 \times \square}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2 \times 3} = \frac{-4 \pm 2}{6}$$

よって、 $x = \square$ 、 $\square$

□(2) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

1 解の公式を使って解く①

教 p.75

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3x^2 + 7x + 1 = 0$

解の公式で、 $a = \square$ 、 $b = \square$ 、 $c = \square$ の場合だから、

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4 \times \square \times \square}}{2 \times \square}$$

$$= \square$$

□(2) $x^2 + 3x - 5 = 0$

□(3) $4x^2 - 7x + 2 = 0$

□(3) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

3 解の公式を使って解く

教 p.76

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $4x^2 - 6x + 1 = 0$

□(2) $x^2 - 10x + 15 = 0$

□(3) $16x^2 - 2x = 1$

□(4) $6x^2 = -7x + 3$

4 解の公式を使って解く

教 p.76

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x(2x+1) = 4x+3$

□(2) $(2x+1)(x-2) = 5$

□(3) $(2x-1)^2 = (x+2)^2$

C チャレンジ

□**5** 二次方程式 $2(x-2)^2 - 3(x-2) + 1 = 0$ を解きなさい。

(埼玉県 2020 年度公立高校入試問題)





A 基本を身につけよう

例題 1 $(x+a)(x+b)=0, x^2+(a+b)x+ab=0$ 教 p.77~78

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $(x+5)(x-7)=0$

(2) $x^2-6x+8=0$

解 (1) $(x+5)(x-7)=0$ ▶ $A \times B=0$ ならば,
 $x+5=0$ または $x-7=0$ $A=0$ または $B=0$
 $x+5=0$ のとき $x=-5$
 $x-7=0$ のとき $x=7$ $x=-5, 7$

(2) $x^2-6x+8=0$ ◀ 左辺を因数分解する
 $(x-2)(x-4)=0$
 $x-2=0$ または $x-4=0$
 よって, $x=2, 4$

例題 2 $ax^2+bx=0, x^2+2ax+a^2=0$ 教 p.78

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $x^2-6x=0$

(2) $x^2+8x+16=0$

解 (1) $x^2-6x=0$ ◀ 左辺を因数分解する
 $x(x-6)=0$
 $x=0$ または $x-6=0$
 よって, $x=0, 6$

★両辺を x でわらないように注意!

(2) $x^2+8x+16=0$ ◀ $a^2+2ab+b^2$
 $(x+4)^2=0$ ◀ $=(a+b)^2$
 $x+4=0$
 $x=-4$ ▶ 解は1つ

1 $(x+a)(x+b)=0, x^2+(a+b)x+ab=0$ 教 p.77~78

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $(x-1)(x+8)=0$

$x-1=0$ または $\square=0$

$x-1=0$ のとき $x=\square$

$x+8=0$ のとき $x=\square$

□(2) $x^2+2x-8=0$

□(3) $x^2-6x-7=0$

□(4) $x^2-8x+15=0$

□(5) $x^2+12x+32=0$

2 $ax^2+bx=0, x^2+2ax+a^2=0$ 教 p.78

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x^2+7x=0$

$x(x+7)=0$

$x=\square$ または $x+7=0$

よって, $x=\square, \square$

□(2) $x^2-5x=0$

□(3) $2x^2=5x$

□(4) $x^2+2x+1=0$

□(5) $x^2+10x+25=0$

□(6) $x^2-12x+36=0$

B 力をつけよう

3 $x^2+(a+b)x+ab=0$
次の二次方程式を解きなさい。

教 p.77~78

□(1) $4x^2+12x-72=0$

□(2) $x^2=x+56$

□(3) $x^2-8x=-12$

□(4) $2x^2-6=x^2+5x$

□(5) $3x-9=x^2-5x+6$

4 $ax^2+bx=0, x^2+2ax+a^2=0, x^2-a^2=0$ 教 p.78

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3x^2+9x=0$

□(2) $18x^2=-4x$

□(3) $x^2+24x=-144$

□(4) $5x^2-3=4x^2+13$

□(5) $x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=0$

C チャレンジ

5 二次方程式 $x^2+ax-5a+8=0$ の解の1つが-6であるとき、 a の値を求めなさい。また、もう1つの解を求めなさい。



a の値

もう1つの解



A 基本を身につけよう

例題
1

二次方程式の解き方(因数分解を使って) 教 p.79

次の二次方程式を解きなさい。

$$3(x^2-6)=(x-2)(x+6)$$

解 展開すると,

$$\begin{aligned} 3x^2-18 &= x^2+4x-12 \\ 2x^2-4x-6 &= 0 \\ x^2-2x-3 &= 0 \\ (x+1)(x-3) &= 0 \\ x &= -1, 3 \end{aligned}$$

$ax^2+bx+c=0$
の形にする
両辺を
2でわる
左辺を因数分解
する

$$\square(3) \quad 2x^2-6=x(x+5)$$

$$\square(4) \quad (x+5)(x-5)=5x-25$$

1 二次方程式の解き方(因数分解を使って) 教 p.79

次の二次方程式を解きなさい。

$$\square(1) \quad 3(x^2-4)=(x-2)(x+4)$$

展開すると,

$$\begin{aligned} 3x^2 - \square &= x^2 + \square - 8 \\ 2x^2 \square &= 0 \\ x^2 \square &= 0 \\ (x + \square)(x - \square) &= 0 \\ x &= \square, \square \end{aligned}$$

$$\square(5) \quad 4x-x(x-2)=8$$

$$\square(2) \quad (x+3)(x-2)=3x+2$$

$$\square(6) \quad 3x(x-3)=(x+6)(x-3)$$

$$\square(7) \quad 4(x+5)-8=2(x+3)(x-3)$$

B 力をつけよう

2 いろいろな二次方程式

教 p.79

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x(2x-1)=3$

□(2) $3x+2=x(x-2)-5$

□(3) $\frac{(x+1)(x-5)}{4} = \frac{x(x-1)}{3}$

□(4) $(x-1)^2-7(x-1)-8=0$

(大阪府)

3 いろいろな二次方程式

教 p.79

Aさんが、二次方程式

$3(x^2-8)=(x-8)(x+3)$ を下の【手順】で解いたところ、【手順】の式の中に、正しくないものがありました。

このとき、次の問いに答えなさい。(三重県)

【手順】

$3(x^2-8)=(x-8)(x+3)$ (i)

$3x^2-24=x^2-5x-24$ (ii)

$2x^2+5x=0$ (iii)

$2x+5=0$ (iv)

$x=-\frac{5}{2}$ (v)

□(1) 式の変形として正しくないものはどれか、次のア～エからもっとも適切なものを1つ選び、その記号を書きなさい。

ア (i) から (ii) への変形

イ (ii) から (iii) への変形

ウ (iii) から (iv) への変形

エ (iv) から (v) への変形

□(2) (1)で選んだ式の変形が正しくない理由を書きなさい。

説明しよう!!

理由

C チャレンジ



□4 $5:x=(x+3):(x+7)$ を満たす正の数 x の値を求めなさい。



① 次の二次方程式を解きなさい。

☐ (1) $5x^2=30$

☐ (2) $2x^2-24=0$

☐ (3) $16x^2=9$

② 次の二次方程式を解きなさい。

☐ (1) $(x+6)^2=2$

☐ (2) $(x-7)^2=9$

☐ (3) $(x-9)^2-2=0$

☐ (4) $3(x-4)^2-12=0$

③ 次の二次方程式を解きなさい。

☐ (1) $3x^2+7x-1=0$

☐ (2) $2x^2-5x+3=0$

☐ (3) $x^2-4x-7=0$

☐ (4) $5x^2+x=4$

4 次の二次方程式を解きなさい。

☐ (1) $x^2+6x+8=0$

☐ (2) $x^2-5x-24=0$

☐ (3) $x^2-10x=-21$

☐ (4) $4x+32=x^2$

5 次の二次方程式を解きなさい。

☐ (1) $x^2-14x=0$

☐ (2) $2x^2=x$

☐ (3) $x^2+16x+64=0$

☐ (4) $x^2-14x+49=0$

☐ (5) $x^2-81=0$

6 次の二次方程式を解きなさい。

☐ (1) $x(x+6)=-5$

☐ (2) $2x-(x+1)(x-3)=7$

☐ (3) $3(x+2)=x^2-5$

☐ (4) $(x+1)^2+5=-3(x^2-3)$

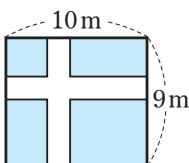


A 基本を身につけよう

□1 土地の問題

教 p.82~83

右の図のような、縦の長さが9m、横の長さが10mの長方形の土地に、同じ幅の通路が2本ある花だんをつくりま



す。花だんの面積が 72m^2 になるようにするには、通路の幅を何mにすればよいですか。

通路を土地の端に移動して考える。

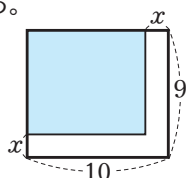
通路の幅を $x\text{m}$ とすると、

$$(9-x)(\quad)=72$$

$$x^2-19x+\quad=0$$

$$(x-1)(\quad)=0$$

$$x=1, \quad$$



長方形の土地の縦の長さは9mだから、

$x=\quad$ は問題にあわない。また、

$x=\quad$ は問題にあっている。

通路の幅は、 $\quad\text{m}$

例題 1

整数の問題

教 p.84

連続する2つの正の整数があります。それぞれを2乗した数の和が61になるとき、これら2つの整数を求めなさい。

解 連続する2つの正の整数のうち、

小さい方の整数を x とすると、
大きい方の整数は $x+1$ となり、

$$x^2+(x+1)^2=61$$

$$x^2+(x^2+2x+1)=61$$

$$2x^2+2x-60=0$$

$$x^2+x-30=0$$

両辺を2でわる

$$(x+6)(x-5)=0 \quad x=-6, 5$$

x は正の整数だから、 $x=-6$ は問題にあわない。 $x=5$ のとき、求める2つの整数は5、6となり、これは問題にあっている。

2つの整数は、5と6

□2 整数の問題

教 p.84

連続する2つの正の整数で、2つの数の積が72になるとき、これら2つの整数を求めなさい。
連続する2つの正の整数のうち、小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $\quad$ となり、

$$x(\quad)=72$$

$$x^2+x-\quad=0$$

$$(x+\quad)(x-\quad)=0$$

$$x=\quad, \quad$$

x は正の整数だから、

$x=\quad$ は問題にあわない。

$x=8$ のとき、求める2つの整数は8、 $\quad$

となり、これは問題にあっている。

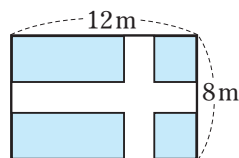
2つの整数は、 $\quad$ と $\quad$

B 力をつけよう

□3 土地の問題

教 p.82~83

右の図のような、縦の長さが8m、横の長さが12mの長方形の土地に、同じ幅の通路が2本ある畑をつくりま



す。畑の面積が 60m^2 になるようにするには、通路の幅を何mにすればよいですか。

□4 整数の問題

教 p.84

連続する3つの正の整数があります。もっとも小さい数を2乗すると、ほかの2つの数の和に等しくなるとき、これら3つの整数を求めなさい。

□6 整数の問題

教 p.84

大小2つの整数があります。その差は2で、積は48です。この2つの整数を求めなさい。

□5 整数の問題

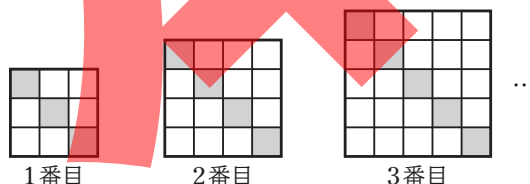
教 p.84

ある数 x を、2倍しなければならないところを、間違えて2乗したため、計算の結果は63だけ大きくなりました。この数 x を求めなさい。

C チャレンジ



7 下の図のように、同じ大きさの白と黒の正方形のタイルを規則的に並べます。次の問いに答えなさい。



□(1) n 番目の図形に使われる白のタイルの枚数を、 n を使って表しなさい。

□(2) 白のタイルの枚数が、黒のタイルの枚数より120枚多くなるのは、何番目の図形ですか。



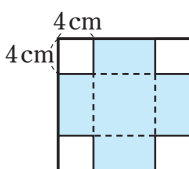
A 基本を身につけよう

1 容積の問題

教 p.85

正方形の紙があります。

この四すみから1辺が4cmの正方形を切り取り、ふたのない直方体の容器をつくと、その容積は 196cm^3 になりました。



- (1) 直方体の底面は正方形になります。はじめの紙の1辺の長さを $x\text{cm}$ とすると、直方体の底面の1辺の長さを、 x を使って表しなさい。

- (2) はじめの紙の1辺の長さを求めなさい。

2 動く点の問題

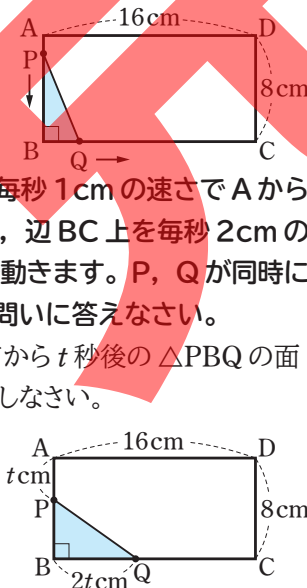
教 p.86

$AB=8\text{cm}$,
 $BC=16\text{cm}$ の
長方形ABCD
があります。

点Pは、辺AB上を毎秒1cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺BC上を毎秒2cmの速さでBからCまで動きます。P、Qが同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。

- (1) P、Qが出発してから t 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を、 t を使って表しなさい。

P、Qが出発してから t 秒後のPB、BQの長さは、それぞれ、



$$PB=AB-AP$$

$$= \boxed{} - t \text{ (cm)}$$

$$BQ=2t \text{ (cm)}$$

だから、 $\triangle PBQ$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 2t \times (\boxed{}) = \boxed{} \text{ (cm}^2\text{)}$$

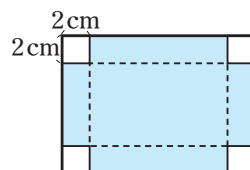
- (2) $\triangle PBQ$ の面積が 15cm^2 になるのは、P、Qが出発してから何秒後ですか。

B 力をつけよう

3 容積の問題

教 p.85

横が縦より6cm長い
長方形の紙があります。
この四すみから1辺が
2cmの正方形を切り取
り、ふたのない直方
体の容器をつくと、その容積は 40cm^3 になり
ました。はじめの紙の縦と横の長さを求めなさい。



□4 面積の問題

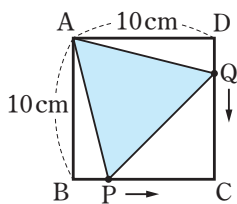
教 p.85

周の長さが40cmで、面積が 75cm^2 の長方形をつくるとき、この長方形の2辺の長さは、それぞれ何cmになりますか。

C チャレンジ



- 6 1辺の長さが10cmの正方形ABCDがあります。点Pは、辺BC上を毎秒1cmの速さでBからCまで動き、点Qは、辺DC上を毎秒1cmの速さでDからCまで動きます。P、Qが同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。

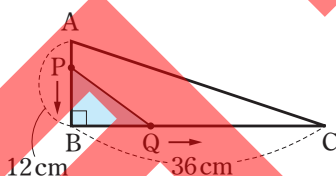


- (1) P、Qが出発してから t 秒後の $\triangle APQ$ の面積を、 t を使って表しなさい。

□5 動く点の問題

教 p.87

AB=12cm,
BC=36cm,
 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形ABCがあります。



点Pは、辺AB上を毎秒1cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺BC上を毎秒3cmの速さでBからCまで動きます。P、Qが同時に出発するとき、 $\triangle PBQ$ の面積が 48cm^2 になるのは何秒後ですか。

- (2) $\triangle APQ$ の面積が正方形ABCDの面積の $\frac{1}{4}$ になるのは、P、Qが出発してから何秒後ですか。

1 次の㉗～㉞の方程式のうち、解の1つが3であるものをすべて選びなさい。

- ㉗ $x^2 + 2x - 3 = 0$ ㉙ $x^2 - 5x + 6 = 0$
 ㉘ $x^2 - 2x = 3$ ㉞ $2(x^2 - 6) = x(x + 1)$

1 教 p.48 A 1

5点

2 次の二次方程式を解きなさい。

- (1) $3x^2 = 12$ □(2) $(x - 1)^2 = 49$

- (3) $4x^2 - 3x - 2 = 0$ □(4) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

- (5) $x^2 + 4x - 12 = 0$ □(6) $x^2 - 7x + 10 = 0$

- (7) $x^2 + 6x = 0$ □(8) $x^2 + 18x + 81 = 0$

- (9) $x^2 - 100 = 0$ □(10) $x(x + 4) = -2x - 8$

2 教 p.48~56

50点(各5点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	

3 p.55 C 5

12点(各6点)

 a の値

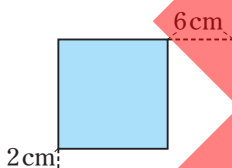
もう1つの解

4 p.60 A 1

9点

- 3 二次方程式 $x^2 - ax - 4a - 2 = 0$ の解の1つが -2 であるとき、 a の値を求めなさい。また、もう1つの解を求めなさい。

- 4 正方形の縦の長さを 2cm 、横の長さを 6cm 長くして、面積が 192cm^2 の長方形をつくりました。はじめの正方形の1辺の長さを求めなさい。



- 5 連続する3つの正の整数があります。まん中の数を2乗すると、3つの数の和に等しくなります。これら3つの整数を次のように求めました。ア〜クにあてはまる式や数を答えなさい。ただし、同じ記号には同じものがはいるものとします。

5 p.61 B 4

24点(各3点)

連続する3つの正の整数のうち、まん中の数を x とすると、3つの整数は ア, x , イ となり、

$$x^2 = (\text{ア}) + x + (\text{イ})$$

$$x^2 = \text{ウ}$$

$$x^2 - \text{ウ} = 0$$

$$x(\text{エ}) = 0$$

$$x = 0, \text{オ}$$

x は正の整数だから、 $x = 0$ は問題にあわない。

$x = \text{オ}$ のとき、3つの整数は カ, キ,

ク となり、これは問題にあっている。

カ と キ と ク

ア

イ

ウ

エ

オ

カ

キ

ク

1 次の二次方程式を解きなさい。

☐ (1) $x^2 + 2x - 24 = 0$

☐ (2) $3x^2 - \frac{1}{3} = 0$

☐ (3) $x^2 + 5x + 3 = 0$ (兵庫県)

☐ (4) $(2x - 7)^2 = 18$

☐ (5) $x^2 - 30 = 7x$

☐ (6) $x^2 - 6x - 5 = 0$

☐ (7) $2x^2 = 6x$

☐ (8) $18x^2 + 2 = 12x$

2 次の二次方程式を解きなさい。

☐ (1) $2x^2 + 5x + 3 = x^2 + 6x + 6$ (愛知県改題)

☐ (2) $(x - 1)^2 + 4x = -2(x^2 - 3)$

☐ (3) $x(x + 9) = 4(3x + 7)$

☐ (4) $2(x + 3)^2 = (x + 4)(x - 4) + 7$

1 p.48~55

40点(各5点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	

2 p.53~57

20点(各5点)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

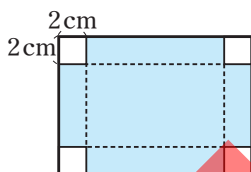
- **3** ある正の数 x から 6 をひいて 2 乗するところを、間違えて 6 をたして 2 倍したため、計算の結果は 264 だけ小さくなりました。この数 x を求めなさい。

3 p.61 B 5

10 点

$x =$

- **4** 周の長さが 48cm の長方形の紙があります。この四すみから 1 辺が 2cm の正方形を切り取り、ふたのない直方体の容器をつくると、その容積は 120cm^3 になりました。はじめの紙の縦と横の長さを求めなさい。ただし、横の長さは縦の長さより長いものとします。



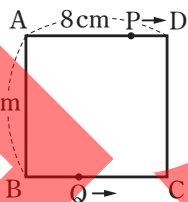
4 p.62 B 3

10 点 (完答)

縦

横

- **5** 1 辺の長さが 8cm の正方形 ABCD があります。点 P は、辺 AD, DC 上を毎秒 2cm の速さで A から C まで動き、点 Q は、辺 BC 上を毎秒 1cm の速さで B から C まで動きます。P, Q が同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。



5 p.63 B 5

20 点 (各 10 点)

(1)

(2)

- (1) P, Q が出発してから t 秒後 ($4 \leq t \leq 8$) の $\triangle PQC$ の面積を、 t を使って表しなさい。

- (2) (1) のとき、 $\triangle PQC$ の面積が 9cm^2 になるのは、P, Q が出発してから何秒後ですか。

関数 $y=ax^2$

教 p.94~96



A 基本を身につけよう

1 関数 $y=ax^2$

教 p.94~95

底面の1辺の長さが x cm, 高さが 12 cm の正四角錐の体積を y cm³ とします。

- (1) x と y の関係を式に表しなさい。

体積 = $\frac{1}{3} \times$ 底面積 $\times$ 高さ だから,

$$y = \frac{1}{3} \times x^2 \times \boxed{} = \boxed{}$$

答

- (2) 下の表の にあてはまる数を書き入れなさい。

x	1	2	3	4	5	6
y	4			64	100	

- (3) x の値が 2 倍, 3 倍になると, y の値は何倍になりますか。

2 関数 $y=ax^2$ の式を求める

教 p.96

次の x と y の関係を式に表しなさい。

- (1) y は x の 2 乗に比例し, $x=2$ のとき $y=24$ である。

比例定数を a とすると, $y=ax^2$

$x=2$ のとき $y=24$ だから,

$$\boxed{} = a \times \boxed{}^2$$

$$a = \boxed{}$$

したがって, $y = \boxed{}$

- (2) y は x の 2 乗に比例し, $x=-4$ のとき $y=32$ である。

- (3) y は x の 2 乗に比例し, $x=2$ のとき $y=-16$ である。

- (4) y は x の 2 乗に比例し, $x=-5$ のとき $y=-75$ である。

例題 1

関数 $y=ax^2$ の式を求める

教 p.96

y は x の 2 乗に比例し, $x=3$ のとき $y=45$ です。 x と y の関係を式に表しなさい。

解 比例定数を a とすると, $y=ax^2$

$x=3$ のとき $y=45$ だから,

$$45 = a \times 3^2 \quad \rightarrow 9a = 45$$

$$a = 5$$

したがって, $y = 5x^2$

B 力をつけよう

3 関数 $y=ax^2$

教 p.94~95

底面の半径が $x\text{cm}$ 、高さが 5cm の円柱の体積を $y\text{cm}^3$ とします。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

□(2) x の値が n 倍になると、 y の値は何倍になりますか。

4 関数 $y=ax^2$ の式を求める

教 p.96

次の問いに答えなさい。

(1) y は x の2乗に比例し、 $x=-2$ のとき $y=2$ です。

□① x と y の関係を式に表しなさい。

□② $x=10$ のとき、 y の値を求めなさい。

□(2) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=3$ のとき $y=-1$ です。
 $x=-9$ のとき、 y の値を求めなさい。

□(3) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=-4$ のとき $y=2$ です。
 $x=-2$ のとき、 y の値を求めなさい。

5 関数 $y=ax^2$

教 p.96

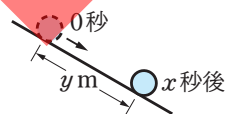
関数 $y=ax^2$ で、 x と y の関係が下の表のようになるとき、表の空欄をうめなさい。

x	-6	-1	3	9	
y			3		48

C チャレンジ



6 右の図のように、ボールが斜面をころがっています。ボールがころがりはじめてからの時間を x 秒、その間にころがった距離を $y\text{m}$ とすると、 y は x の2乗に比例しました。また、ころがりはじめてから3秒間にころがった距離は 27m でした。



□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

□(2) ボールがこの斜面をころがりはじめてから 48m ころがるのに、何秒かかりますか。

関数 $y=ax^2$ のグラフ

教 p.97~103

A 基本を身につけよう

例題
1関数 $y=ax^2$ のグラフ

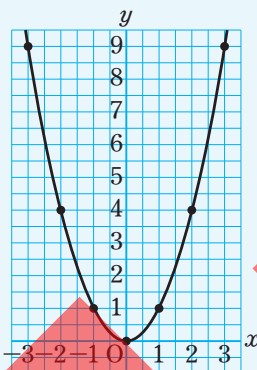
教 p.97~99

下の表は、関数 $y=x^2$ の x と y の関係を表したものです。この表をもとにして、関数 $y=x^2$ のグラフをかきなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

解

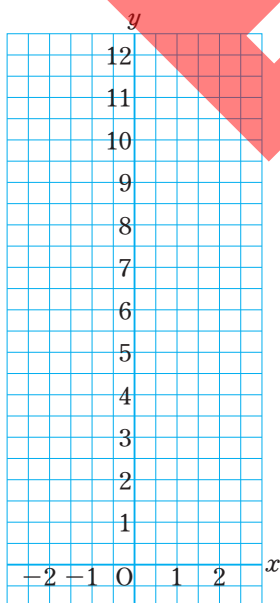
対応する点をとって、なめらかな曲線で結ぼう。

1 関数 $y=ax^2$ のグラフ

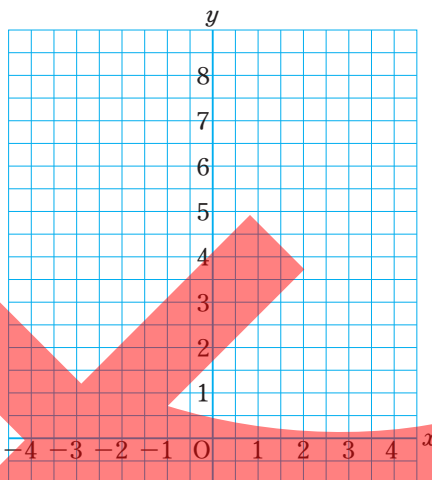
教 p.97~100

□(1) 関数 $y=3x^2$ について、表の□にあてはまる数を書き入れなさい。また、グラフをかきなさい。

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	□	□	0	□	□	...

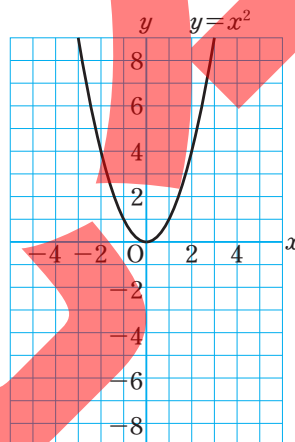


□(2) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。

2 関数 $y=ax^2$ のグラフ

教 p.98~101

関数 $y=x^2$ のグラフをもとにして、関数 $y=2x^2$ と関数 $y=-x^2$ のグラフをかきなさい。

3 関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴

教 p.102~103

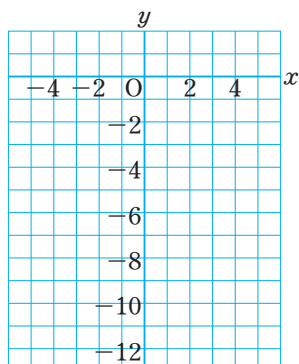
□にあてはまる記号やことばを書き入れなさい。

- (1) 関数 $y=ax^2$ のグラフは□で、
その軸は□軸、頂点は□である。
- (2) 関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき、 x 軸の上側にあり、□に開いている。 $a<0$ のとき、 x 軸の□にあり、下に開いている。
- (3) 関数 $y=ax^2$ のグラフは、比例定数 a の絶対値が大きいほど、開き方が□なる。

B 力をつけよう

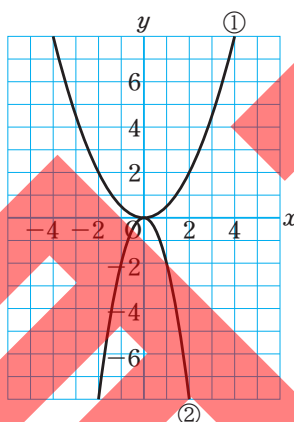
□4 関数 $y=ax^2$ のグラフ 教 p.100~101

関数 $y=-\frac{3}{4}x^2$ のグラフをかきなさい。



□5 グラフから式を求める 教 p.97~101

右の図の放物線①、②の式を求めなさい。



①

②

□6 関数 $y=ax^2$ のグラフ 教 p.100~101

次の㉗~㉜の関数のグラフで、 x 軸について対称なものはどれとどれですか。

㉗ $y=3x^2$ ㉙ $y=-\frac{1}{5}x^2$

㉘ $y=\frac{1}{4}x^2$ ㉚ $y=-3x^2$ ㉜ $y=4x^2$

□7 関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴 教 p.102~103

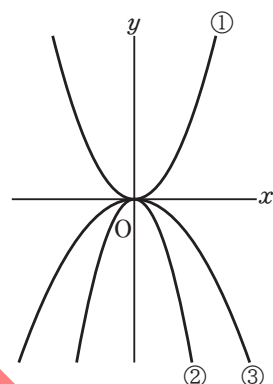
右の図は、3つの関数

㉗ $y=\frac{1}{2}x^2$,

① $y=-\frac{1}{4}x^2$,

㉘ $y=-x^2$

のグラフをかいたものです。①、②、③は、それぞれ㉗、①、㉘のどのグラフになっていますか。



①

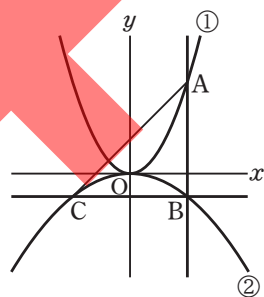
②

③

C チャレンジ

8 右の図で、①は $y=x^2$ 、②は $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ

です。①の $x>0$ の部分に点 A をとり、A を通り y 軸に平行な直線と②との交点を B、また、点 B を通り x 軸に平行な直線と②との交点を C とします。



□(1) 点 A の x 座標を t としたとき、A、B、C の座標を t を使って表しなさい。

A B C

□(2) $\triangle ABC$ が直角二等辺三角形になるとき、点 A の座標を求めなさい。

関数 $y=ax^2$ の値の増減と変域

教 p.105~107

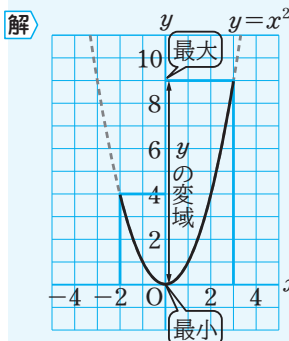


A 基本を身につけよう

例題 1 変域とグラフ

教 p.107

関数 $y=x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域を求めなさい。



グラフは左の図の放物線の実線部分。
 y は、 $x=0$ のとき
 最小で、 $y=0 \rightarrow y=0^2$
 y は、 $x=3$ のとき
 最大で、 $y=9 \rightarrow y=3^2$
 よって、 y の変域は、
 $0 \leq y \leq 9$



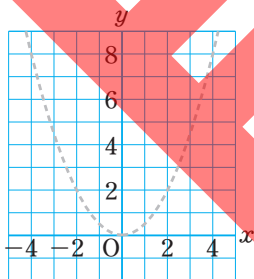
x の変域に 0 がふくまれるかどうかには注意しよう。

1 変域とグラフ

教 p.107

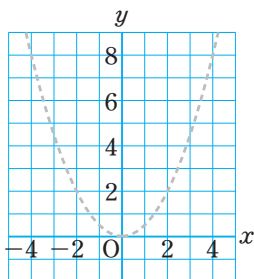
関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

□(1) $-1 \leq x \leq 4$



y は、 $x=0$ のとき
 最小で、 $y=$
 y は、 $x=4$ のとき
 最大で、 $y=$
 よって、 y の変域は、
 $\leq y \leq$

□(2) $-4 \leq x \leq -2$

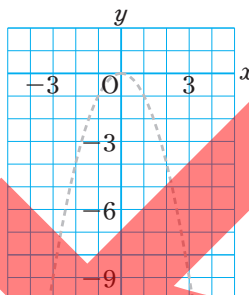


2 変域とグラフ

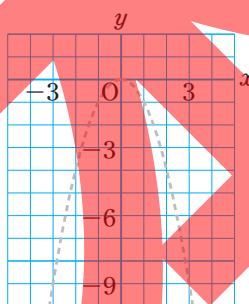
教 p.107

関数 $y=-x^2$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

□(1) $1 \leq x \leq 3$



□(2) $-2 \leq x \leq 1$



B 力をつけよう

3 関数 $y=ax^2$ の値の増減

教 p.105~106

次の㉖~㉙の関数について、下の(1), (2)にあてはまるものをすべて選びなさい。

㉖ $y=2x^2$ ㉙ $y=-\frac{1}{2}x^2$

㉗ $y=-\frac{3}{4}x^2$ ㉚ $y=x^2$

㉘ $y=3x^2$

□(1) $x \geq 0$ の範囲で x の値が増加するとき、 y の値が減少するもの

□(2) $x=0$ のとき、 y の値が最小となるもの

4 変域とグラフ

教 p.107

次の関数について、 y の変域を求めなさい。

□(1) $y=3x^2$ ($-3 \leq x \leq -1$)

□(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ ($-2 \leq x \leq 6$)

□(3) $y=-2x^2$ ($2 \leq x \leq 5$)

□(4) $y=-\frac{1}{3}x^2$ ($-6 \leq x \leq 3$)

5 変域とグラフ

教 p.107

次の問いに答えなさい。

□(1) 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $-6 \leq x \leq 5$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 4$ です。このとき、 a の値を求めなさい。

□(2) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $a \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域は $-8 \leq y \leq 0$ です。このとき、 a の値を求めなさい。

C チャレンジ

□6 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $-9 \leq y \leq b$ です。このとき、 a 、 b の値を求めなさい。

$a=$

$b=$



関数 $y=ax^2$ の変化の割合

教 p.108~111



A 基本を身につけよう

例題 1 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

関数 $y=x^2$ について、 x の値が 2 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解 x の増加量は、 $5-2=3$ y の増加量は、 $25-4=21$

だから、 x が 2 から 5 まで増加するときの変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{21}{3} = 7$$

x	2	5
y	4	25

$y=2^2$ $y=5^2$

関数 $y=ax^2$ の変化の割合は一定ではないよ。

1 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

関数 $y=3x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(1) 1 から 3 まで

$$x \text{ の増加量は、} 3 - \boxed{} = \boxed{}$$

$$y \text{ の増加量は、} 27 - \boxed{} = \boxed{}$$

だから、 x が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{\boxed{}}{2} = \boxed{}$$

□(2) 2 から 6 まで

□(3) -5 から -3 まで

2 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

関数 $y=-2x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(1) 2 から 4 まで

□(2) -6 から -1 まで

3 一次関数 $y=ax+b$ と関数 $y=ax^2$ 教 p.111

次の㊦~㊨の関数について、下の(1)~(5)にあてはまるものをすべて選びなさい。

㊦ $y=3x+5$

㊩ $y=3x^2$

㊧ $y=-x$

㊪ $y=\frac{3}{2}x^2$

㊨ $y=-\frac{1}{4}x^2$

□(1) グラフが放物線である。

□(2) x の値が増加すると、 y の値がつねに増加する。□(3) $x \geq 0$ の範囲でのみ、 x の値が増加すると、 y の値が増加する。

□(4) 変化の割合が一定ではない。

□(5) グラフが原点を通る。

B 力をつけよう

4 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が2から5まで増加するときの変化の割合が42であるとき、 a の値を求めなさい。

- (2) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が-5から-1まで増加するときの変化の割合が4であるとき、 a の値を求めなさい。

5 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

2つの関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=2x-3$ について、 x の値が、 a から $a+4$ まで増加するときの変化の割合が等しくなります。このとき、 a の値を求めなさい。

6 平均の速さ

教 p.110~111

ボールが落下しはじめてからの時間を x 秒、その間に落下する距離を y m とすると、 $y=5x^2$ という関係があります。次の場合の平均の速さを求めなさい。

- (1) 落下しはじめてから2秒後まで

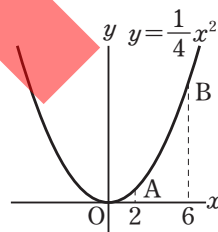
- (2) 3秒後から5秒後まで

C チャレンジ



7 右の図のように、

関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に2点A、Bがあります。2点A、Bの x 座標がそれぞれ2、6であるとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が2から6まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

- (2) 直線ABの式を求めなさい。



1 半径 $2x\text{cm}$ の円の面積を $y\text{cm}^2$ とします。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

□(2) 半径が4倍になると、面積は何倍になりますか。

2 次の問いに答えなさい。

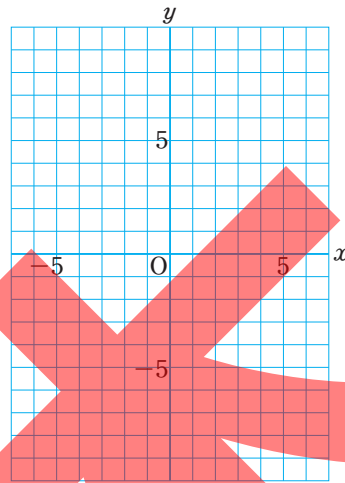
□(1) y は x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=18$ です。 x と y の関係を式に表しなさい。

□(2) y は x の2乗に比例し、 $x=-2$ のとき $y=-4$ です。 x と y の関係を式に表しなさい。

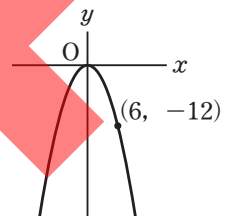
□(3) y は x の2乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=20$ です。 $x=3$ のとき、 y の値を求めなさい。

□(4) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=4$ のとき $y=-4$ です。 $x=-2$ のとき、 y の値を求めなさい。

□3 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ と関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフをかきなさい。



□4 右の放物線の式を求めなさい。



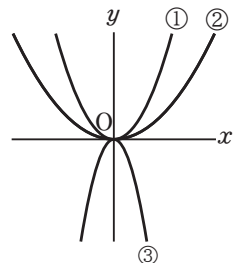
□5 右の図は、3つの関数

㊦ $y=\frac{1}{3}x^2$,

㊧ $y=x^2$,

㊨ $y=-3x^2$

のグラフをかいたものです。①, ②, ③は、それぞれ㊦, ㊧, ㊨のどのグラフになっていますか。



6 次の㉗～㉙の関数について、下の問いに答えなさい。

㉗ $y=5x^2$

㉙ $y=-6x^2$

㉘ $y=\frac{3}{4}x^2$

㉚ $y=-\frac{1}{5}x^2$

㉛ $y=6x^2$

□(1) $x \leq 0$ の範囲で x の値が増加するとき、 y の値が減少するものはどれですか。

□(2) $x=0$ のとき y の値が最大となるものはどれですか。

□(3) グラフが、 x 軸について対称なものはどれとどれですか。

7 次の関数について、 y の変域を求めなさい。

□(1) $y=x^2$ ($1 \leq x \leq 3$)

□(2) $y=-3x^2$ ($-2 \leq x \leq 5$)

□8 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 32$ です。このとき、 a の値を求めなさい。

9 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(1) 1 から 3 まで

□(2) -5 から -2 まで

10 関数 $y=-x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(1) 2 から 6 まで

□(2) -3 から -1 まで

□11 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が 2 から 8 まで増加するときの変化の割合が 30 であるとき、 a の値を求めなさい。

関数 $y=ax^2$ の利用

教 p.112~115

A 基本を身につけよう

例題
1

制動距離

教 p.112~114

時速 x km で走る自動車の制動距離を y m とすると、 y は x の2乗に比例することが知られています。ある自動車は、時速 60 km のときの制動距離が 24 m でした。 x と y の関係を式に表しなさい。

解 比例定数を a とすると、 $y=ax^2$
 $x=60$ のとき $y=24$ だから、

$$24=a \times 60^2 \quad a=\frac{24}{60^2}=\frac{1}{150}$$

$$y=\frac{1}{150}x^2$$

1 制動距離

教 p.112~114

時速 x km で走る自動車の制動距離を y m とすると、 y は x の2乗に比例することが知られています。ある自動車は、時速 40 km のときの制動距離が 8 m でした。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

比例定数を a とすると、 $y=ax^2$

$x=40$ のとき $y=8$ だから、

$$\boxed{}=a \times \boxed{}^2$$

$$a=\boxed{} \quad \text{よって、} y=\boxed{}$$

(2) この自動車が、次の速さで走るときの制動距離を求めなさい。

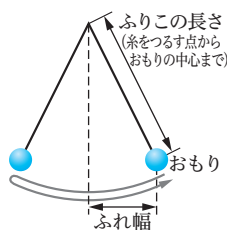
□① 時速 50 km

□② 時速 60 km

2 ふりこの長さと周期

教 p.114

ふりがが1往復するのにかかる時間は、おもりの重さやふれ幅に関係なく一定で、それを周期といいます。周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると、およそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係があります。



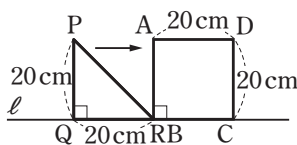
□(1) 周期が2秒であるふりこをつくるには、ふりこの長さを約何 m にすればよいですか。

□(2) 長さが9mのふりこの周期は、約何秒になりますか。

□(3) 周期が2倍、3倍になると、ふりこの長さは約何倍になりますか。

3 図形が重なってできる部分の面積 教 p.115

右の図のように、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 $\triangle PQR$ が直線 ℓ 上



に並んでいて、点 R と点 B は重なっています。 $\triangle PQR$ は、直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒 4 cm の速さで、点 R が点 C に重なるまで動きます。 $\triangle PQR$ が動きはじめてから x 秒後に、2 つの図形が重なってできる部分の面積を $y \text{ cm}^2$ とします。

- (1) 正方形 ABCD と直角二等辺三角形 $\triangle PQR$ が重なってできる部分は、どのような形になりますか。

- (2) x と y の関係を式に表しなさい。
また、 x の変域も求めなさい。

式

変域

- (3) 重なってできる部分の面積が、 120 cm^2 になるのは何秒後ですか。

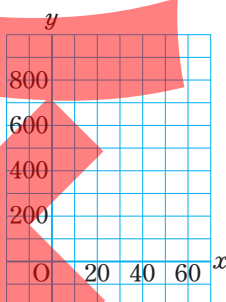
C チャレンジ



- 4** ある電車が駅を出発してから x 秒間に進む道のりを $y \text{ m}$ とすると、 $0 \leq x \leq 60$ のとき、 y は x の 2 乗に比例し、20 秒間に進んだ道のりは 100 m でした。

- (1) $0 \leq x \leq 60$ のときの、 x と y の関係を式に表しなさい。

- (2) x と y の関係を表すグラフを右の図にかき入れなさい。



- (3) 電車が駅を出発してから 30 秒間に進んだ道のりは何 m ですか。

- (4) 線路に平行な道を、電車と同じ方向に秒速 10 m で走っていた自動車が、電車が駅を出発したのと同時に、駅を通過しました。

- ① この自動車が x 秒間に進む道のりを $y \text{ m}$ として、 x と y の関係を表すグラフを(2)の図にかき入れなさい。

- ② 電車が自動車に追いつくのは、電車が駅を出発してから何秒後ですか。

いろいろな関数の利用

教 p.116~117

A 基本を身につけよう

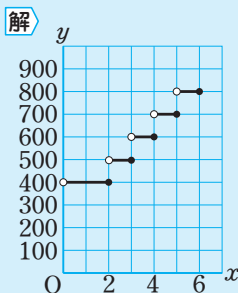
例題
1

いろいろな関数の利用

教 p.116~117

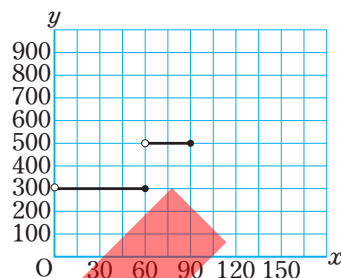
下の表は、ある駐車場で、自動車を x 時間
駐車するときの料金 y 円を表したものです。
 x と y の関係を表すグラフを、右下の図に
かき入れなさい。

$0 < x \leq 2$	$y = 400$
$2 < x \leq 3$	$y = 500$
$3 < x \leq 4$	$y = 600$
$4 < x \leq 5$	$y = 700$
$5 < x \leq 6$	$y = 800$



端の点をふくむ場合は・、
ふくまない場合は°で
表すよ。

- ② x と y の関係を表すグラフを、下の図にか
き入れて完成させなさい。



B 力をつけよう

2 いろいろな関数の利用

教 p.116~117

$0 \leq x \leq 4$ の数 x について、 x の小数第 1 位を
四捨五入した数を y とします。

- (1) x の値が次のとき、 y の値を求めなさい。

□① $x = 1.3$

□② $x = 2.5$

1 いろいろな関数の利用

教 p.116~117

右の表は、ある駐
車場で、自動車を
駐車するときの時
間とそのときの料
金の関係を表した
ものです。

料金表

60 分まで	300 円
90 分まで	500 円
120 分まで	700 円
150 分まで	900 円

- (1) 80 分駐車したときの料金は何円ですか。

- (2) 自動車を駐車する時間を x 分、そのときの料
金を y 円とします。

- ① にあてはまる数を書き入れなさい。

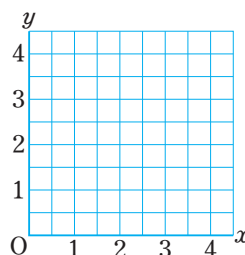
$0 < x \leq 60$ のとき、 $y = 300$

$60 < x \leq \text{$ のとき、 $y = 500$

$\text{} < x \leq \text{$ のとき、 $y = 700$

$120 < x \leq 150$ のとき、 $y = \text{$

- (2) x と y の関係を表すグラフを、下の図にか
き入れなさい。



3 いろいろな関数の利用

教 p.116~117

運送会社 A, B は、運賃を、それぞれ次の表 1, 2 のように決めています。

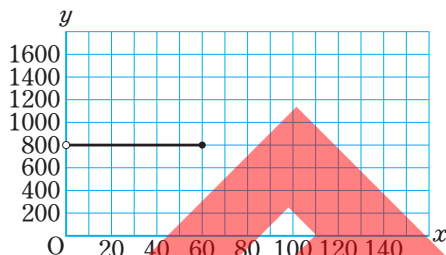
表 1 A 社の運賃

縦, 横, 高さ の合計	運賃
60cm まで	800 円
80cm まで	1000 円
100cm まで	1200 円
120cm まで	1400 円
140cm まで	1600 円

表 2 B 社の運賃

重量	運賃
2kg まで	600 円
5kg まで	800 円
10kg まで	1200 円
15kg まで	1400 円
20kg まで	1500 円

- (1) A 社の運賃表で、縦、横、高さの合計が x cm のときの運賃を y 円とします。 x と y の関係を表すグラフを、下の図にかき入れて完成させなさい。

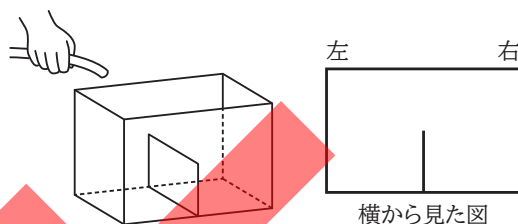


- (2) 縦、横、高さの合計が 90cm で重さが 9kg の荷物と、縦、横、高さの合計が 120cm で重さが 4kg の荷物を 1 つずつ送ります。A 社、B 社のうち、どちらか 1 社だけを利用する場合、どちらの会社を利用した方が安いのか答えなさい。

4 いろいろな関数の利用

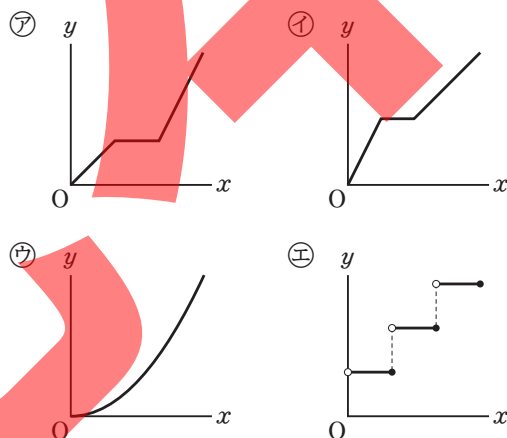
教 p.116~117

下の図のように、中央がうすいプラスチックで仕切られている直方体の水そうがあります。この水そうに、水そうの左端から、毎分同じ割合で水を入れます。水を入れはじめてからの時間を x 分、水面の高さを y cm とすると、 y は x の関数です。



ただし、右の図のように、水面が 2 つある場合は、高い方を水面の高さとします。

この関数を表すグラフは、次の㉖~㉙のどれですか。□にあてはまる記号やことばを書き入れて答えなさい。



右の図で、水は、

A → →

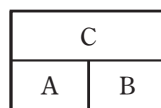
の順にたまる。

A がいっぱいになったあと、B がいっぱいになるまで、水面の高さは 。

C の底面積は、A の底面積より

ので、B がいっぱいになったあとの水面の上がる速さは、A がいっぱいになるまでより なる。

よって、あてはまるグラフは、



横から見た図

4章 関数 $y=ax^2$

1 底辺が $x\text{cm}$ で、高さが $x\text{cm}$ の三角形の面積を $y\text{cm}^2$ とします。

☐ (1) x と y の関係を式に表しなさい。

☐ (2) x の値が5倍になると、 y の値は何倍になりますか。

1 教 p.68 A 1, p.69 B 3 10点(各5点)

(1)

(2)

2 次の x と y の関係を式に表しなさい。

☐ (1) y は x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=36$ である。

☐ (2) y は x の2乗に比例し、 $x=-4$ のとき $y=-48$ である。

2 教 p.68 A 2 10点(各5点)

(1)

(2)

3 次の関数のグラフをかきなさい。

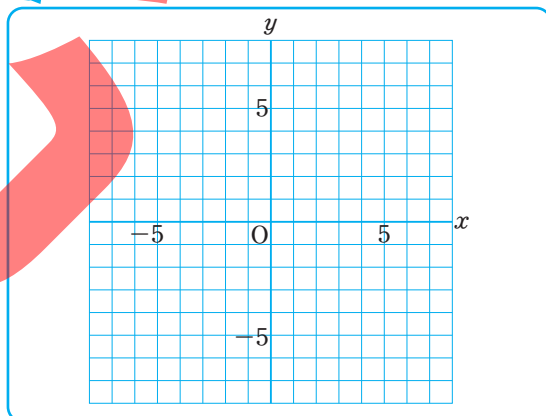
☐ (1) $y=x^2$

☐ (2) $y=-2x^2$

☐ (3) $y=\frac{1}{3}x^2$

☐ (4) $y=-\frac{1}{3}x^2$

3 教 p.70 A 1, 2 20点(各5点)



☐ 4 $x \geq 0$ の範囲で x の値が増加するとき、 y の値が減少する関数を、㉖~㉘からすべて選びなさい。

㉖ $y=7x^2$ ㉗ $y=-7x+1$ ㉘ $y=-\frac{1}{7}x^2$

4 教 p.72 B 3 6点

5 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=2x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のときの y の変域を求めなさい。

5 p.72~73

12点(各6点)

(1)	
(2)	

- (2) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

6 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=3x^2$ について、 x の値が2から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

6 p.74 A 1, p.75 B 4

12点(各6点)

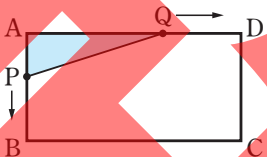
(1)	
(2)	

- (2) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が -6 から -3 まで増加するときの変化の割合が -3 であるとき、 a の値を求めなさい。

7 p.79 B 3

30点(各6点)

- 7 縦が6cm、横が12cmの長方形ABCDがあります。点Pは、辺AB上を毎秒2cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺AD上を毎秒4cmの速さでAからDまで動きます。点P、Qが点Aを同時に出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とすると、 x と y の関係を表す式と x の変域を、次のように求めました。ア～オにあてはまる式または数を答えなさい。ただし、同じ記号には同じものがはいるものとします。



x 秒後のAP, AQの長さは,

AP=2x cm, AQ= ア cm だから,

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times 2x \times \text{ア} = \text{イ} \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、求める式は、 ウ

また、点P、Qが、それぞれ点B、Dに着くのは

エ 秒後だから、 x の変域は、 オ

ア	
イ	
ウ	
エ	
オ	

4章 関数 $y=ax^2$

教 p.92~121

学習日

得点

点

1 次の問いに答えなさい。

- (1) y は x の2乗に比例し、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $-3 \leq y \leq 0$ となります。
 y を x の式で表しなさい。 (島根県)

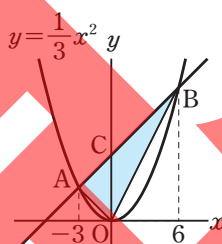
1 2 p.73 B 5, p.75 B 5 20点(各10点)

(1)

(2)

- (2) 関数 $y = -2x^2$ について、 x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が -40 です。このとき、 a の値を求めなさい。 (京都府)

- 2 右の図は、関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフで、2点A、Bはこのグラフ上の点です。点A、Bの x 座標はそれぞれ -3 、 6 で、直線ABと y 軸との交点をCとします。



- (1) 直線ABの式を求めなさい。

2 2 p.75 C 7

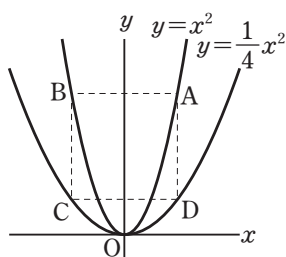
20点(各10点)

(1)

(2)

- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

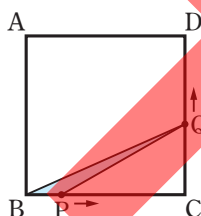
- 3 右の図で、2点A, Bは関数 $y = x^2$ のグラフ上の点、2点C, Dは関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点です。点A, Bの y 座標が等しく、四角形ABCDが正方形であるとき、点Aの座標を求めなさい。



3 p.71 C 8

20 点

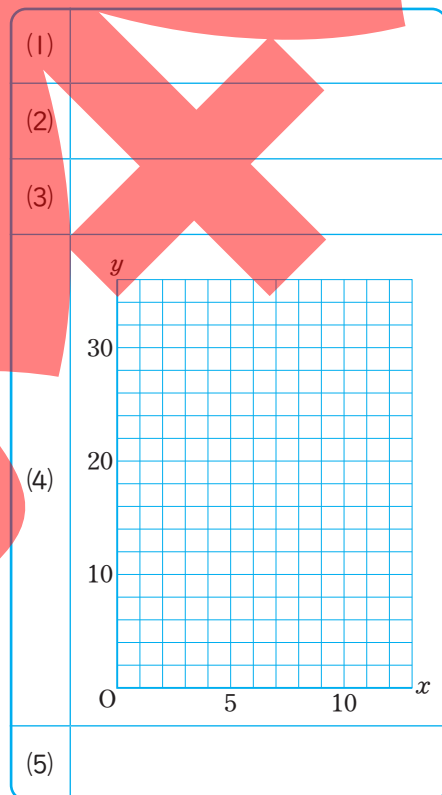
- 4 右の図のように、1辺の長さが8cmの正方形ABCDがあります。点Pは辺BC上を毎秒1cmの速さで動き、Cに到着するととまります。点Qは辺CD, DA, AB上を毎秒2cmの速さで動き、Bに到着するととまります。点P, Qがそれぞれ点B, 点Cを同時に出発してから x 秒後の $\triangle BPQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とします。



4 p.79 B 3

40 点 ((1), (2)各5点, (3)~(5)各10点)

- (1) $0 \leq x \leq 4$ のとき、 x と y の関係を式に表しなさい。
- (2) $4 \leq x \leq 8$ のとき、 x と y の関係を式に表しなさい。
- (3) $8 \leq x \leq 12$ のとき、 x と y の関係を式に表しなさい。
- (4) x と y の関係を表すグラフをかきなさい。
- (5) $\triangle BPQ$ の面積が 12 cm^2 になるのは何秒後ですか。すべて答えなさい。



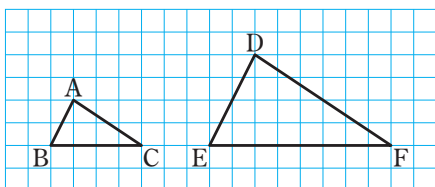


A 基本を身につけよう

□1 相似な三角形

教 p.124~125

下の図の△DEFは、△ABCを2倍に拡大したものです。次の□にあてはまるものを書き入れなさい。



△ABCと△DEFで、

AB:DE=1:□, BC:EF=1:2,

CA:FD=1:2

∠A=∠□, ∠□=∠E,

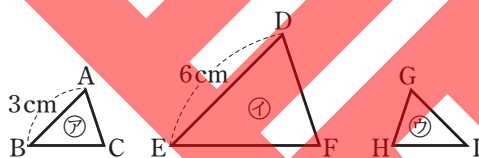
∠C=∠□

2つの三角形が相似であることを、記号〃を使って表すと、△ABC〃△□

2 相似な三角形と相似比

教 p.125~126

下の3つの三角形で、㉑と㉒は相似です。また、㉓は㉑を裏返したもので、㉑と㉓も相似です。



□(1) ㉑と㉓が相似であることを、記号〃を使って表しなさい。

△DEF〃△□

□(2) △ABCと△DEFの相似比を求めなさい。

□(3) ㉑と㉓について、∠Cと等しい角を、それぞれ答えなさい。

㉑

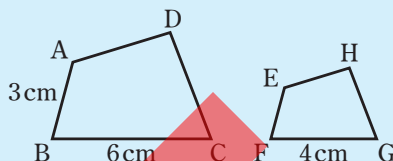
㉓

例題 1

比の性質を使って辺の長さを求める

教 p.127

下の図で、四角形ABCD〃四角形EFGHであるとき、EFの長さを求めなさい。



解 AB:EF=BC:FG 相似な図形では、対応する辺の比は等しい
だから、EF=xcmとすると、

$$3:x=6:4$$

$$6x=12$$

$$x=2$$

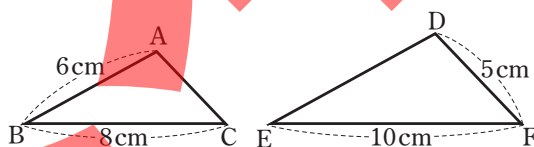
$$a:b=c:d \text{ ならば, } ad=bc$$

$$EF=2\text{cm}$$

3 比の性質を使って辺の長さを求める

教 p.127

下の図で、△ABC〃△DEFであるとき、次の辺の長さを求めなさい。



□(1) 辺DE

$$AB:DE=BC:\square$$

だから、DE=xcmとすると、

$$6:x=8:\square$$

$$8x=\square$$

$$x=\square \quad DE=\square \text{ cm}$$

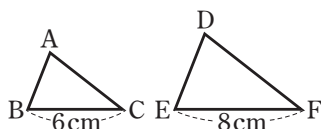
□(2) 辺AC

B 力をつけよう

4 相似な三角形と相似比

教 p.126

右の図で、
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
です。



- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

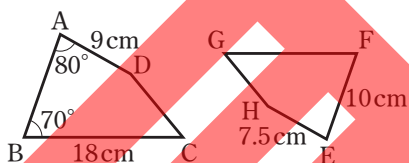
- (2) DE の長さは AB の長さの何倍ですか。

- (3) AC の長さは DF の長さの何倍ですか。

5 相似な四角形

教 p.127

下の図で、四角形 $ABCD \sim$ 四角形 $EFGH$ です。



- (1) $\angle F$ の大きさを求めなさい。

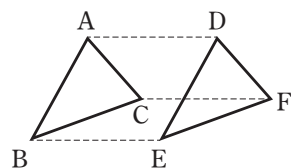
- (2) 辺 FG の長さを求めなさい。

- (3) 辺 AB の長さを求めなさい。

6 相似な三角形と相似比

教 p.126

右の図の $\triangle DEF$ は、
 $\triangle ABC$ を平行移動
したものです。



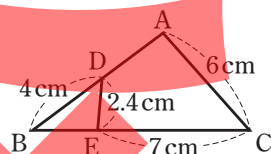
- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

- (2) この2つの三角形はどんな関係にありますか。

C チャレンジ



7 右の図で、
 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$
です。



- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ の相似比を求めなさい。

- (2) BC の長さを求めなさい。

- (3) AD の長さを求めなさい。

三角形の相似条件

教 p.128~130

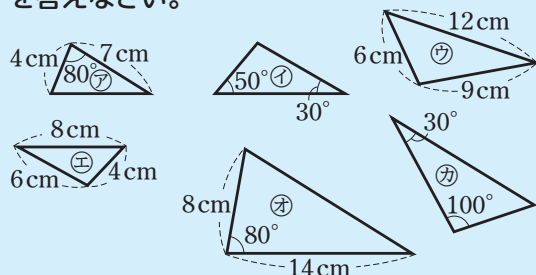
A 基本を身につけよう

例題
1

三角形の相似条件

教 p.128~130

下の㉗~㉙の三角形を、相似な三角形の組に分けなさい。また、そのとき使った相似条件を答えなさい。



解 相似な三角形

㉗と㉘

相似条件

2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。
 $\triangleright 4:8=1:2, 7:14=1:2$

相似な三角形

㉙と㉚

相似条件

2組の角が、それぞれ等しい。
 $\triangleright 180^\circ - (50^\circ + 30^\circ) = 100^\circ$

相似な三角形

㉝と㉞

相似条件

3組の辺の比が、すべて等しい。
 $\triangleright 6:4=3:2, 9:6=3:2, 12:8=3:2$

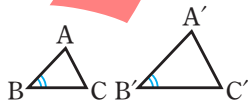
三角形の相似条件

2つの三角形は、次のそれぞれの場合に相似である。

① 3組の辺の比が、すべて等しいとき



② 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいとき



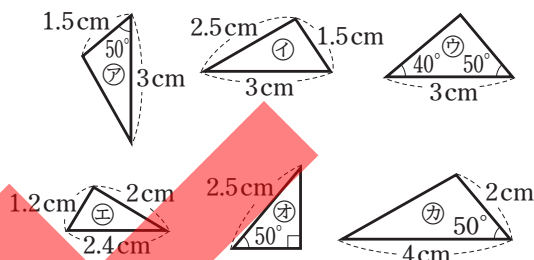
③ 2組の角が、それぞれ等しいとき



□ 1 三角形の相似条件

教 p.128~130

下の㉗~㉙の三角形を、相似な三角形の組に分けなさい。また、そのとき使った相似条件を答えなさい。



相似な三角形

相似条件

相似な三角形

相似条件

相似な三角形

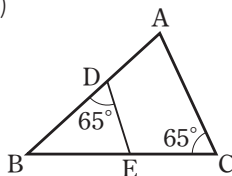
相似条件

2 三角形の相似条件

教 p.130

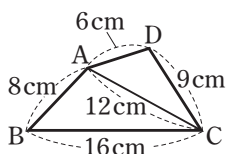
次の(1)~(3)のそれぞれの図について、相似な三角形の組を見つけ、その関係を記号 $\sim$ を使って表しなさい。また、そのとき使った相似条件を答えなさい。

□ (1)



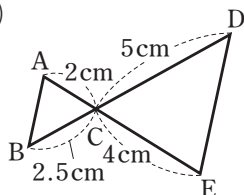
相似条件

□(2)



相似条件

□(3)



相似条件

B 力をつけよう

3 三角形の相似条件

教 p.128~130

2つの三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $AB=4\text{cm}$ 、 $AC=5\text{cm}$ 、 $DE=10\text{cm}$ 、 $DF=12.5\text{cm}$ 、 $\angle A=\angle D$ となっています。

□(1) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ を示す相似条件を答えなさい。

□(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

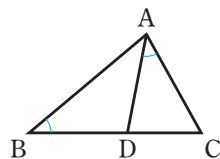
□(3) $BC=8\text{cm}$ のとき、 EF の長さを求めなさい。

4 三角形の相似条件

教 p.128~130

右の図で、
 $\angle ABC = \angle DAC$ です。

□(1) 相似な三角形の組を見つけ、その関係を記号 $\sim$ を使って表しなさい。



□(2) $AB=9\text{cm}$ 、 $BC=10\text{cm}$ 、 $AC=6\text{cm}$ のとき、線分 DC の長さを求めなさい。

C チャレンジ



□5 右の図の $\angle A=90^\circ$ の

$\triangle ABC$ で、 AB 上の点 D から BC に垂線 DE をひくとき、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ であることを次のように証明します。□をうめて、証明を完成させなさい。

〔証明〕

$\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ で、
仮定より、

$$\angle BAC = \angle \square = \square^\circ \quad \cdots \cdots ①$$

$\angle B$ は共通だから、

$$\angle ABC = \angle \square \quad \cdots \cdots ②$$

①、②から、

ので、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

相似の証明については、次でくわしく学習するよ。





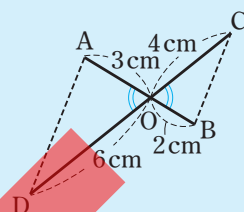
A 基本を身につけよう

例題
1

三角形の相似条件を使った証明

教 p.131~133

右の図のように、2つの線分ABとCDが点Oで交わっています。 $\triangle ADO \sim \triangle BCO$ であることを証明しなさい。



対応する辺の比や角を調べ、三角形の相似条件のどれが使えるかを考えよう。



解 [証明] $\triangle ADO$ と $\triangle BCO$ で、

$$AO : BO = 3 : 2$$

$$DO : CO = 6 : 4 = 3 : 2$$

よって、 $AO : BO = DO : CO$

.....①

対頂角は等しいから、 $\angle AOD = \angle BOC$

.....②

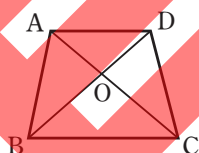
①、②から、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADO \sim \triangle BCO$$

□1 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131~133

下の図のような、 $AD \parallel BC$ の台形ABCDがあり、点Oは対角線の交点です。

$\triangle AOD \sim \triangle COB$ であることを、次の□をうめて証明しなさい。



[証明] $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ で、

対頂角は等しいから、

$$\angle AOD = \angle \square \text{①}$$

平行線の錯角は等しいので、 $AD \parallel BC$ から、

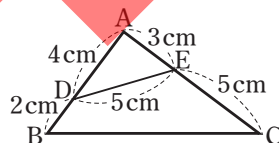
$$\angle DAO = \angle \square \text{②}$$

①、②から、

ので、 $\triangle AOD \sim \triangle COB$

2 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131~133

右の図について、次の問いに答えなさい。



□(1) $\triangle ABC \sim \triangle AED$

であることを、次の

□をうめて証明しなさい。

[証明] $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ で、

$$AB : AE = \square : 3 = \square : 1$$

$$AC : AD = \square : 4 = \square : 1$$

よって、 $AB : AE = AC : AD$ ①

また、 $\angle A$ は共通だから、

$$\angle BAC = \angle \square \text{②}$$

①、②から、

が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$

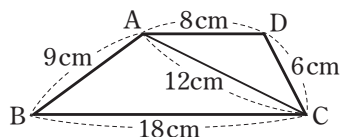
□(2) BCの長さを求めなさい。

B 力をつけよう

□3 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131~133

下の図で、 $AD \parallel BC$ であることを、次の

□をうめて証明しなさい。



〔証明〕 $\triangle ABC$ と $\triangle DCA$ で、

$$AB : \square = 9 : \square = 3 : \square$$

$$BC : \square = 18 : \square = 3 : \square$$

$$CA : \square = 12 : \square = 3 : \square$$

よって、 $AB : DC = BC : CA = CA : AD$

□

ので、 $\triangle ABC \sim \triangle \square$

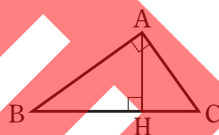
相似な図形では、対応する角の大きさは等しいの

で、 $\angle ACB = \angle \square$

よって、錯角が等しいので、 $AD \parallel \square$

4 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131~133

右の図の $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形ABCで、点Aから斜辺BCに垂線AHをひきます。

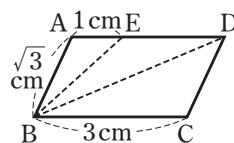


□(1) $\triangle HBA \sim \triangle ABC$ であることを証明しなさい。

□(2) $AB = 4\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$, $CA = 3\text{ cm}$ のとき、AHの長さを求めなさい。

□5 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131~133

右の図は、 $AB = \sqrt{3}\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$ の平行四辺形ABCDです。辺AD上に $AE = 1\text{ cm}$ となる点Eを

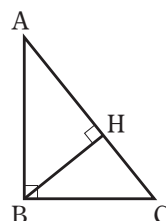


をとるとき、 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$ であることを証明しなさい。

(2020年度・青森県改題)

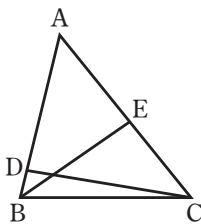
C チャレンジ

□6 右の図の $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形ABCで、点Bから斜辺ACに垂線BHをひきます。このとき、 $\triangle ABH \sim \triangle BCH$ であることを証明しなさい。





- 1 右の図の $\triangle ABC$ で、
辺 AB , AC 上に、
 $\angle ABE = \angle ACD$ となる
ように、それぞれ、点 D ,
 E をとります。



- (1) $\triangle ABE \sim \triangle ACD$

であることを、次の□をうめて証明しなさい。

〔証明〕

$\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ で、
仮定より、

$$\angle ABE = \angle \square \quad \cdots \cdots ①$$

$\angle A$ は共通だから、

$$\angle BAE = \angle \square \quad \cdots \cdots ②$$

①, ②から、

□

ので、

$$\triangle ABE \sim \triangle ACD$$

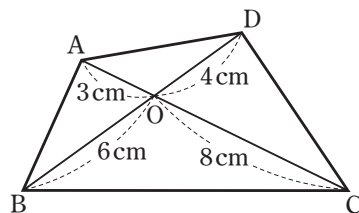
- (2) $\angle BEC = 95^\circ$ のとき、 $\angle ADC$ の大きさは何
度ですか。次の□をうめて求めなさい。

$$\angle AEB = \square^\circ - \angle BEC = \square^\circ$$

(1)より、 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ だから、
相似な図形では、対応する角の大きさは等しい
ので、

$$\angle ADC = \angle \square = \square^\circ$$

- 2 右の図の
四角形 $ABCD$
で、点 O は、
 AC , BD の
交点です。



- (1) $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ であることを、次の

□をうめて証明しなさい。

〔証明〕

$\triangle AOB$ と $\triangle DOC$ で、

$$AO : DO = 3 : \square$$

$$BO : \square = 6 : 8 = 3 : \square$$

よって、

$$AO : DO = BO : \square \quad \cdots \cdots ①$$

対頂角は等しいから、

$$\angle AOB = \angle \square \quad \cdots \cdots ②$$

①, ②から、

□

が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AOB \sim \triangle DOC$$

- (2) $DC = 5\text{cm}$ のとき、 AB の長さは何 cm です
か。次の□をうめて求めなさい。

(1)より、 $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ だから、

$$AB : \square = AO : DO$$

よって、 $AB = x\text{cm}$ とすると、

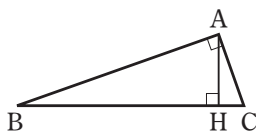
$$x : \square = 3 : 4$$

$$4x = \square$$

$$x = \square$$

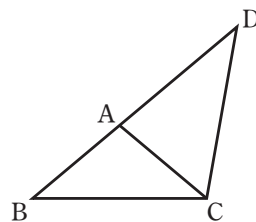
したがって、 AB の長さは、 $\square\text{cm}$

- 3 右の図の $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形 ABC で、点 A から斜辺 BC に垂線 AH をひきます。



- (1) $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ であることを証明しなさい。

- 4 右の図の $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC で、直線 BA 上に、 $CD = CB$ となる点 D をとります。



- (1) $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ であることを証明しなさい。

- (2) $AC = 6\text{ cm}$, $HC = 2\text{ cm}$ のとき、 BC の長さを求めなさい。

- (2) $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 12\text{ cm}$ のとき、 AD の長さを求めなさい。

平行線と線分の比(1)

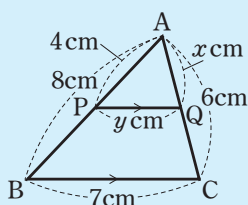
教 p.135~139

A 基本を身につけよう

例題 1 平行線と線分の比

教 p.135~137

右の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。



解 AP : AB = AQ : AC

$$4 : 8 = x : 6$$

$$8x = 24 \quad x = 3$$

AP : AB = PQ : BC

$$4 : 8 = y : 7$$

$$8y = 28 \quad y = 3.5$$

▶ $PQ \parallel BC$ のとき、

$$\textcircled{1} AP : AB = AQ : AC = PQ : BC$$

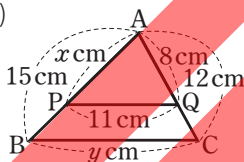
$$\textcircled{2} AP : PB = AQ : QC$$

1 平行線と線分の比

教 p.135~137

次の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

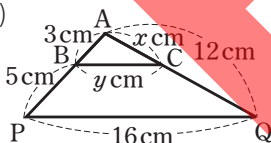
□(1)



$$x =$$

$$y =$$

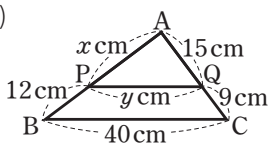
□(2)



$$x =$$

$$y =$$

□(3)



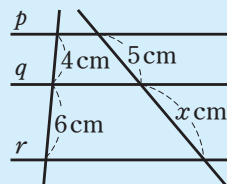
$$x =$$

$$y =$$

例題 2

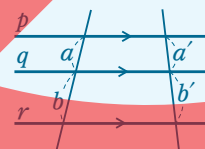
平行線にはさまれた線分の比 教 p.138~139

右の図で、直線 p 、 q 、 r が平行のとき、 x の値を求めなさい。

解 $4 : 6 = 5 : x$

$$4x = 30$$

$$x = 7.5$$

▶ 下の図で、直線 p 、 q 、 r が平行のとき

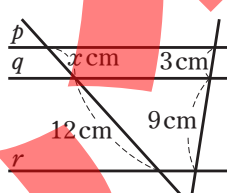
$$\textcircled{1} a : b = a' : b'$$

$$\textcircled{2} a : a' = b : b'$$

2 平行線にはさまれた線分の比 教 p.138~139

次の図で、直線 p 、 q 、 r が平行のとき、 x の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)

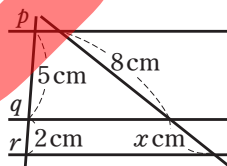


$$x : \square = 3 : \square$$

$$9x = \square$$

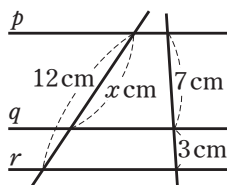
$$x = \square$$

□(2)



$$x =$$

□(3)



$$x =$$

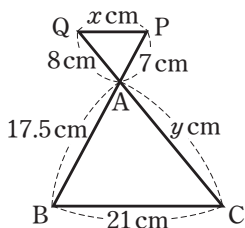
B 力をつけよう

3 平行線と線分の比

教 p.135~137

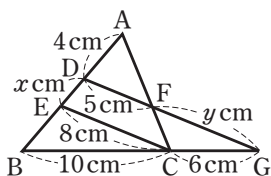
次の図で、 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

□(1) $PQ \parallel BC$



$x =$ $y =$

□(2) $DG \parallel EC$

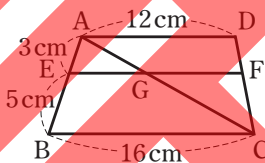


$x =$ $y =$

4 平行線と線分の比

教 p.135~137

右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形 ABCD で、 $EF \parallel BC$ です。AC と EF との交点を G とします。



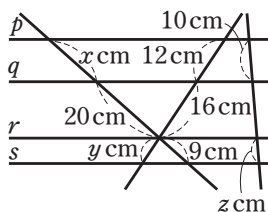
□(1) 線分 EG の長さを求めなさい。

□(2) 線分 EF の長さを求めなさい。

5 平行線にはさまれた線分の比

教 p.138~139

次の図で、直線 p 、 q 、 r 、 s が平行のとき、 x 、 y 、 z の値を求めなさい。

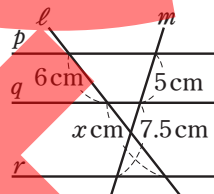


$x =$ $y =$ $z =$

6 平行線にはさまれた線分の比

教 p.138~139

右の図で、直線 p 、 q 、 r が平行のとき、 x の値を求めなさい。

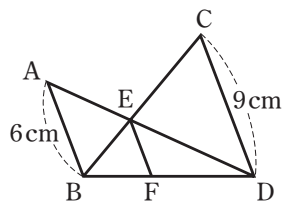


$x =$

C チャレンジ



□7 右の図で、AB、CD、EF は平行です。AB = 6 cm、CD = 9 cm のとき、EF の長さを求めなさい。



平行線と線分の比(2)

教 p.139~142

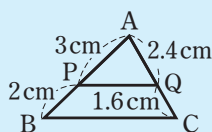
A 基本を身につけよう

例題
1

線分の比と平行線

教 p.139~141

右の図で、 $PQ \parallel BC$ といえますか。理由もあわせて書きなさい。

解 $AP : PB = 3 : 2$

$$AQ : QC = 2.4 : 1.6 \\ = 3 : 2$$

よって、

$$AP : PB = AQ : QC$$

だから、 $PQ \parallel BC$ といえる。

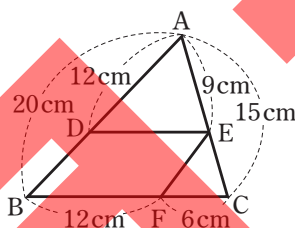
▶ 次のことが成り立つ。

① $AP : AB = AQ : AC$ ならば、 $PQ \parallel BC$ ② $AP : PB = AQ : QC$ ならば、 $PQ \parallel BC$
この問題では、②を利用している。

1 線分の比と平行線

教 p.139~141

右のような図形があるとき、次のことがいえますか。

□(1) $DE \parallel BC$  $\triangle ABC$ で、

$$AD : AB = 12 : \square = \square : \square$$

$$AE : \square = 9 : \square = \square : \square$$

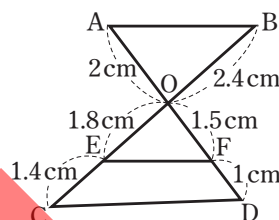
よって、 $AD : AB = AE : \square$ だから、 $DE \parallel BC$ と $\square$ 。□(2) $EF \parallel AB$

B 力をつけよう

2 線分の比と平行線

教 p.139~141

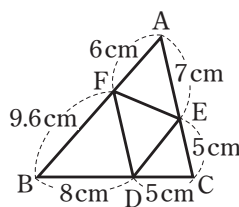
右の図で、次の線分は平行といえますか。

□(1) AB と CD □(2) AB と EF

3 線分の比と平行線

教 p.139~141

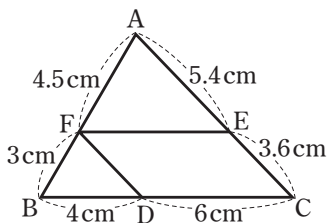
右の図の DE , EF , FD のうち、 $\triangle ABC$ の辺に平行な線分はどれですか。



□4 線分の比と平行線

教 p.139~141

右の図で、四角形
FDCEは平行四
辺形であることを
証明しなさい。



□(1) 2点B, Cが線分ADを3等分する点であることを、次の□をうめて証明しなさい。

〔証明〕 左下の図で、直線AS, PB, QCは平行だから、平行線と線分の比の性質より、

$$AB : BC = AP : PQ = \square : 1$$

また、直線PB, QC, RDは平行だから、平行線と線分の比の性質より、

$$BC : CD = \square : QR = 1 : \square$$

したがって、

$$AB : BC : CD = \square : \square : 1$$

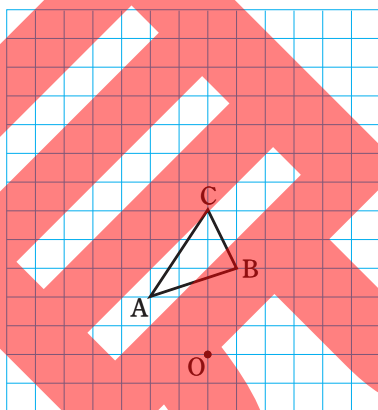
であるから、2点B, Cは、線分ADを3等分する点である。

□(2) 左下の図に、ノートの横幅を3等分する線をかきなさい。

□5 拡大図

教 p.141~142

下の図で、点Oを中心として、△ABCを2倍に拡大した△A'B'C'をかきなさい。



□C チャレンジ



□7 右の図のような、

AD//BCの台形

ABCDがあります。

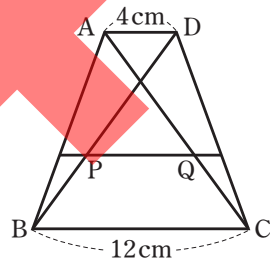
線分DB, AC上に、

$$DP : PB = 5 : 3,$$

$$AQ : QC = 5 : 3$$

となるように、それ

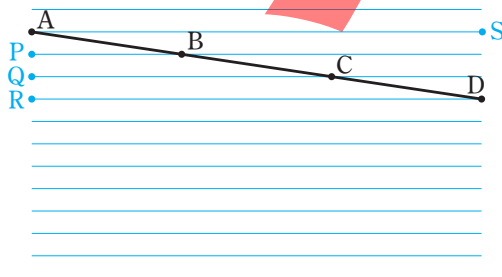
ぞれ、点P, Qをとるとき、PQの長さを求めなさい。



6 平行線と線分の比の性質の利用

教 p.142

下の図のように、ノートの罫線^{けい}を使って、ノートの横幅を3等分する線をかく方法を考えます。



中点連結定理

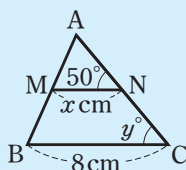
教 p.143~144

A 基本を身につけよう

例題 1 中点連結定理

教 p.143

右の図の $\triangle ABC$ で、点M、Nは、それぞれ、辺AB、ACの中点です。 x 、 y の値を求めなさい。



【解】点M、Nは、それぞれ、辺AB、ACの中点だから、

中点連結定理より、 $MN \parallel BC$, $MN = \frac{1}{2}BC$

$MN = \frac{1}{2}BC$ より、 $x = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

平行線の同位角は等しいので、

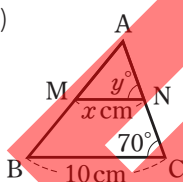
$MN \parallel BC$ から、 $y = 50$ $x = 4$, $y = 50$

1 中点連結定理

教 p.143

次の図の $\triangle ABC$ で、点M、Nは、それぞれ、辺AB、ACの中点です。 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)



点M、Nは、それぞれ、
辺AB、ACの中点だから、
中点連結定理より、
 $MN \parallel BC$,

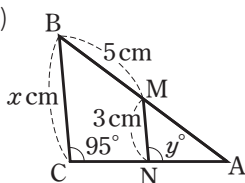
$MN = \frac{1}{2}BC$

$MN = \frac{1}{2}BC$ より、 $x = \frac{1}{2} \times \square = \square$

平行線の $\square$ は等しいので、

$MN \parallel BC$ から、 $y = \square$

□(2)



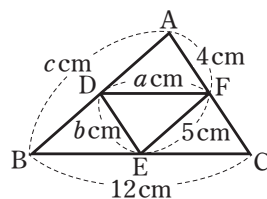
$x =$

$y =$

□2 中点連結定理

教 p.143

右の図は、 $\triangle ABC$ の辺AB、BC、CAの中点を、それぞれ、D、E、Fとしたものです。 a 、 b 、 c の値を求めなさい。



$a =$

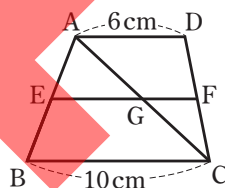
$b =$

$c =$

3 中点連結定理

教 p.143

右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形ABCDで、Eは辺ABの中点です。点Eを通りBCに平行な直線をひき、DCとの交点をF、ACとの交点をGとします。



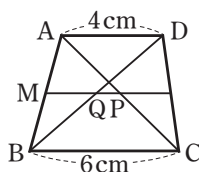
□(1) $AG:GC$ を求めなさい。

□(2) 線分EFの長さを求めなさい。

4 中点連結定理

教 p.143

右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ で、辺 AB 、対角線 AC の中点を、それぞれ、 M 、 P とします。また、直線 MP と対角線 DB との交点を Q とします。次の線分の長さを求めなさい。



□(1) MP

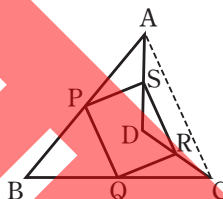
□(2) MQ

5 中点連結定理

教 p.143~144

右の図で、 AB 、 BC 、 CD 、 DA の中点を、それぞれ、 P 、 Q 、 R 、 S とします。

□(1) 四角形 $PQRS$ が平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2) $AC=BD$ のとき、四角形 $PQRS$ はどんな四角形になりますか。

C チャレンジ



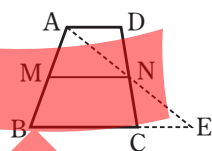
6 右の図は、 $AD \parallel BC$ の

台形 $ABCD$ で、2 辺 AB 、 DC の中点を、それぞれ M 、 N とすると、 $MN \parallel BC$ 、

$MN = \frac{1}{2}(AD+BC)$ となります。下の証明の続きを書き、これを証明しなさい。

〔証明〕 AN を延長した直線と BC を延長した直線との交点を E とする。

$\triangle ADN$ と $\triangle ECN$ で、



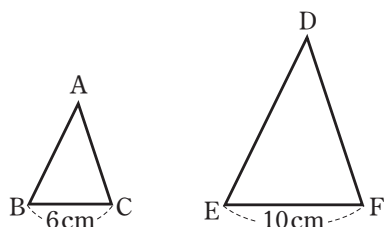


A 基本を身につけよう

1 相似な図形の面積

教 p.146~148

下の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似です。



- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

$$BC : EF = 6 : \square = \square : \square$$

よって、相似比は、 $\square : \square$

- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の面積の比を求めなさい。

相似比が $m:n$ ならば、面積の比は

$m^2 : \square$ だから、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の

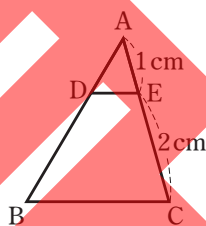
面積の比は、 $\square^2 : \square^2 = \square : \square$

2 相似な図形の面積

教 p.146~148

右の図で、 $DE \parallel BC$ です。

- (1) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の相似比を求めなさい。



- (2) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比を求めなさい。

- (3) $\triangle ADE$ と四角形DBCEの面積の比を求めなさい。

- (4) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の周りの長さの比を求めなさい。

例題 1

相似比を使って面積を求める

教 p.148

相似比が $3:2$ の相似な2つの図形F、Gがあります。Fの面積が 450cm^2 のとき、Gの面積を求めなさい。

解 相似比が $3:2$ だから、面積の比は $3^2:2^2$ となる。Gの面積を $x\text{cm}^2$ とすると、

$$450 : x = 3^2 : 2^2$$

$$9x = 450 \times 4$$

$$x = 200$$

$$200\text{cm}^2$$

3 相似比を使って面積を求める

教 p.148

相似比が $3:4$ の相似な2つの図形F、Gがあります。

- (1) Fの面積が 108cm^2 のとき、Gの面積を求めなさい。

相似比が $3:4$ だから、面積の比は $3^2 : \square^2$

となる。Gの面積を $x\text{cm}^2$ とすると、

$$\square : x = 3^2 : \square^2$$

$$\square x = \square \times 16 \quad x = \square$$

よって、Gの面積は、 $\square\text{cm}^2$

- (2) Gの面積が 112cm^2 のとき、Fの面積を求めなさい。

4 相似比を使って面積を求める

教 p.148

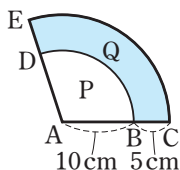
対応する辺の長さが 2cm と 7cm の相似な2つの五角形FとGがあります。Fの面積が 80cm^2 のとき、Gの面積を求めなさい。

B 力をつけよう

□5 相似な図形の面積

右の図のおうぎ形で、
 $AB=10\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$
 です。Pの部分の面積が
 $32\pi\text{cm}^2$ のとき、Qの部分
 の面積を求めなさい。

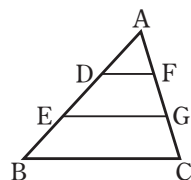
教 p.146~148



7 相似な図形の面積

教 p.146~148

右の図の $\triangle ABC$ で、D、Eは
 辺ABを、F、Gは辺ACを、
 それぞれ3等分した点です。



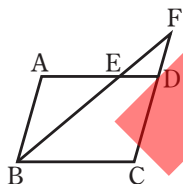
- (1) $\triangle ADF$ と台形DEGFの
 面積の比を求めなさい。

- (2) 台形DEGFと台形EBCGの面積の比を求
 めなさい。

6 相似な図形の面積

教 p.146~148

右の図の $\square ABCD$ で、点E
 は辺ADを2:1に分ける
 点です。また、BEの延長と
 CDの延長との交点をFとし
 ます。



- (1) $\triangle FED$ と $\triangle FBC$ の面積の比を求めなさい。

- (2) $\triangle FED$ と $\triangle ABE$ の面積の比を求めなさい。

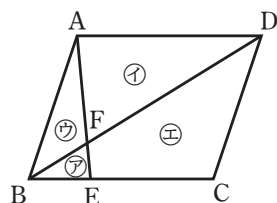
- (3) $\triangle ABE$ と台形EBCDの面積の比を求めな
 さい。

C チャレンジ



□8 $\square ABCD$ で、BC

上に $BE:EC=1:2$
 となる点Eをとり、線
 分AE、BDで平行四



辺形を右の図のように、
 ㉗、㉘、㉙、㉚の4つの部分に分けます。㉗
 の面積をSとすると、㉘、㉙、㉚の面積を、
 それぞれSを使って表しなさい。

㉗

㉘

㉙



A 基本を身につけよう

1 相似な立体の表面積と体積 教 p.149~152
次の問いに答えなさい。

- (1) 相似比が3:4の相似な2つの立体F, Gの、
表面積の比と体積の比を求めなさい。
相似比が $m:n$ ならば、表面積の比は、
 $m^2:$, 体積の比は、 $m^3:$ だから、
FとGの

表面積の比は、 $3^2:$ $=$ $:$

体積の比は、 $3^3:$ $=$ $:$

- (2) 相似比が5:2の相似な2つの立体F, Gの、
表面積の比と体積の比を求めなさい。

表面積の比

体積の比

- (3) 相似な2つの三角錐F, Gがあります。Fの
高さが18cm, Gの高さが27cmのとき、Fと
Gの、表面積の比と体積の比を求めなさい。

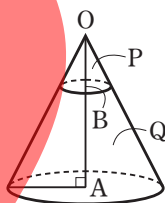
表面積の比

体積の比

2 相似な立体の体積

教 p.152

右の図で、円錐の高さをOAと
します。OAを1:2に分ける
点Bを通り、底面に平行な平
面で、立体PとQに分けます。
PとQの体積の比を求めなさい。



例題 1 相似比を使って表面積、体積を求める 教 p.151

相似比が4:3の相似な2つの立体F, G
があります。Fの表面積が 80cm^2 、体積が
 320cm^3 のとき、Gの表面積と体積を、そ
れぞれ求めなさい。

【解】相似比が4:3だから、表面積の比は $4^2:3^2$ 、
体積の比は $4^3:3^3$ となる。

Gの表面積を $x\text{cm}^2$ とすると、

$$80:x=4^2:3^2$$

$$16x=80\times 9 \quad x=45$$

Gの体積を $y\text{cm}^3$ とすると、

$$320:y=4^3:3^3$$

$$64y=320\times 27 \quad y=135$$

Gの表面積 45cm^2 、体積 135cm^3

3 相似比を使って表面積、体積を求める 教 p.151

相似比が1:2の相似な2つの立体F, Gがあ
ります。

- (1) Fの表面積が 50cm^2 のとき、Gの表面積を
求めなさい。

- (2) Gの体積が 128cm^3 のとき、Fの体積を求め
なさい。

4 相似比と体積

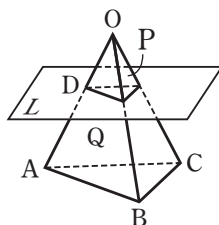
教 p.151

直径が4.2cmの球Fと直径が16.8cmの球
Gがあります。球Gの体積は、球Fの体積の何
倍ですか。

5 相似な立体の体積

教 p.152

右の図のように、三角錐 $OABC$ の底面 ABC に平行な平面 L が、辺 OA と点 D で交わり、 $OD : DA = 2 : 3$ です。このとき、平面 L で分けられた三角錐の2つの部分 P と Q について、次の問いに答えなさい。



- (1) P と三角錐 $OABC$ は相似です。相似比を求めなさい。

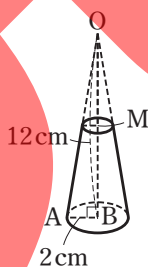
- (2) P と Q の体積の比を求めなさい。

- (3) 三角錐 $OABC$ の体積が 250 cm^3 のとき、 Q の体積を求めなさい。

6 相似な立体の体積

教 p.152

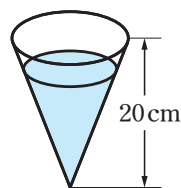
右の図は、底面の半径が 2 cm 、高さが 12 cm の円錐を、 OB の中点 M を通り、底面に平行な平面で2つに分けて、上部にできた小さな円錐を取り除いたものです。この立体の体積を求めなさい。



7 相似な立体の体積

教 p.152

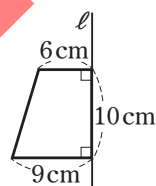
右のような、高さ 20 cm で、 500 cm^3 の薬がはいる円錐の形の容器があり、いま、薬が高さ 4 cm 分減っています。最初は、上までいっぱいにはいていたとして、何 cm^3 の薬を使ったかを求めなさい。



C チャレンジ



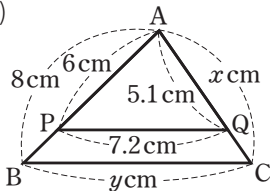
- 8 右の図のような台形を、直線 ℓ を回転の軸として1回転させてできる立体 P の体積を求めなさい。





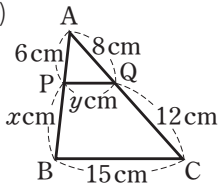
- 1 次の図で, $PQ \parallel BC$ のとき, x, y の値を, それぞれ求めなさい。

□(1)



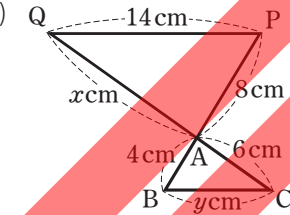
$$x = \quad y =$$

□(2)



$$x = \quad y =$$

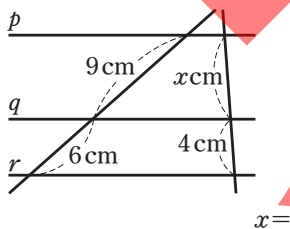
□(3)



$$x = \quad y =$$

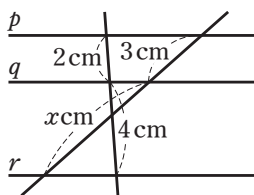
- 2 次の図で, 直線 p, q, r が平行のとき, x の値を, それぞれ求めなさい。

□(1)



$$x =$$

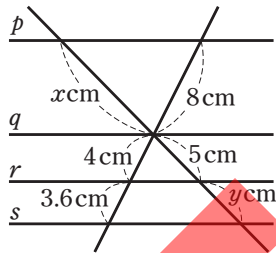
□(2)



$$x =$$

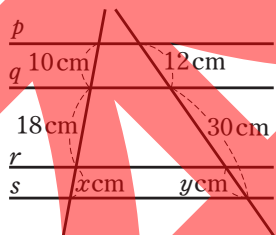
- 3 次の図で, 直線 p, q, r, s が平行のとき, x, y の値を, それぞれ求めなさい。

□(1)



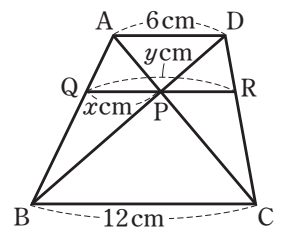
$$x = \quad y =$$

□(2)



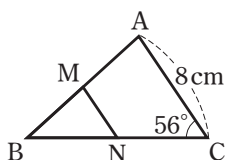
$$x = \quad y =$$

- 4 右の図は, $AD \parallel BC$ の台形です。対角線の交点 P を通り BC に平行な直線と AB, DC との交点を, それぞれ, Q, R とします。 x, y の値を求めなさい。



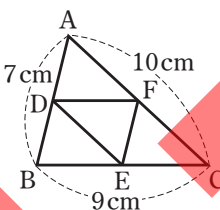
$$x = \quad y =$$

- 5 右の図の $\triangle ABC$ で、点M、Nは、それぞれ、辺AB、BCの中点です。 $\angle MNB$ の大きさと、MNの長さを求めなさい。



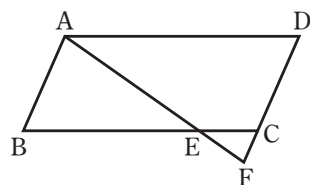
$\angle MNB =$ _____ $MN =$ _____

- 6 右の図の $\triangle ABC$ で、点D、E、Fは、それぞれ、辺AB、BC、CAの中点です。 $\triangle DEF$ の周りの長さを求めなさい。



- 7 相似比が2:5の相似な2つの図形F、Gがあります。Gの面積が 100cm^2 のとき、Fの面積を求めなさい。

- 8 右の図の $\square ABCD$ で、Eは辺BC上の点で、 $BE:EC=3:1$ です。また、AEの延長とDCの延長との交点をFとします。



- (1) $\triangle FCE$ と $\triangle FDA$ の面積の比を求めなさい。

- (2) $\triangle FCE$ と $\triangle ABE$ の面積の比を求めなさい。

- (3) $\triangle ABE$ と $\square ABCD$ の面積の比を求めなさい。

- 9 相似比が3:1の相似な2つの立体F、Gがあります。Fの体積が 270cm^3 のとき、Gの体積を求めなさい。

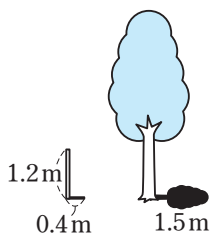


A 基本を身につけよう

□1 相似の利用

教 p.154

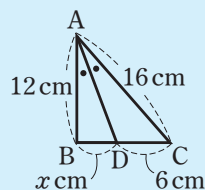
右の図のように、地面に垂直に立てた1.2mの棒の影が0.4mのとき、木の影を測ると1.5mでした。この木の高さを求めなさい。



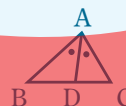
例題1 角の二等分線の性質

教 p.155~157

右の図で、印をつけた角の大きさが等しいとき、 x の値を求めなさい。



解 $AB : AC = BD : DC$ $\triangleright \triangle ABC$ で、 $\angle A$ の二等分線と辺BCとの交点をDとすると、
 $12 : 16 = x : 6$
 $16x = 72$
 $x = 4.5$
 $AB : AC = BD : DC$



3 角の二等分線の性質

教 p.155~157

次の図で、印をつけた角の大きさが等しいとき、 x の値を、それぞれ求めなさい。

□2 縮図の利用

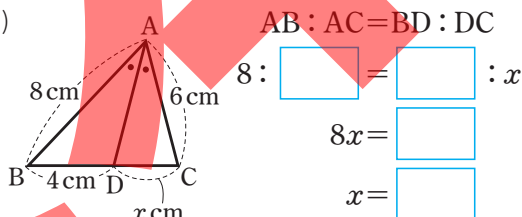
教 p.154

校舎の影を利用して、校舎の高さを調べることにしました。光のさしこんでいる角度は 60° で、影の長さは5mでした。縮図をかいて、校舎の高さを求めなさい。

〔縮図〕



□(1)



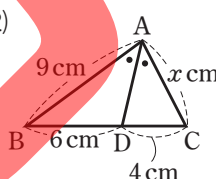
$$AB : AC = BD : DC$$

$$8 : \boxed{} = \boxed{} : x$$

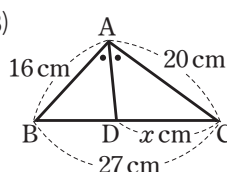
$$8x = \boxed{}$$

$$x = \boxed{}$$

□(2)


 $x =$

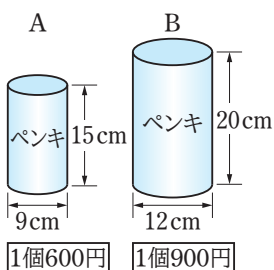
□(3)


 $x =$

4 相似の利用

教 p.157

右の図のような、相似な円柱の形をしたペンキの缶 A と B があります。A と B の値段は、それぞれ 600 円と 900 円です。



- (1) A と B の体積の比を求めなさい。

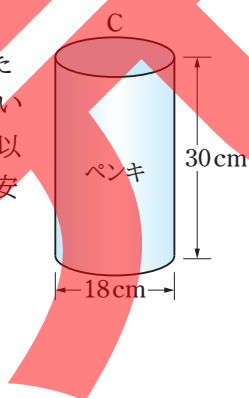
- (2) 1800 円で、A を 3 個買うのと B を 2 個買うのとでは、どちらが割安か答えなさい。また、その理由を説明しなさい。

説明しよう!!

割安な方

理由

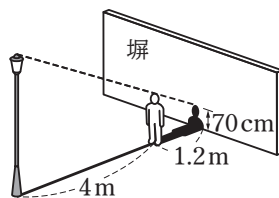
- (3) 別の日にお店に行くと、右のような円柱の形をしたペンキの缶 C が売られていました。C の値段が何円以下であれば、B よりも割安でしょうか。



C チャレンジ



- 5 右の図のように、街灯の真下から 4m 離れたところに、身長 1.6m の人が立っています。街灯の光で、この人の影が、地面に 1.2m、塀に 70cm うつっています。このとき、街灯の高さを求めなさい。



相似を利用すると、いろいろな身のまわりの問題を解決することができるんだね。



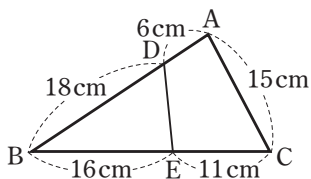
5章 図形と相似

教 p.122~161

点

1 下の図について、次の問いに答えなさい。

- (1) 相似な三角形の組を見つけ、その関係を記号 $\sim$ を使って表しなさい。また、そのとき使った相似条件を答えなさい。

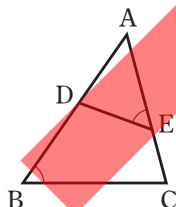


- (2) DE の長さを求めなさい。

1 2 p.88 A 2, p.89 B 3 18点(各6点)

	三角形の組
(1)	相似条件
(2)	

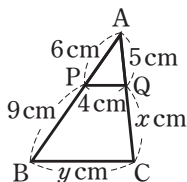
- 2 右の図で、 $\angle ABC = \angle AED$ のとき、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ であることを証明しなさい。



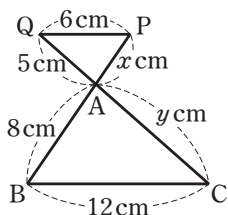
2 2 p.90 A 1 10点

- 3 次の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x, y の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)



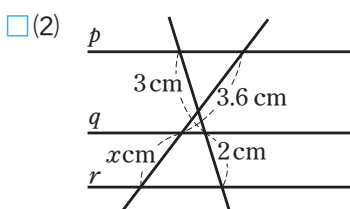
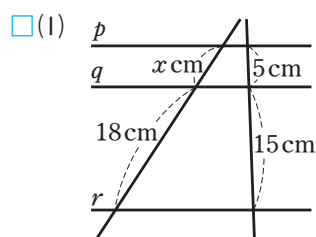
□(2)



3 2 p.94 A 1, p.95 B 3 24点(各6点)

	$x =$
(1)	$y =$
	$x =$
(2)	$y =$

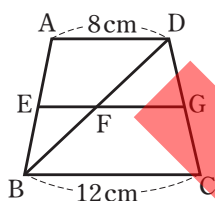
- 4 次の図で、直線 p, q, r が平行のとき、 x の値を、それぞれ求めなさい。



- 4 p.94 A 2, p.95 B 6 12点(各6点)

(1)	$x =$
(2)	$x =$

- 5 右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ で、 E は辺 AB の中点です。点 E を通り BC に平行な直線をひき、 DB, DC との交点を、それぞれ F, G とするとき、線分 EG の長さを求めなさい。



- 5 p.98 A 3 12点

--	--

- 6 相似な2つの円柱 F, G があり、 F と G の高さの比は $4:3$ です。

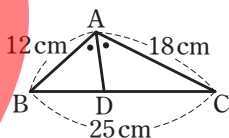
- (1) F と G の表面積の比を求めなさい。

- (2) G の体積が $54\pi \text{ cm}^3$ のとき、 F の体積を求めなさい。

- 6 p.102 A 1・3 12点(各6点)

(1)	
(2)	

- 7 右の図で、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、 DC の長さを求めなさい。



- 7 p.106 A 3 12点

--	--

5章 図形と相似

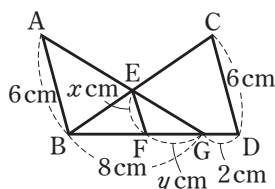
教 p.122~161

学習日

得点

点

- **1** 右の図で、 AB , CD , EF は平行です。 x , y の値を求めなさい。



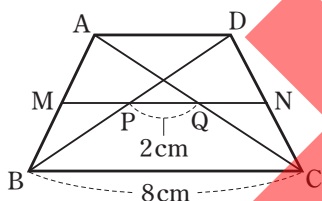
1 p.95 ⑦

20点(各10点)

$x =$

$y =$

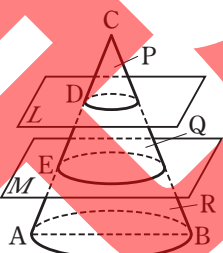
- **2** 右の図のような、 $AD \parallel BC$ である台形 $ABCD$ があります。辺 AB の中点 M を通り辺 BC に平行な直線と、辺 CD , 対角線 BD , AC との交点を、それぞれ N , P , Q とします。 $BC = 8\text{cm}$, $PQ = 2\text{cm}$ のとき、辺 AD の長さを求めなさい。



2 p.98 ③

10点

- **3** 右の図のように、線分 AB を直径とする円を底面とし、点 C を頂点とする円錐があります。この円錐の母線 CA 上に $CD = DE = EA$ となる点 D , E をとり、この円錐の底面と平行で点 D , E を通る平面をそれぞれ平面 L , M とします。平面 L と平面 M で分けられた円錐の3つの部分を頂点に近い方から、 P , Q , R とします。 Q の体積が 28cm^3 のとき、 R の体積を求めなさい。

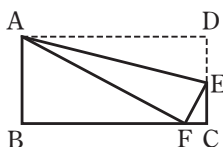


3 p.103

10点

(三重県)

- 4** 右の図は、長方形 ABCD を AE を折り目として、点 D が BC 上の点 F に重なるように折り返したものです。



- (1) $\triangle ABF \sim \triangle FCE$ であることを証明しなさい。

- (2) $AB=8\text{cm}$, $AF=17\text{cm}$, $CF=2\text{cm}$ のとき、 CE の長さを求めなさい。

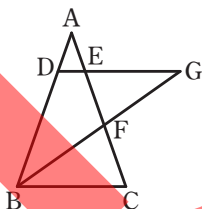
4 p.90~91

30点(各15点)

(1)

(2)

- 5** 右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形であり、D, Eはそれぞれ辺AB, AC上の点で、 $DE \parallel BC$ です。また、F, Gはそれぞれ $\angle ABC$ の二等分線と辺AC, 直線DEとの交点です。 $AB=12\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, $DE=2\text{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。
(愛知県改題)



5 p.101 C 8, p.106 A 3

30点(各15点)

(1)

(2)

- (1) 線分 DG の長さは何 cm か、求めなさい。

- (2) $\triangle FBC$ の面積は $\triangle ADE$ の面積の何倍か、求めなさい。

円周角と中心角

教 p.164~168

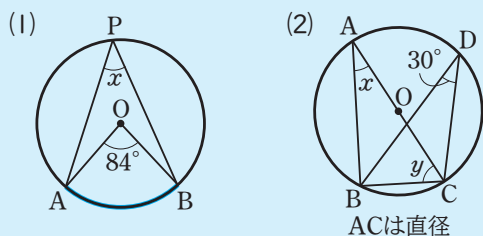
A 基本を身につけよう

例題
1

円周角の定理

教 p.166~167

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



解 (1) $\angle x = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 84^\circ = 42^\circ$

(2) $\angle x = \angle BDC = 30^\circ$

ACは直径だから、 $\angle ABC = 90^\circ$

$\triangle ABC$ で、3つの内角の和は 180° だから、

$$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + \angle x)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

円周角の定理

① 円周角 $= \frac{1}{2} \times$ 中心角

② 同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。

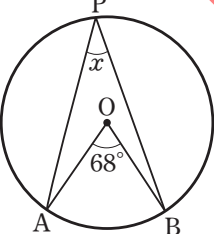
★半円の弧に対する円周角は、直角である。



1 円周角の定理

教 p.166~167

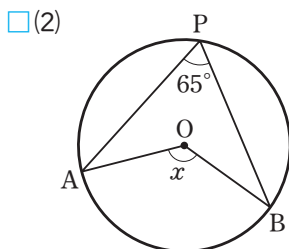
次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

□(1) 

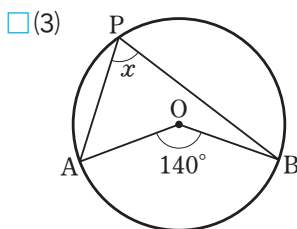
$$\angle x = \frac{1}{2} \angle \quad \square$$

$$= \frac{1}{2} \times \quad \square^\circ$$

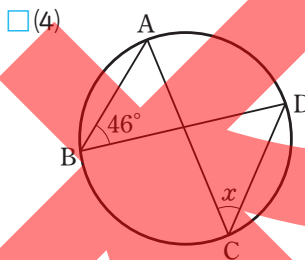
$$= \quad \square^\circ$$



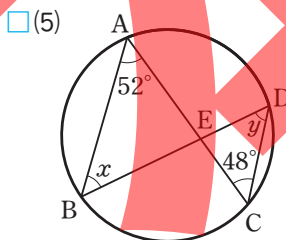
$$\angle x =$$



$$\angle x =$$

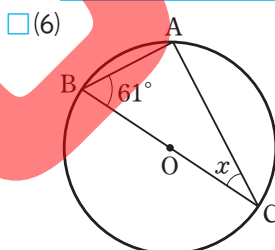


$$\angle x =$$



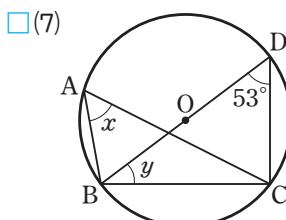
$$\angle x =$$

$$\angle y =$$



BCは直径

$$\angle x =$$

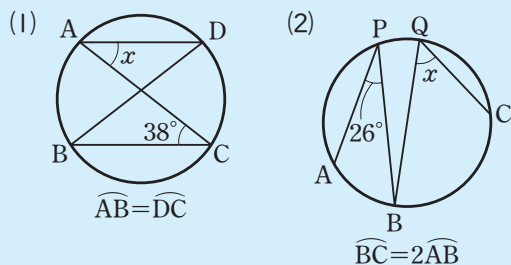


BDは直径

$$\angle x =$$

$$\angle y =$$

次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



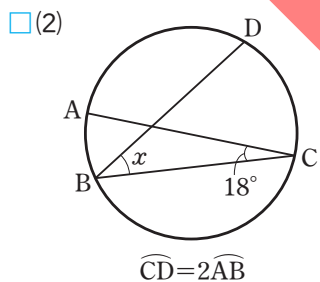
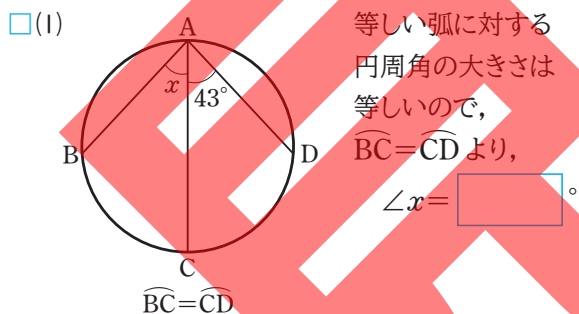
- 解** (1) 等しい弧に対する円周角の大きさは等しいので、 $\widehat{AB}=\widehat{DC}$ より、
 $\angle x = \angle ACB = 38^\circ$
 (2) $\widehat{BC}=2\widehat{AB}$ より、
 $\angle x = 2\angle APB$
 $= 2 \times 26^\circ = 52^\circ$

弧と円周角

1つの円で、等しい弧に対する円周角の大きさは等しい。

2 弧と円周角

次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

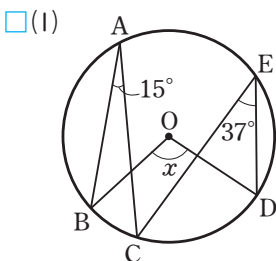


$\angle x =$

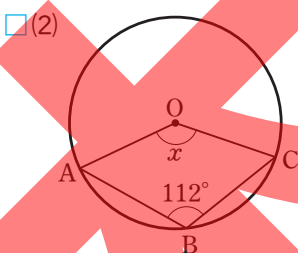
B 力をつけよう

3 円周角の定理

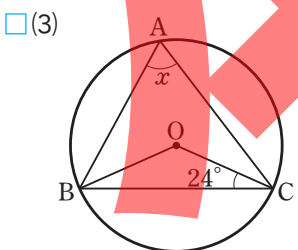
次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



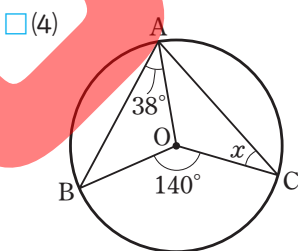
$\angle x =$



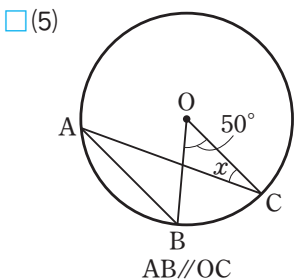
$\angle x =$



$\angle x =$



$\angle x =$



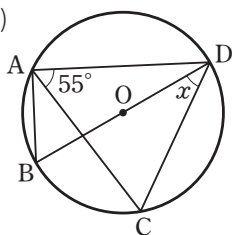
$\angle x =$

4 円周角の定理

教 p.166~167

次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

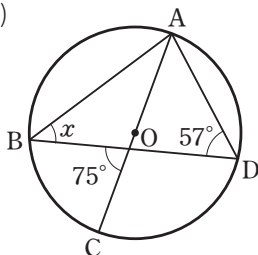
□(1)



BD は直径

$\angle x =$ _____

□(2)



AC は直径

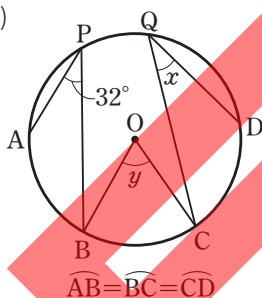
$\angle x =$ _____

5 弧と円周角

教 p.167~168

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

□(1)

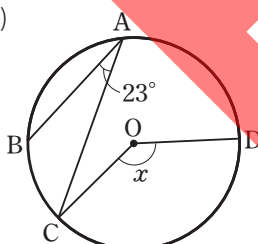


$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$

$\angle x =$ _____

$\angle y =$ _____

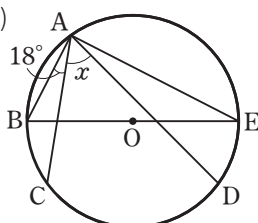
□(2)



$\widehat{CD} = 3\widehat{BC}$

$\angle x =$ _____

□(3)



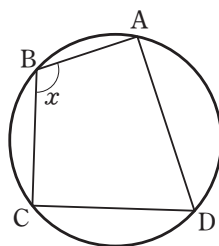
BE は直径,
 $\widehat{BC} = \widehat{DE}$

$\angle x =$ _____

6 弧と円周角

教 p.167~168

右の図で、
 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DA}$
 $= 3 : 4 : 5 : 6$ のとき、
 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



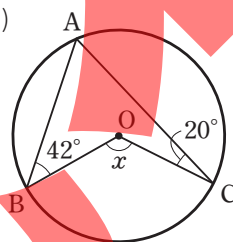
$\angle x =$ _____

C チャレンジ



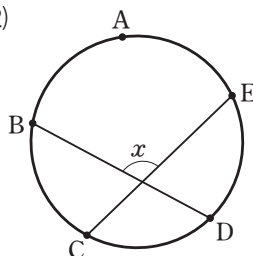
7 次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

□(1)



$\angle x =$ _____

□(2)



A, B, C, D, E は
円周を 5 等分する点

$\angle x =$ _____

円周角の定理の逆

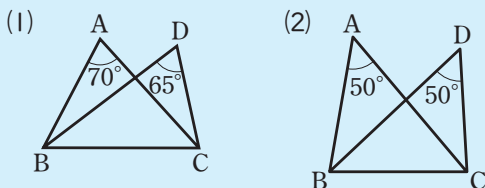
教 p.169~171

A 基本を身につけよう

例題 1 円周角の定理の逆

教 p.170~171

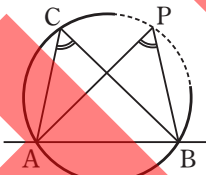
下の図で、4点A, B, C, Dは、それぞれ同じ円周上にありますか。



- 解 (1) $\angle BAC$ と $\angle BDC$ が等しくないから、4点A, B, C, Dは同じ円周上にない。
 (2) $\angle BAC = \angle BDC = 50^\circ$ だから、4点A, B, C, Dは同じ円周上にある。

円周角の定理の逆

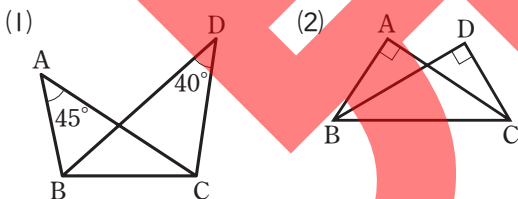
円周上に3点A, B, Cがあつて、点Pが、直線ABについて点Cと同じ側にあるとき、
 $\angle APB = \angle ACB$ ならば、点Pはこの円の $\widehat{ACB}$ 上にある。



1 円周角の定理の逆

教 p.170~171

下の図で、4点A, B, C, Dは、それぞれ同じ円周上にありますか。



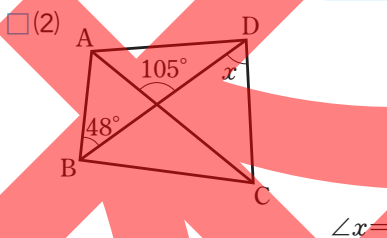
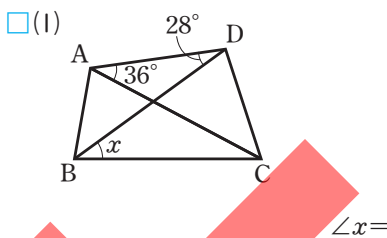
- (1) $\angle BAC$ と $\angle BDC$ が等しくないから、4点A, B, C, Dは同じ円周上に 。

- (2) $\angle BAC = \angle BDC = \text{ }^\circ$ だから、4点A, B, C, Dは同じ円周上に 。

2 円周角の定理の逆

教 p.170~171

次の図で、それぞれ $\angle x$ の大きさが何度のとき、4点A, B, C, Dは同じ円周上にありますか。

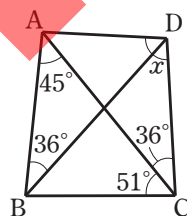


B 力をつけよう

□3 円周角の定理の逆

教 p.170~171

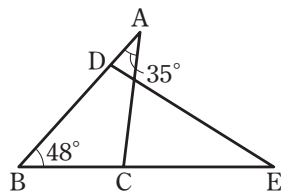
右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

 $\angle x = \text{ }^\circ$

□4 円周角の定理の逆

教 p.170~171

右の図で、4点A, D, C, Eが同じ円周上にあるようにするには、 $\angle BDE$ の大きさを何度にすればよいですか。





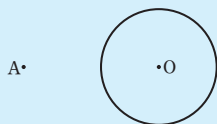
A 基本を身につけよう

例題
1

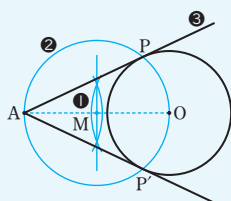
円の接線の作図

教 p.175

円Oと、この円の外部に点Aがあります。
点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。



解



〔作図の手順〕

- ① 線分AOの中点Mを作図する。
- ② Mを中心として、MOを半径とする円Mをかく。
- ③ 円Mと円Oの交点の1つをPとすると、2点A, Pを通る直線が、求める接線である。

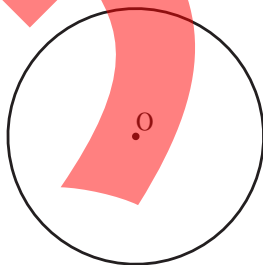
このとき、 $\angle APO = 90^\circ$ となるから、直線APは円の接線だといえるよ。



□1 円の接線の作図

教 p.175

円Oと、この円の外部に点Aがあります。点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。

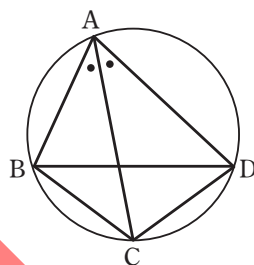


A

□2 円周角の定理を利用した証明

教 p.176

右の図で、4点A, B, C, Dは同じ円周上にあり、ACは $\angle BAD$ の二等分線です。このとき、 $\triangle BCD$ は二等辺三角形であることを、次の□をうめて証明しなさい。



〔証明〕

$\widehat{BC}$ に対する円周角は等しいので、

$$\angle BAC = \angle \square \dots\dots ①$$

$\widehat{CD}$ に対する円周角は等しいので、

$$\angle CAD = \angle \square \dots\dots ②$$

ACは $\angle BAD$ の二等分線だから、

$$\angle BAC = \angle \square \dots\dots ③$$

①, ②, ③から、 $\angle BDC = \angle \square$

よって、2つの角が等しいので、 $\triangle BCD$ は二等辺三角形である。

B 力をつけよう

□3 円の性質を利用した作図

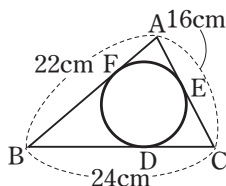
教 p.173~174

下の図のように、3点A, B, Cがあります。直線ABについて点Cと反対側に、 $AB \perp CP$, $\angle APB = 30^\circ$ となる点Pを作図しなさい。



□4 円の接線の長さ

右の図で、点D, E, Fは、それぞれ、 $\triangle ABC$ の辺BC, CA, ABと円との接点です。CDの長さを求めなさい。

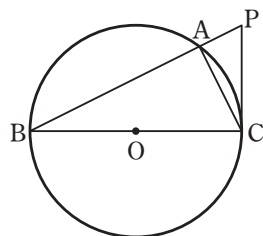


教 p.175

□6 円周角の定理を利用した証明

教 p.176

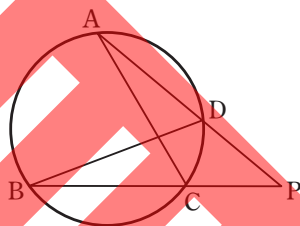
右の図のように、BCを直径とする円Oの周上に、点Aをとります。点Cを接点とする円Oの接線と直線BAとの交点をPとすると、 $\triangle ABC \sim \triangle CBP$ であることを証明しなさい。



5 円周角の定理を利用した証明

教 p.176

右の図のように、円周上に4点A, B, C, Dをとります。弦ADを延長した直線と弦BCを延長した直線との交点をPとします。



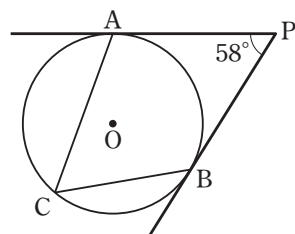
□(1) $\triangle PAC \sim \triangle PBD$ であることを証明しなさい。

□(2) $\angle ADB = 60^\circ$, $\angle CAD = 20^\circ$ のとき、 $\angle CPD$ の大きさを求めなさい。

C チャレンジ



□7 右の図のPA, PBは円Oの接線、A, Bは接点、Cは円周上の点です。 $\angle ACB$ の大きさを求めなさい。



6章 円の性質

教 p.162~181

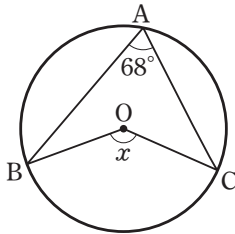
点

1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

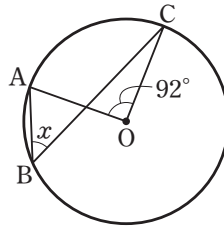
1 p.112 A 1, p.113 B 3, p.114 B 4
24点(各6点)

(1)	$\angle x =$
(2)	$\angle x =$
(3)	$\angle x =$
(4)	$\angle x =$

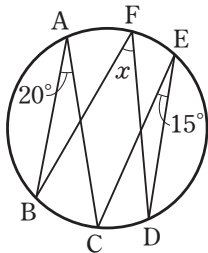
□(1)



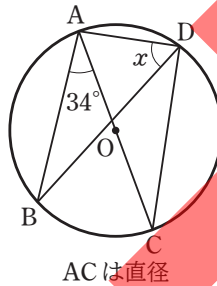
□(2)



□(3)



□(4)

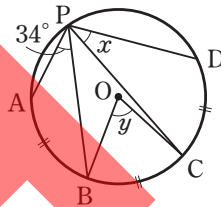


2 右の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ のとき、次の問いに答えなさい。

2 p.113 A 2, p.114 B 5 18点(各6点)

(1)	$\angle x =$
	$\angle y =$
(2)	

□(1) $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。



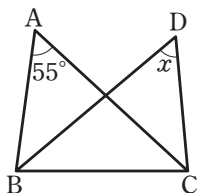
□(2) $\angle BPD$ の大きさを求めなさい。

3 次の図で、4点A, B, C, Dが同じ円周上にあるとき、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

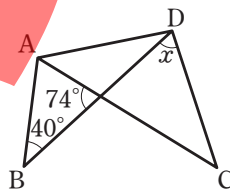
3 p.112 A 1 14点(各7点)

(1)	$\angle x =$
(2)	$\angle x =$

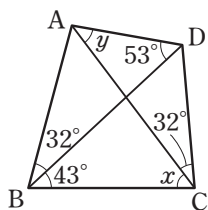
□(1)



□(2)



- 4 右の図の四角形 ABCD で、
 $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。



4 p.115 B 3

14 点 (各 7 点)

$\angle x =$

$\angle y =$

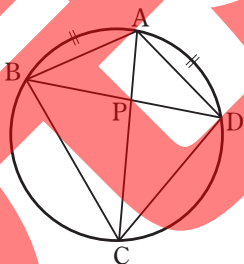
- 5 右の図のような $AB = 3\text{cm}$ の線分があります。線分 AB の延長上に $AC = 6\text{cm}$ となる点 C をとり、 $AD = 3\text{cm}$, $\angle D = 90^\circ$ となる直角三角形 ACD を作図しなさい。

5 p.116

12 点



- 6 右の図のように、円周上の 4 点 A, B, C, D を頂点とする四角形 ABCD の対角線 AC と BD との交点を P とします。 $\widehat{AB} = \widehat{AD}$ であるとき、 $\triangle ABC \sim \triangle APB$ であることを次のように証明しました。



6 p.116~117

18 点 (各 6 点)

ア

イ

ウ

ア, イにはあてはまる記号を, ウには三角形の相似条件を書きなさい。

〔証明〕

$\triangle ABC$ と $\triangle APB$ で、

$\widehat{AB} = \widehat{AD}$ より、

$\angle ACB = \angle$ ア①

$\angle A$ は共通だから、

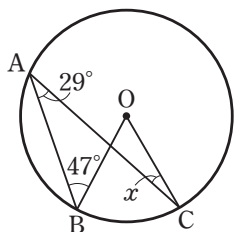
$\angle BAC = \angle$ イ②

①, ②から、ウ ので、

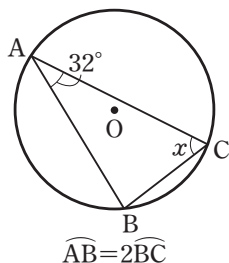
$\triangle ABC \sim \triangle APB$

1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

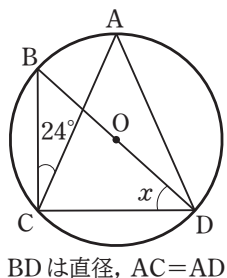
□(1)



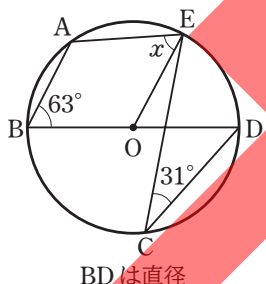
□(2)



□(3)



□(4)



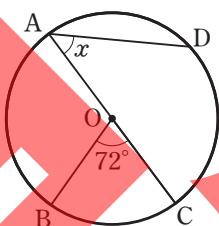
1 p.112~114

40点(各10点)

(1)	$\angle x =$
(2)	$\angle x =$
(3)	$\angle x =$
(4)	$\angle x =$

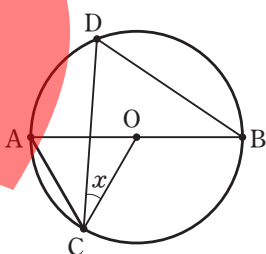
2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図で、線分 AC は円 O の直径です。 $\angle BOC = 72^\circ$ 、 $\widehat{CD}$ の長さが $\widehat{BC}$ の長さの $\frac{4}{3}$ 倍であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし、 $\widehat{BC}$ 、 $\widehat{CD}$ は、いずれも小さい方の弧とします。



(新潟県改)

□(2) 右の図で、点 O は線分 AB を直径とする円の中心であり、2点 C, D は円 O の周上にある点です。点 O と点 C, 点 A と点 C, 点 B と点 D, 点 C と点 D をそれぞれ結びます。 $\angle AOC = \angle BDC$ 、 $\angle ABD = 34^\circ$ のとき、 x で示した $\angle OCD$ の大きさを求めなさい。



(2020 年度・東京都)

2 p.112~114

20点(各10点)

(1)	$\angle x =$
(2)	$\angle x =$

三平方の定理

教 p.184~189

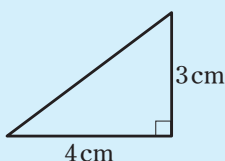


A 基本を身につけよう

例題 1 三平方の定理

教 p.185~186

右の図の直角三角形で、
残りの辺の長さを求め
なさい。



解 求める辺の長さを x cm とすると、

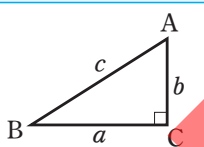
$$4^2 + 3^2 = x^2 \quad \text{▶ 三平方の定理}$$

$$x^2 = 25$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = 5$$

三平方の定理

右の図の直角三角形 ABC で、
 $a^2 + b^2 = c^2$
が成り立つ。



1 三平方の定理

教 p.185~186

次の図の直角三角形で、 x の値を、それぞれ求
めなさい。

□(1) $6^2 + \boxed{}^2 = \boxed{}^2$
 $x^2 = \boxed{}$
 $x > 0$ だから、
 $x = \boxed{}$

□(2) $12^2 + x^2 = 5^2$

□(3) $(\sqrt{3})^2 + x^2 = (\sqrt{19})^2$

□(4) $x^2 + 4^2 = (2\sqrt{5})^2$

例題 2 三平方の定理の逆

教 p.187~188

次の長さを 3 辺とする三角形のうち、直角三
角形になるものをすべて選びなさい。

- (ア) 3cm, 4cm, 6cm
 (イ) 8cm, 15cm, 17cm
 (ウ) $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{10}$ cm, $\sqrt{7}$ cm

解 (ア) $3^2 + 4^2 = 25$, $6^2 = 36$

$3^2 + 4^2$ と 6^2 は等しくない。

(イ) $8^2 + 15^2 = 289$, $17^2 = 289$

$8^2 + 15^2 = 17^2$ が成り立つ。

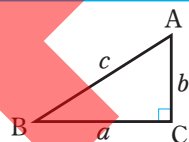
(ウ) $(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2 = 10$, $(\sqrt{10})^2 = 10$

$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2 = (\sqrt{10})^2$ が成り立つ。

よって、(イ)と(ウ)

三平方の定理の逆

右の図の $\triangle ABC$ で、
 $a^2 + b^2 = c^2$ ならば、
 $\angle C = 90^\circ$



2 三平方の定理の逆

教 p.187~188

次の長さを 3 辺とする三角形について、直角
三角形になるものには○、そうでないものには
×を書きなさい。

□(1) 9cm, 12cm, 15cm

$$9^2 + \boxed{}^2 = \boxed{}^2, \quad 15^2 = \boxed{}$$

$$9^2 + \boxed{}^2 = \boxed{}^2 \text{ が成り立つので、}$$

直角三角形である。

したがって、 $\boxed{}$

□(2) 0.2cm, 0.3cm, 0.4cm

□(3) 3cm, 4cm, $\sqrt{7}$ cm

B 力をつけよう

3 三平方の定理

教 p.185~186

次の問いに答えなさい。

- (1) 2 辺の長さが 4 cm, 7 cm の長方形の対角線の長さを求めなさい。

- (2) 1 辺の長さが 9 cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

- (3) 縦 8 cm, 対角線の長さ 10 cm の長方形の横の長さを求めなさい。

4 三平方の定理の逆

教 p.187~188

次の長さを 3 辺とする三角形は、どのような三角形ですか。下の㉖~㉙からもっとも適するものを 1 つ選びなさい。

- ㉖ 直角三角形 ㉙ 直角二等辺三角形
㉗ 二等辺三角形

- (1) 4 cm, 4 cm, $4\sqrt{2}$ cm

- (2) $3\sqrt{2}$ cm, $3\sqrt{2}$ cm, $2\sqrt{2}$ cm

- (3) 3 cm, 6 cm, $3\sqrt{3}$ cm

5 三平方の定理

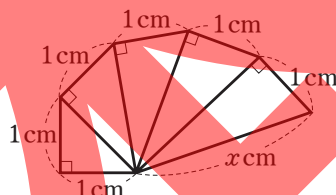
教 p.185~186

2 辺の長さが 5 cm, 6 cm の三角形があります。この三角形が直角三角形であるとき、残りの 1 辺の長さは何 cm ですか。

6 三平方の定理

教 p.185~186

次の図で、 x の値を求めなさい。



C チャレンジ



- 7 斜辺の長さが $\sqrt{89}$ cm で、ほかの 2 辺の長さの和が 13 cm の直角三角形があります。ほかの 2 辺の長さを求めなさい。



A 基本を身につけよう

例題 1 正三角形の高さ

教 p.191

1 辺の長さが 8cm の正三角形 ABC の高さを求めなさい。

解 頂点 A から辺 BC に垂線 AH をひくと、H は BC の中点になり、 $BH=4\text{cm}$

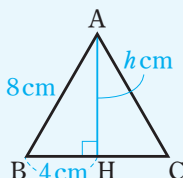
$\triangle ABH$ で、 $\angle AHB=90^\circ$ だから、三平方の定理より、 $AH^2+BH^2=AB^2$

$AH=h\text{cm}$ とすると、

$$h^2+4^2=8^2 \quad h^2=48$$

$$h>0 \text{ だから、} h=4\sqrt{3} \quad \blacktriangleright \sqrt{48}=\sqrt{16 \times 3}$$

したがって、高さは、 $4\sqrt{3}\text{ cm}$

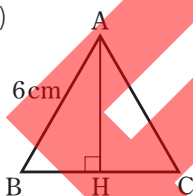


1 正三角形の高さと面積

教 p.191

次の正三角形の高さと面積を、それぞれ求めなさい。

□(1)



高さ

面積

□(2) 1 辺の長さが 2cm の正三角形

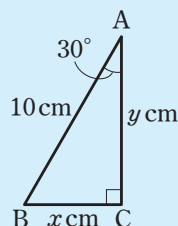
高さ

面積

例題 2

特別な角をもつ直角三角形の辺の長さ 教 p.192

右の図で、 x 、 y の値を求めなさい。



解 $AB:BC=2:1$ だから、

$$10:x=2:1$$

$$2x=10$$

$$x=5$$

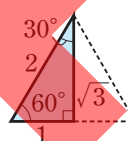
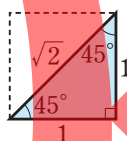
$AB:AC=2:\sqrt{3}$ だから、

$$10:y=2:\sqrt{3}$$

$$2y=10\sqrt{3}$$

$$y=5\sqrt{3}$$

三角定規の 3 辺の長さの割合

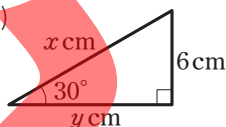


2 特別な角をもつ直角三角形の辺の長さ

教 p.192

次の図で、 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)



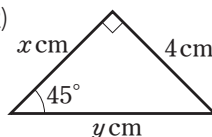
$6:x=1:\square$ だから、

$$x=\square$$

$6:y=1:\square$ だから、

$$y=\square$$

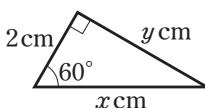
□(2)



$$x=\square$$

$$y=\square$$

□(3)



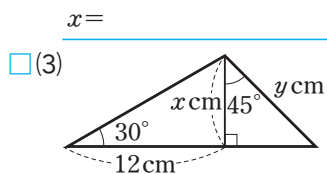
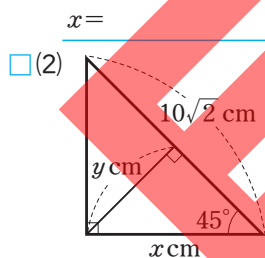
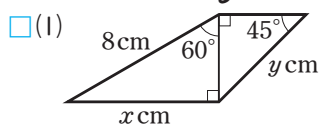
$$x=\square$$

$$y=\square$$

B 力をつけよう

- **3** 二等辺三角形の高さと面積 教 p.191
等しい2辺が7cm, 底辺が10cmである二等辺三角形の面積を求めなさい。

- 4** 特別な角をもつ直角三角形の辺の長さ 教 p.192
次の図で, x , y の値を, それぞれ求めなさい。

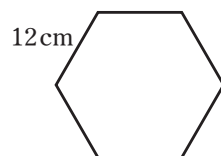


$x =$ $y =$

□ **5** 正六角形の面積

教 p.191~192

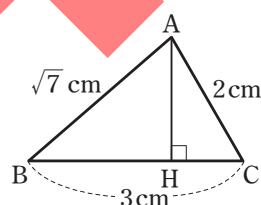
1 辺の長さが12cmの正六角形の面積を求めなさい。



C チャレンジ



- 6** $AB = \sqrt{7}$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = 2$ cm の $\triangle ABC$ があります。



- (1) BH の長さを求めなさい。

- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

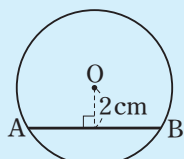


A 基本を身につけよう

例題 1 弦の長さ

教 p.193

半径4cmの円Oで、中心Oからの距離が2cmである弦ABの長さを求めなさい。



解 円の中心Oから弦ABへ垂線OHをひく。

Hは弦ABの中点だから、

$$AB=2AH$$

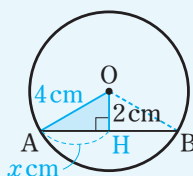
△OAHで、AH=xcmとすると、

三平方の定理より、 $\angle OHA=90^\circ$

$$x^2+2^2=4^2 \quad x^2=12$$

$$x>0 \text{ だから、} x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$

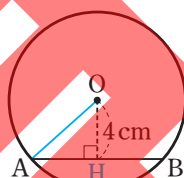
$$\text{したがって、} AB=2 \times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



□1 弦の長さ

教 p.193

半径6cmの円Oで、中心Oからの距離が4cmである弦ABの長さを求めなさい。



円の中心Oから弦ABへ垂線OHをひく。

右の図の△OAHで、

AH=xcmとすると、三平方の定理より、

$$x^2 + \boxed{}^2 = \boxed{}^2$$

$$x^2 = \boxed{}$$

$$x>0 \text{ だから、} x = \boxed{}$$

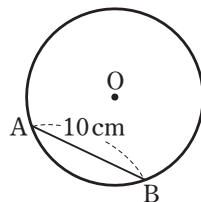
したがって、

$$AB = \boxed{} \text{ cm}$$

□2 弦までの距離

教 p.193

半径7cmの円Oで、弦ABの長さが10cmのとき、中心Oから弦ABまでの距離を求めなさい。

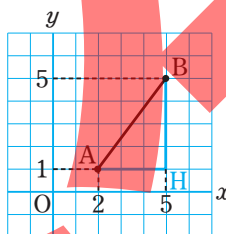


3 2点間の距離

教 p.194

次の座標をもつ2点間の距離を求めなさい。

□(1) A(2, 1), B(5, 5)



左の図の△AHBで、

$$\angle AHB=90^\circ$$

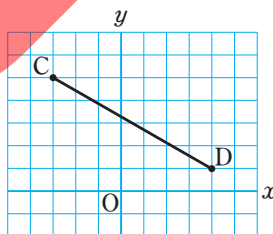
$$AH=5-\boxed{}=\boxed{}$$

$$HB=\boxed{}-1=\boxed{}$$

したがって、

$$AB^2=\boxed{}^2+\boxed{}^2=25 \quad AB=\boxed{}$$

□(2) C(-3, 5), D(4, 1)

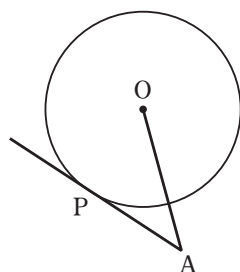


□(3) E(-2, -3), F(4, -1)

□ **4** 接線の長さ

教 p.193

右の図で、AP は、P を接点とする円 O の接線です。円 O の半径を 2cm、線分 AO の長さを 3cm とするとき、AP の長さを求めなさい。

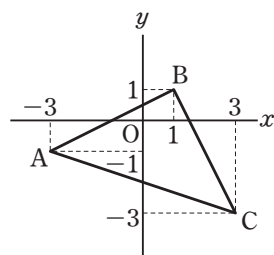


6 2点間の距離

教 p.194

頂点の座標が

A(-3, -1),
B(1, 1), C(3, -3)
である△ABC があります。



- (1) 3 辺の長さを、それぞれ求めなさい。

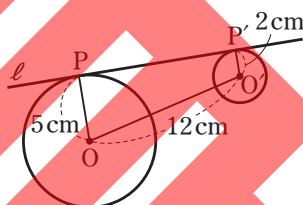
AB= BC= CA=

- (2) この三角形は、どんな三角形ですか。

□ **5** 接線の長さ

教 p.193

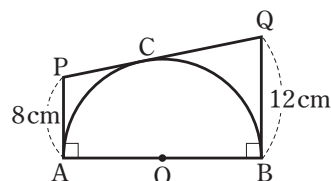
右の図で、円 O、O' は直線 ℓ に、それぞれ点 P、P' で接しています。円 O、O' の半径が、それぞれ 5cm、2cm で、 $OO' = 12\text{cm}$ のとき、線分 PP' の長さを求めなさい。



C チャレンジ



- **7** 右の図のように、AB を直径とする半円 O の AB 上の点 C を通る接線と、A、B を通り直径 AB に垂直な直線との交点を、それぞれ P、Q とします。PA=8cm、QB=12cm のとき、直径 AB の長さを求めなさい。





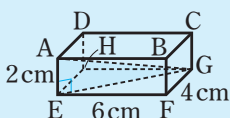
A 基本を身につけよう

例題
1

直方体の対角線

教 p.196

右の図の直方体の対角線の長さを求めなさい。



解 $\triangle AEG$ で、 $\angle AEG = 90^\circ$ だから、

$$AG^2 = AE^2 + EG^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

また、 $\triangle EFG$ で、 $\angle EFG = 90^\circ$ だから、

$$EG^2 = EF^2 + FG^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から、} AG^2 &= AE^2 + EF^2 + FG^2 \\ &= 2^2 + 6^2 + 4^2 = 56 \end{aligned}$$

$$\text{したがって、} AG = \sqrt{56} = 2\sqrt{14} \text{ (cm)}$$

AG, BH, CE, DF を、この直方体の対角線というよ。対角線の長さはすべて等しいね。

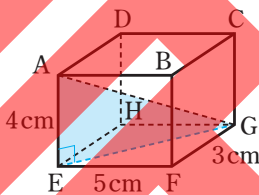


1 直方体の対角線

教 p.196

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の直方体の対角線の長さを求めなさい。

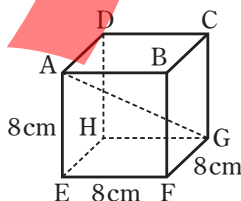


例題 1 と同様に考えると、

$$\begin{aligned} AG^2 &= AE^2 + EF^2 + \boxed{}^2 \\ &= 4^2 + \boxed{}^2 + 3^2 = 50 \end{aligned}$$

$$\text{したがって、} AG = \boxed{} \text{ cm}$$

- (2) 右の図は、1 辺の長さが 8cm の立方体です。対角線 AG の長さを求めなさい。

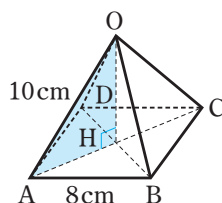


B 力をつけよう

2 正四角錐の高さと体積

教 p.197

正四角錐 OABCD があります。底面 ABCD は、1 辺の長さが 8cm の正方形で、ほかの辺の長さは、すべて 10cm です。底面



の正方形 ABCD の対角線の交点を H とします。

- (1) AH の長さを求めなさい。

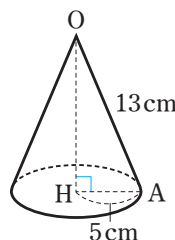
- (2) OH の長さを求めなさい。

- (3) この正四角錐の体積を求めなさい。

3 円錐の高さと体積

教 p.197

右の図のような、底面の半径が 5cm、母線の長さが 13cm である円錐があります。



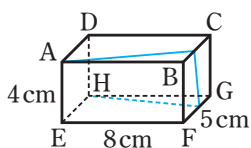
- (1) 高さを求めなさい。

- (2) 体積を求めなさい。

□4 直方体の表面上の最短距離

教 p.196

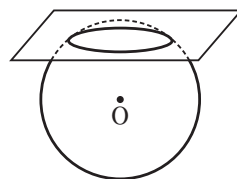
右の図の直方体の表面上に、頂点Aから辺BC, FGを通過して頂点Hまで、ゆるまないようにひもをかけます。このひもがもっとも短くなる時、その長さは何cmですか。



□7 球の切り口の面積

教 p.197

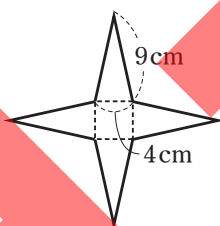
半径8cmの球Oを、中心Oから6cmの距離にある平面で切ったとき、切り口の図形は円になります。この円の面積を求めなさい。



□5 正四角錐の展開図と体積

教 p.197

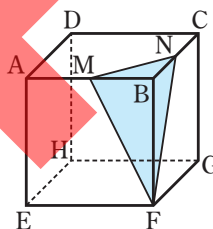
右の図は、正四角錐の展開図です。この正四角錐の体積を求めなさい。



C チャレンジ



8 右の図のような1辺が8cmの立方体があります。辺AB, BCの中点をそれぞれM, Nとします。

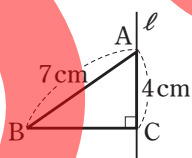


□(1) 三角錐BFMNの体積を求めなさい。

□6 回転体の体積

教 p.196~197

右の図の直角三角形ABCを、直線ℓを回転の軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

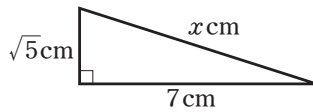


□(2) 頂点Bから平面FMNにひいた垂線BIの長さを求めなさい。

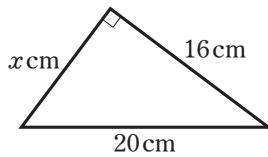


1 次の図の直角三角形で、 x の値を、それぞれ求めなさい。

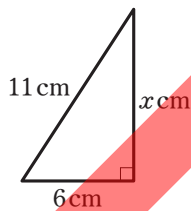
□(1)



□(2)



□(3)

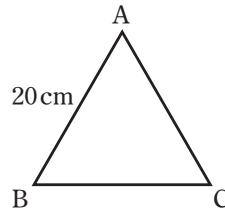


2 次の長さを3辺とする三角形について、直角三角形になるものには○、そうでないものには×を書きなさい。

□(1) 4cm, 6cm, 8cm

□(2) 1cm, $2\sqrt{2}$ cm, 3cm

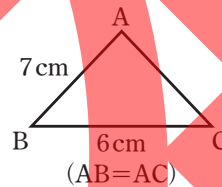
3 次の正三角形の高さと面積を求めなさい。



高さ

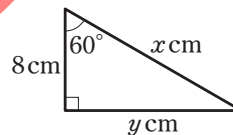
面積

4 次の二等辺三角形の面積を求めなさい。



5 次の図で、 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

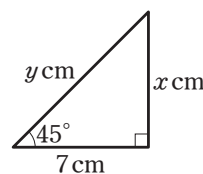
□(1)



$x =$

$y =$

□(2)

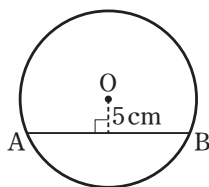


$x =$

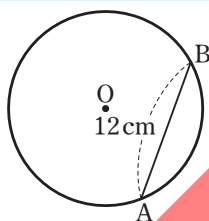
$y =$

6 次の問いに答えなさい。

- (1) 半径 13cm の円 O で、中心 O からの距離が 5cm である弦 AB の長さを求めなさい。



- (2) 半径 8cm の円 O で、弦 AB の長さが 12cm のとき、中心 O から弦 AB までの距離を求めなさい。



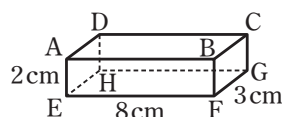
7 次の座標をもつ2点間の距離を求めなさい。

- (1) $A(1, 8)$, $B(7, 2)$

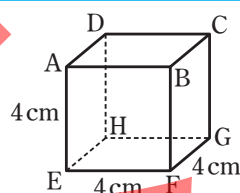
- (2) $C(-8, -6)$, $D(2, 2)$

8 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の直方体の対角線の長さを求めなさい。

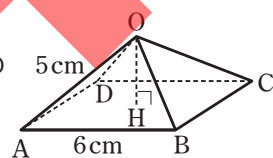


- (2) 右の図の立方体の対角線の長さを求めなさい。



9 次の立体の高さと体積をそれぞれ求めなさい。

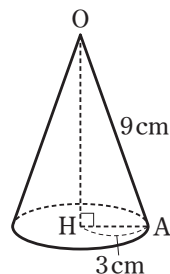
- (1) 底面が1辺 6cm の正方形で、ほかの辺の長さがすべて 5cm である正四角錐



高さ

体積

- (2) 底面の半径が 3cm 、母線の長さが 9cm である円錐



高さ

体積

7章 三平方の定理

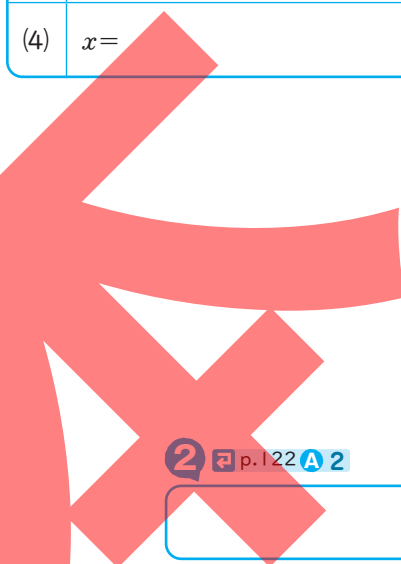
教 p.182~203

点

1 p.122 A 1

28点(各7点)

(1)	$x =$
(2)	$x =$
(3)	$x =$
(4)	$x =$



2 p.122 A 2

7点

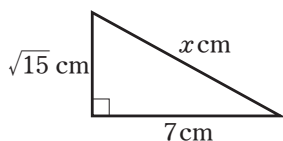
3 p.124 A 1

14点(各7点)

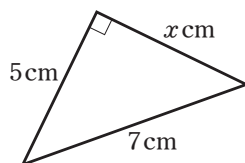
(1)	
(2)	

1 次の図の直角三角形で、 x の値を、それぞれ求めなさい。

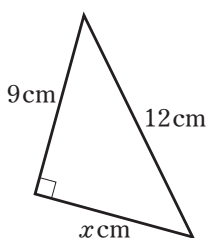
□(1)



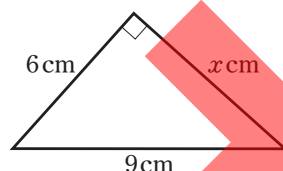
□(2)



□(3)



□(4)



2 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形になるものをすべて選びなさい。

(ア) 5cm, 2cm, 6cm

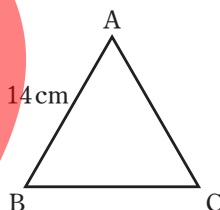
(イ) 3cm, 4cm, 5cm

(ウ) 1cm, $\sqrt{5}$ cm, 2cm

(エ) $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{4}$ cm, $\sqrt{5}$ cm

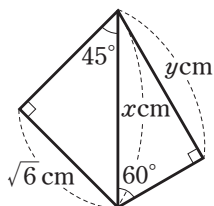
3 右の図のような、1辺の長さが14cmの正三角形ABCがあります。

□(1) 高さを求めなさい。



□(2) 面積を求めなさい。

- 4 右の図で、 x 、 y の値を求めなさい。

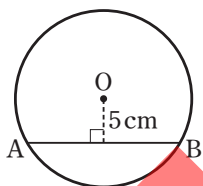


4 p.124 A 2, p.125 B 4 14点(各7点)

$x =$

$y =$

- 5 半径10cmの円Oで、中心Oからの距離が5cmである弦ABの長さを求めなさい。



5 p.126 A 1

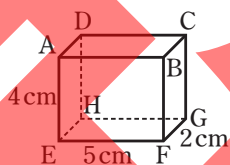
7点

- 6 次の座標をもつ2点間の距離を求めなさい。
A(-2, -5), B(3, 7)

6 p.126 A 3

7点

- 7 右の図の直方体の対角線の長さを求めなさい。

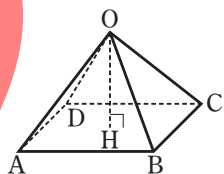


7 p.128 A 1

7点

- 8 すべての辺の長さが12cmである正四角錐があります。

- (1) 高さを求めなさい。



8 p.128 B 2

16点(各8点)

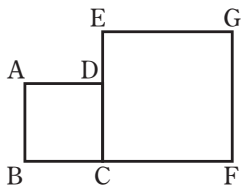
(1)

(2)

- (2) 体積を求めなさい。

7章 三平方の定理

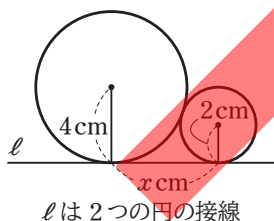
- **1** 右の図のように、1 辺の長さが 3cm の正方形 ABCD と、1 辺の長さが 5cm の正方形 ECFG があり、点 D は辺 EC 上にあります。7 つの点 A, B, C, D, E, F, G から 2 点を選び、その 2 点を結んでできる線分の中で、長さが $\sqrt{73}$ cm になるものを答えなさい。 (広島県)



1 p.122~123

15 点

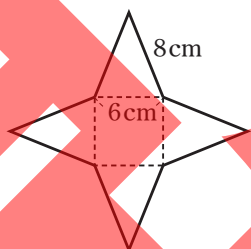
- **2** 右の図で、 x の値を求めなさい。



2 p.127 B 5

15 点

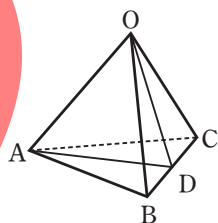
- **3** 右の図は、正四角錐の展開図です。この正四角錐の表面積を求めなさい。



3 p.125 B 3, p.128~129

15 点

- **4** 右の図のように、すべての辺の長さが 6cm の正三角錐 OABC があります。辺 BC の中点を D とするとき、 $\triangle OAD$ の面積を求めなさい。 (石川県改題)



4 p.128~129

15 点

- **5** 右の図1の
 ような、底面の
 直径が4cm、母
 線の長さが
 6cmの円錐が
 あります。右の

図1

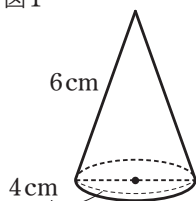


図2

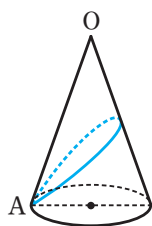
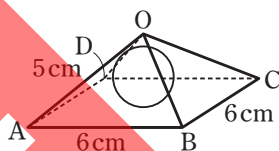


図2のように、円錐の底面の円周上の点Aから、ひもがゆるまないように側面にそって1周するようにひもをかけます。このひもがもっとも短くなるとき、その長さは何cmですか。

5 p.129 **B 4**

20点

- **6** 右の図は、底面が1辺
 6cmで、ほかの辺の長さ
 が、すべて5cmの正四角
 錐OABCDの内部に、
 ぴったりとはいる球を入れたものです。この球の半
 径を求めなさい。ただし、球は、正四角錐OABCD
 のすべての面に接しているものとします。



6

20点

7
章

三平方の定理

標本調査の方法

教 p.206～209

A 基本を身につけよう

例題 1 標本調査

教 p.206

次の調査は、全数調査と標本調査のどちらでおこなわれますか。

- (1) けい光灯の寿命調査
- (2) 中学校でおこなう歯科検診

- 解 (1) すべての製品を調査すると商品として売ることができないので、標本調査が適切。
 (2) 全員の歯の状態を知る必要があるので、全数調査が適切。

集団のすべてを対象として調査することを全数調査、集団の一部を対象として調査することを標本調査という。

1 標本調査

教 p.206

次の調査は、全数調査と標本調査のどちらでおこなわれますか。

- ☐ (1) エレベーターの安全点検
安全を確保するためには、すべてのエレベーターを点検する必要があるので、が適切である。
- ☐ (2) 新製品のアンケート調査
- ☐ (3) 国勢調査
- ☐ (4) 缶詰の品質検査

2 母集団と標本

教 p.207

ある中学校では、家庭での学習時間を調べるために、全校生徒 695 人の中から 50 人を選んで調査をおこないました。

- ☐ (1) 母集団は何ですか。

- ☐ (2) 標本は何ですか。

- ☐ (3) 標本の大きさはいくつですか。

3 標本の抽出

教 p.208～209

次の標本調査の標本の選び方は適切ですか。

適切なものには○、適切でないものには×を書きなさい。

- ☐ (1) 国民全体の年間の旅行回数を調べるために、ある旅行会社のホームページを見てくれた人に回答してもらった。
- ☐ (2) ある県におけるアルミ缶のリサイクル状況を調査するために、からのアルミ缶の処理方法について、その県から 1000 世帯を無作為に抽出してアンケートをおこなった。
- ☐ (3) ある町で、好きなスポーツを調べるために、サッカー場に来ていた人から 100 人を無作為に抽出し、回答してもらった。

4 標本調査

教 p.207~209

A市で図書館の利用状況を調べるために、1000人の市民を選んで、標本調査をおこないました。

□(1) 母集団は何ですか。

□(2) 標本は何ですか。

□(3) 標本の大きさはいくつですか。

(4) 市民1000人の選び方として、適切なものは○、適切でないものには、その理由を書きなさい。

説明しよう!!

□① A市の中学生全体から無作為に抽出して調査をおこなった。

□② A市の全世帯から、無作為に抽出して調査をおこなった。

□③ A市の図書館内に調査用紙を設置し、図書館利用者に回答してもらった。

5 標本の抽出

教 p.208~209

ある中学校の全校生徒260人について、昨日の睡眠時間を調べるために、標本調査をすることにしました。標本の選び方として、次の㉖~㉙のうち、適切でないものはどれですか。また、その理由も書きなさい。

説明しよう!!

- ㉖ 運動部に入っている生徒だけを50人選ぶ。
- ㉗ 全校生徒の中から、くじ引きで50人を選ぶ。
- ㉘ 全校生徒260人に通し番号をつけ、乱数表を使って50人を選ぶ。

適切でないもの

理由

6 標本調査

教 p.209

下の表は、ある中学校の3年生60人の垂直とびの記録です。下の表から、表計算ソフトを利用して10個の番号を無作為に抽出すると、次のようになりました。

50, 48, 9, 56, 17, 22, 36, 3, 21, 14

垂直とびの記録 (cm)

番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録
1	50	16	61	31	53	46	48
2	48	17	55	32	48	47	52
3	52	18	56	33	50	48	56
4	55	19	57	34	51	49	53
5	49	20	50	35	52	50	55
6	58	21	52	36	53	51	54
7	60	22	49	37	55	52	51
8	51	23	57	38	56	53	52
9	46	24	62	39	51	54	56
10	44	25	58	40	50	55	54
11	52	26	54	41	48	56	55
12	53	27	56	42	58	57	53
13	56	28	49	43	55	58	57
14	57	29	51	44	53	59	59
15	49	30	50	45	51	60	56

□(1) 選ばれた10個の番号について、記録の平均値を求めなさい。

□(2) 上の垂直とびの記録から母集団の平均値を求めると53.2cmでした。母集団の平均値と(1)の標本の平均値をくらべてどのようなことがいえますか。

説明しよう!!

説明

7 標本調査

教 p.208~209

ある中学校の全校生徒400人の学習状況を調べるために、100人を対象に標本調査をしました。標本の選び方として、3年生全員に通し番号をつけ、乱数表を用いて100人を選ぶ方法は適切ではありません。その理由を説明しなさい。ただし、どの学年も100人以上の生徒がいるものとします。(福井県)

説明しよう!!

理由

A 基本を身につけよう

1 母集団と標本の関係

教 p.211~213

下の表は、ある中学校の3年生60人の握力の記録です。

握力の記録(kg)

番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録
1	30	16	15	31	46	46	17
2	45	17	18	32	21	47	18
3	21	18	37	33	34	48	28
4	23	19	39	34	21	49	47
5	36	20	24	35	29	50	21
6	19	21	50	36	46	51	26
7	32	22	37	37	27	52	47
8	35	23	36	38	31	53	31
9	41	24	28	39	51	54	29
10	31	25	42	40	32	55	37
11	20	26	19	41	47	56	35
12	26	27	26	42	26	57	35
13	28	28	35	43	27	58	31
14	31	29	37	44	39	59	43
15	42	30	39	45	40	60	46

この表について、次の実験をおこないます。

実験

- ① 標本の大きさを10にして、無作為に抽出する。
- ② その10個の標本の平均値を求める。

次の(ア)は、この実験を10回おこなったときの結果です。また、(イ)は、①で抽出する標本の大きさを20に、(ウ)は、①で抽出する標本の大きさを40に変えて、同じ実験を10回ずつおこなった結果です。

(ア) 標本の大きさが10のときの標本の平均値(kg)
31.3, 29.1, 33.0, 32.0, 29.9,
35.0, 33.7, 33.9, 29.8, 32.1

(イ) 標本の大きさが20のときの標本の平均値(kg)
30.2, 32.5, 32.9, 33.8, 31.0,
32.4, 33.1, 31.0, 31.4, 31.2

(ウ) 標本の大きさが40のときの標本の平均値(kg)
32.6, 32.7, 32.5, 32.0, 31.8,
31.3, 32.5, 32.6, 32.5, 31.9

□(1) (イ)について、四分位数を求めなさい。

第1四分位数

第2四分位数(中央値)

第3四分位数

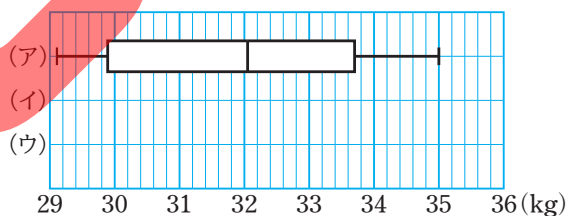
□(2) (ウ)について、四分位数を求めなさい。

第1四分位数

第2四分位数(中央値)

第3四分位数

□(3) 下の図に、(イ)、(ウ)についての箱ひげ図をかき入れなさい。



□(4) 母集団の60個の記録の平均値は32.5kgです。(3)の箱ひげ図から、どのようなことが読みとれますか。

説明しよう!!

説明



A 基本を身につけよう

例題
1

割合をもとに推定する

教 p.215

ある学校の全校生徒 1200 人から、無作為に 80 人を抽出して、スポーツが好きかきらいかの調査をおこなったところ、80 人のうち、スポーツが好きな人は 50 人でした。全校生徒のうち、スポーツが好きな人は、およそ何人が推定しなさい。

解 スポーツが好きな人の割合は、 $\frac{50}{80}$ と考えられる。よって、全校生徒のうち、スポーツが好きな人は、 $1200 \times \frac{50}{80} = 750$ (人) となり、およそ 750 人と推定される。

□1 割合をもとに推定する

教 p.215

ある工場で大量に製造される品物から、無作為に 200 個を抽出したところ、そのうち 2 個が不良品でした。この工場では、10000 個の品物を製造したとき、そのうちの不良品は、およそ何個が推定しなさい。

□2 割合をもとに推定する

教 p.215

白玉と赤玉があわせて 500 個はいつている箱があります。この箱の中から、標本として 20 個の玉を無作為に取り出したところ、白玉の数は 8 個でした。この箱の中の白玉の個数は、およそ何個が推定しなさい。

B 力をつけよう

3 割合をもとに推定する

教 p.217

池にいる魚の総数を、標本調査を利用して、次のように推定します。

- ① 魚を何匹かつかまえて、その全部に印をつけて池にもどす。
- ② 数日後、ふたたび魚を何匹かつかまえて、印のついた魚の数を数える。
- ③ ①と②をもとに、次の比例式から、池にいる魚の総数を推定する。

$$(\text{魚の総数}) : (\text{印をつけた魚の数}) = (\text{つかまえた魚の総数}) : (\text{つかまえた魚のうち印のついた数})$$

- (1) ①でつかまえた魚が 60 匹、②でつかまえた魚が 30 匹で、そのうち印のついた魚の数は 4 匹でした。池にいる魚の総数を x 匹として、上の③を利用して比例式をつくりなさい。

- (2) (1)の比例式を解いて、池にいる魚の総数は、およそ何匹か推定しなさい。

□4 割合をもとに推定する

教 p.217

魚の養殖池があります。この池にいる魚の数を調べるために、印をつけた 100 匹の魚を入れました。数日後、網ですくうと 42 匹とれ、その中に印をつけた魚が 3 匹いました。はじめに養殖池にいた魚の総数は、およそ何匹か推定しなさい。

1 次の調査は、全数調査と標本調査のどちらでおこなわれますか。

- ☐ (1) 暮らしに関する世論調査
- ☐ (2) 電球の寿命調査
- ☐ (3) 学校の期末テスト

2 A市の中学生 3856 人の中から無作為に 300 人を選んで、1 週間に読書をした時間を調査しました。この調査について、次の問いに答えなさい。

- ☐ (1) 母集団は何ですか。
- ☐ (2) 標本は何ですか。
- ☐ (3) 標本の大きさはいくつですか。

☐ 3 ある工場で大量に製造される製品から、1000 個を無作為に抽出したところ、そのうち 3 個が不良品でした。この工場で、60000 個の製品を製造したとき、そのうち不良品は、およそ何個か推定しなさい。

☐ 4 袋の中に黒玉だけたくさんはっています。その個数を推定するために、白玉 300 個を黒玉がはっている袋の中に入れ、よくかき混ぜたあと、そこから 50 個の玉を無作為に抽出すると、白玉が 12 個ふくまれていました。袋の中の黒玉の個数は、およそ何個か推定しなさい。

1 教 p.136 A 1

30 点 (各 10 点)

(1)	
(2)	
(3)	

2 教 p.136 A 2

30 点 (各 10 点)

(1)	
(2)	
(3)	

3 教 p.139 A 1・2

20 点

--

4 教 p.139 B 4

20 点

--

8章 標本調査とデータの活用

教 p.204~220

- 1 袋の中に白と黒の基石があわせて200個は
いっています。これらをよく混ぜあわせ、その中から
10個の基石を無作為に抽出し、その中にふくまれる
白の基石の数を調べる実験を10回くり返した結果
をまとめると、次の表のようになりました。袋の中
にはいっている白の基石の個数は、およそ何個か推定
しなさい。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
個数	6	4	5	7	5	6	5	6	6	5

1 p.139 A 1・2 25点

- 2 右の表は、あるみかん農園
でとれたみかん8000個か
ら、無作為に抽出したみかん
40個の糖度を調べ、その結
果を度数分布表に表したもの
です。(愛媛県改題)

抽出したみかん40個の糖度

階級(度)	度数(個)
9以上~10未満	2
10 ~11	ア
11 ~12	13
12 ~13	12
13 ~14	9
計	40

- (1) 表のアにあてはまる数を書
きなさい。
- (2) この結果をもとにすると、このみかん農園でとれた
みかん8000個のうち、糖度が11度以上13度未満
のみかんの個数は、およそ何個と推測されますか。

2 p.139 A 1・2 50点(各25点)

(1)

(2)

- 3 1200ページある国語辞典にのっている見出し
語の総数を調べるため、無作為に10ページを選び、
それぞれのページにのっている見出し語の数を調べ
ると次のようになりました。
50, 59, 41, 45, 55, 49, 51, 53, 47, 50
このとき、この国語辞典にのっている見出し語の総
数を推測して書きなさい。(佐賀県改題)

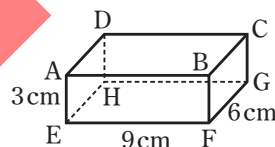
3 p.139 A 1・2 25点

□(1) $4x(x-5y)$ を計算しなさい。

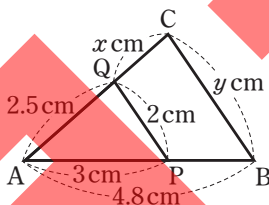
□(6) $25x^2-1$ を因数分解しなさい。

□(2) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=3$ のとき $y=6$ である。
 $x=-6$ のとき、 y の値を求めなさい。

□(7) 右の図の
直方体の対角線の
長さを求めなさい。



□(3) 右の図で、
 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。

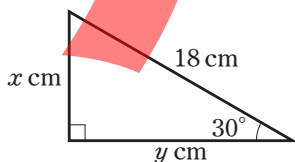


□(8) $(x+3)(x-7)-(x-5)^2$ を計算しなさい。

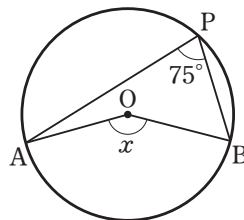
□(4) $\sqrt{45} + \frac{15}{\sqrt{5}}$ を計算しなさい。

□(9) 二次方程式 $2x^2-9x+4=0$ を解きなさい。

□(5) 右の図で、 x 、 y の値を求めなさい。



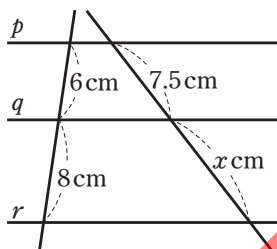
□(10) 右の図で、 $\angle x$ の
大きさを求めなさい。



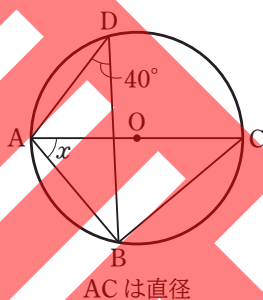
- (11) 関数 $y=ax^2$ で、 x の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域は $-9 \leq y \leq 0$ です。このとき、 a の値を求めなさい。

- (16) $\sqrt{63} \div (-\sqrt{7})$ を計算しなさい。

- (12) 右の図で、直線 p, q, r が平行のとき、 x の値を求めなさい。

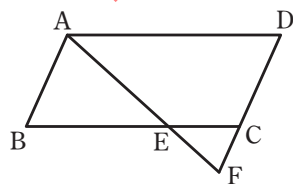


- (13) 右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



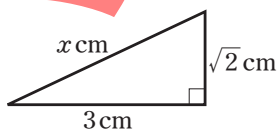
- (17) 周の長さが 56 cm で、面積が 192 cm^2 の長方形をつくるとき、この長方形の2辺の長さは、それぞれ何 cm になりますか。

- (18) 右の図の $\square ABCD$ で、辺 BC 上に点 E をとり、直線 AE と直線 DC との交点を F とします。このとき、 $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ であることを証明しなさい。



- (14) $(a-3)b+2(a-3)$ を因数分解しなさい。

- (15) 右の図の直角三角形で、 x の値を求めなさい。



1章 式の展開と因数分解

■ 式の展開

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

■ 乗法の公式

- ① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
- ② $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- ③ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- ④ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

■ 因数分解

- ・ 共通因数をくくり出す。

$$Ma+Mb=M(a+b)$$

- ・ 乗法の公式を利用する。

- ① $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- ② $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
- ③ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
- ④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

2章 平方根

■ 平方根の大小

正の数 a, b について、

$$a < b \text{ ならば, } \sqrt{a} < \sqrt{b}$$

■ 近似値, 誤差

- ・ 近似値……真の値に近い値
- ・ 誤差 = 近似値 - 真の値

■ $\sqrt{\quad}$ のついた数の積と商

正の数 a, b について、

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

■ 分母の有理化

分母と分子に同じ数をかけて、分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形にする。

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

■ 根号をふくむ式の計算

- ・ 和や差は、それぞれの $\sqrt{\quad}$ の中の数をできるだけ簡単にしてから、 $\sqrt{\quad}$ の部分が同じものどうしを計算する。
- ・ 積は、分配法則や乗法の公式を使って計算する。

3章 二次方程式

■ $ax^2=b$ の解き方

$x^2=k$ の形に変形して解く。

■ $(x+m)^2=n$ の解き方

$x+m$ を1つのもの X とみて、 $X^2=n$ として解く。

■ $x^2+px+q=0$ の解き方

- ・ $(x+m)^2=n$ の形に変形して解く。
- ・ 因数分解をして、

$A \times B = 0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ を使って解く。

■ 二次方程式の解の公式

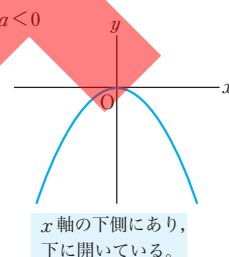
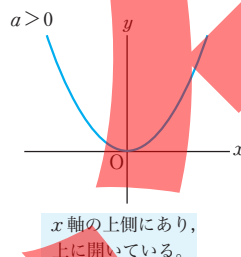
二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

4章 関数 $y=ax^2$

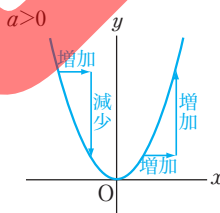
■ 関数 $y=ax^2$ のグラフ

- ① グラフは放物線で、その軸は y 軸、頂点は原点である。
- ② 比例定数 a の符号によって、次のようになる。

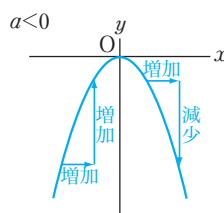


- ③ 比例定数 a の絶対値が大きいくほど、開き方が小さくなる。

■ 関数 $y=ax^2$ のグラフと値の増減



x の値が増加するにつれて、
 $x \leq 0$ では、 y の値は減少
 $x \geq 0$ では、 y の値は増加
 $x=0$ のとき、 y の値は0で、最小
 x がどんな値をとっても、 $y \geq 0$



x の値が増加するにつれて、
 $x \leq 0$ では、 y の値は増加
 $x \geq 0$ では、 y の値は減少
 $x=0$ のとき、 y の値は0で、最大
 x がどんな値をとっても、 $y \leq 0$

■ 関数 $y=ax^2$ の変化の割合

変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ は、一定ではない。

※ 一次関数 $y=ax+b$ では、変化の割合は一定で、 a に等しい。

模擬テスト

- 章の学習が終わったあとで、取り組んでみましょう。
- 基礎から応用まで、ばっちり力をつけましょう。

(1・2年, 3年の平方根まで) 146

(1・2年, 3年の二次方程式まで) 148

(1・2年, 3年の関数 $y=ax^2$ まで) 150

(1・2年, 3年の図形と相似まで) 152

(1・2・3年の内容)① 154

(1・2・3年の内容)② 156

(1・2・3年の内容)③ 158

チャレンジ問題 160

わからない問題については、模擬テストの得点欄の横のマークをよんで、それぞれの単元の教科書の例、例題の解説動画（スマートレクチャー）を見て、もう1度学習しましょう。



学年のまとめ 解答編もくじへ



1 次の計算をなさい。

(6点×4=24点)

(1) $-12 - 6 \div \left(-\frac{2}{3}\right)$

(2) $(2ab)^2 \div 4ab^2 \times (-3a^2b)$

(3) $(x+5)^2 - (x-3)(x+7)$

(4) $\frac{\sqrt{108}}{3} - \frac{9}{\sqrt{3}}$

2 次の問いに答えなさい。

(7点×4=28点)

(1) 方程式 $\frac{x-3}{6} - 1 = \frac{1}{2}x - 3$ を解きなさい。

(2) グラフが、直線 $y=4x-6$ に平行で、直線 $y=-x+5$ と y 軸上で交わる一次関数の式を求めなさい。

(3) $2\sqrt{6}$, 5 , $\frac{10}{\sqrt{5}}$ を小さい方から順に並べなさい。

(4) $x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ のとき、 $-x^2+2xy-y^2$ の値を求めなさい。

3 ある学年で数学のテストをおこなうと、得点が70点以上の生徒数は全体の20%でした。また、50点未満の生徒数は全体の30%で、70点以上の生徒数より14人多くなりました。このとき、50点以上70点未満の生徒数を求めなさい。

(8点)

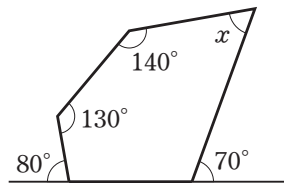
4

次の問いに答えなさい。

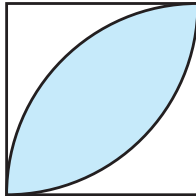
(8点×5=40点, (1)は必答)

- (1)
- $126n$
- の値が整数の2乗となるような自然数
- n
- のうち、もっとも小さい数を求めなさい。

また、そのときどんな整数の2乗になりますか。



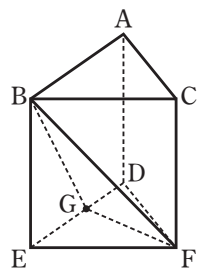
- (3) 右の図は、1辺の長さが10cmの正方形とおうぎ形を組み合わせたものです。色をつけた部分の面積を求めなさい。ただし、円周率は
- π
- とします。



- (4) 下の表は、生徒80人の片道の通学時間を度数分布表にまとめたもので、一部を空欄にしています。この度数分布表から、通学時間の最頻値を求めなさい。

階級(分)	度数(人)	相対度数
0以上～5未満	8	
5～10		
10～15		0.4
15～20		0.2
計	80	1.0

- (5) 右の図の三角柱で、辺DE上に点Gをとり、BとG、BとF、GとFをそれぞれ結び、三角錐BGEFをつくると、三角錐BGEFの体積はもとの三角柱の体積の
- $\frac{1}{5}$
- になりました。DE=10cmであるとき、GEの長さを求めなさい。





1

次の計算をなさい。

(6点×4=24点)

(1) $5 - 54 \div (-3)^3$

(2) $\frac{3x-y}{8} - \frac{5x-2y}{12}$

(3) $\frac{3}{4}x^2y \times (-2xy)^2 \div x^3y^2$

(4) $\sqrt{54} - \sqrt{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{3} \times \sqrt{2}$

2

次の方程式を解きなさい。

(7点×4=28点)

(1) $9 - 3(2x - 1) = -18$

(2) $\begin{cases} 3x + 7y = -6 \\ 3(x - y) = 2x - 6y \end{cases}$

(3) $5x^2 + 7x + 2 = 3(x + 1)$

(4) $(x - 1)(2x - 3) = (3 - x)^2$

3

次の問いに答えなさい。

(8点×3=24点, (1), (2)は完答)

(1) $\sqrt{28-n}$ が整数となるような自然数 n の値をすべて求めなさい。

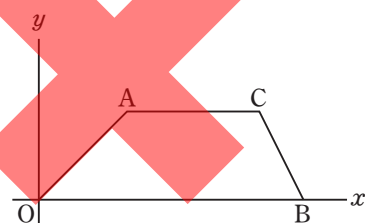
(2) A, B の 2 種類の食塩水があります。A の食塩水を 200g と B の食塩水を 100g 混ぜると、5% の食塩水になり、A の食塩水を 100g と B の食塩水を 300g 混ぜると、10% の食塩水になります。このとき、A, B の食塩水の濃度をそれぞれ求めなさい。

(3) ある正の数 x に 4 をたすと、 x の 2 乗よりも 16 小さくなります。この数 x を求めなさい。

4 右の図のように、 $A(4, 4)$, $B(12, 0)$, $C(10, 4)$ があります。

(8 点 $\times$ 2 = 16 点)

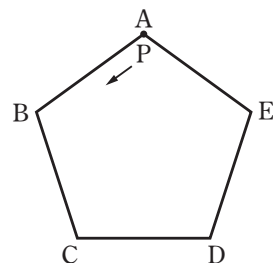
(1) 四角形 AOBC の面積を求めなさい。



(2) 傾きが -2 で四角形 AOBC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

5 右の図のように、正五角形 ABCDE があり、点 P は頂点 A の位置にあります。大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げて、出た目の数の和だけ、点 P は左回りに頂点を順に 1 つずつ移動します。例えば、和が 4 のとき、点 P は頂点 E の位置に移動します。点 P が頂点 C の位置に移動する確率を求めなさい。

(8 点)





1

次の問いに答えなさい。

(5点×4=20点)

- (1) $(-2)^3 \times 3 + \{7 - (3 - 4)\} \div 2$ を計算しなさい。 (2) $\frac{1}{2}(3x - 2y) - \frac{1}{3}(5x - 3y)$ を計算しなさい。

- (3) $a(a - b) + c(b - a)$ を因数分解しなさい。

- (4) 方程式 $\frac{(x+3)(x-4)}{2} = \frac{x(2x-3)}{6}$ を解きなさい。

2

次の問いに答えなさい。

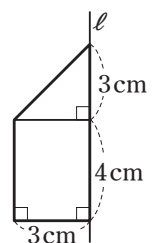
(8点×5=40点)

- (1) $(x + y + 3)(x + y - 3)$ を計算しなさい。 (2) 関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

- (3) $x = \sqrt{7} + 3$ のとき、 $x^2 - 6x + 5$ の値を求めなさい。

- (4) $\sqrt{\frac{104}{n}}$ が自然数となるような自然数 n の値のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

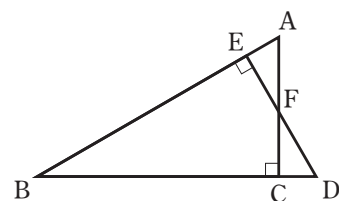
- (5) 右の図形を、直線 ℓ を回転の軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。



3

右の図のように、 60° の角をもつ同じ大きさの三角定規2枚を、 30° の角がぴったり重なるように合わせます。このとき、 $AF=DF$ であることを次のように証明しました。次の ア ~ カ をうめて証明を完成させなさい。

(4点×6=24点)



〔証明〕 $\triangle AEF$ と $\triangle DCF$ で、

仮定より、 $\angle AEF = \angle DCF = 90^\circ$ ①

$\angle EAF = \angle$ ア $= 60^\circ$ ②

また、

$AE = AB -$ イ

$DC = DB -$ ウ

$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ より、 $AB =$ エ

$CB =$ オ

よって、

$AE = DC$ ③

①, ②, ③から、 カ ので、

$\triangle AEF \equiv \triangle DCF$

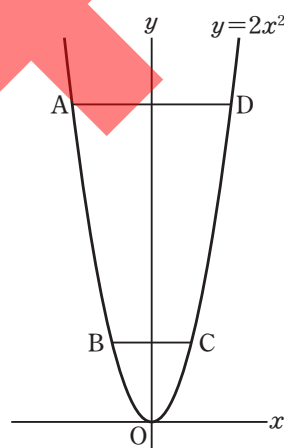
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$AF = DF$

4

右の図のように、放物線 $y=2x^2$ 上に4点A, B, C, Dがあり、AD, BCはそれぞれ x 軸に平行です。AD=4, BC=2であるとき、次の問いに答えなさい。

(8点×2=16点)



(1) 点Dの座標を求めなさい。

(2) 点Bと線分AD上の点Pを通る直線 ℓ をひきます。 $\triangle ABP$ の面積が四角形ABCDの面積の $\frac{2}{3}$ となるとき、直線 ℓ の式を求めなさい。





1 次の問いに答えなさい。

(6点×6=36点)

(1) $-6 \div \frac{3}{7} - \frac{9}{7} \div \left(-\frac{3}{14}\right)$ を計算しなさい。 (2) $(9x^2y - 4xy) \div \left(-\frac{3}{2}xy\right)$ を計算しなさい。

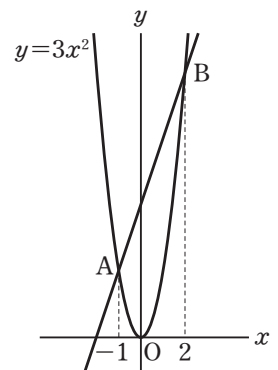
(3) 等式 $\frac{x+2y}{3} = z$ を, y について解きなさい。 (4) 方程式 $x+y+6=2x+5y=5x-y$ を解きなさい。

(5) $18a^2 - 24a + 8$ を因数分解しなさい。 (6) 方程式 $x(x-3) - 28 = -6x$ を解きなさい。

2 右の図のように, 関数 $y=3x^2$ のグラフ上に2点A, Bがあります。2点A, Bの x 座標がそれぞれ $-1, 2$ であるとき, 次の問いに答えなさい。

(8点×2=16点)

(1) 直線ABの式を求めなさい。



(2) 直線ABと y 軸との交点をCとします。線分BC上に2点B, Cとは異なる点Pをとります。

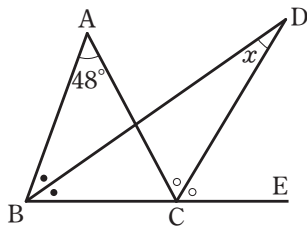
$\triangle OPC$ の面積が $\triangle AOB$ の面積の $\frac{1}{4}$ となるときの, 点Pの座標を求めなさい。

3

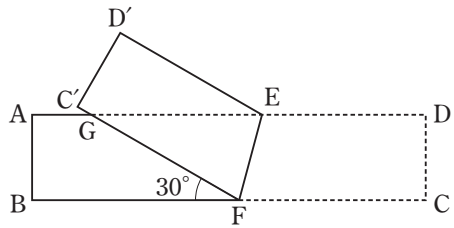
次の問いに答えなさい。

(8点×4=32点, (3)は完答)

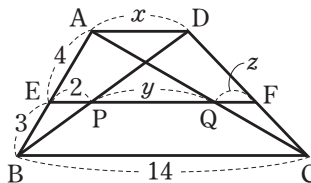
- (1) 右の図で、同じ印のついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



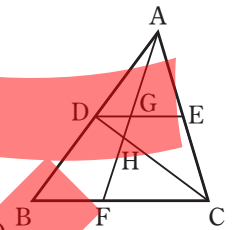
- (2) 下の図のように、長方形の紙 ABCD を線分 EF を折り目として折りました。このとき、 $\angle GEF$ の大きさを求めなさい。



- (3) 右の図で、 $AD \parallel EF \parallel BC$ のとき、 x, y, z の値を求めなさい。



- (4) 右の図の $\triangle ABC$ で、D、E はそれぞれ辺 AB、AC の中点です。 $DH : HC = 1 : 3$ 、 $GE = 3\text{cm}$ であるとき、線分 BF の長さを求めなさい。

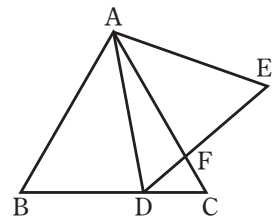


4

- 右の図のように、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は正三角形で、D は辺 BC 上にあります。F は辺 AC と辺 DE の交点です。

(8点×2=16点)

- (1) $\triangle ABD \sim \triangle AEF$ となることを、次のように証明しましたが、このままでは正しくありません。証明の下線部㉗から㉙までのうち、いずれか1つを選んで書き直し、証明を正しくなさい。

〔証明〕 $\triangle ABD$ と $\triangle AEF$ で、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ は正三角形だから、㉗ $\angle ABD = \angle AEF = 60^\circ$ ……①また、㉘ $\angle BAC = 60^\circ$ ……②㉙ $\angle DAE = 60^\circ$ ……③②から、㉚ $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC$
 $= 60^\circ - \angle DAC$ ……④③から、㉛ $\angle EAF = \angle AFE - \angle DAC$
 $= 60^\circ - \angle DAC$ ……⑤④、⑤から、㉜ $\angle BAD = \angle EAF$ ……⑥①、⑥から、2組の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABD \sim \triangle AEF$ 

- (2) $AD = 11\text{cm}$ 、 $AF = 10\text{cm}$ のとき、辺 AB の長さを求めなさい。





1 次の問いに答えなさい。

(7点×4=28点)

(1) $-3^2 + (-6)^2 \div 9$ を計算しなさい。

(2) 連立方程式
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + y = -2 \\ y - 9 = 5x \end{cases}$$
 を解きなさい。

(3) $25x^2 - 100$ を因数分解しなさい。

(4) $(\sqrt{32} + 2)(4\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{2} + 5)(\sqrt{2} - 3)$ を計算しなさい。

2 次の問いに答えなさい。

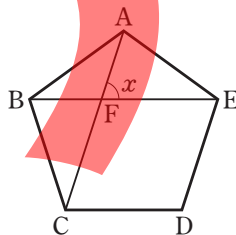
(8点×2=16点, (2)は完答)

- (1) 赤玉2個, 白玉1個, 青玉3個がはいった袋の中から玉を2個同時に取り出すとき, 取り出した玉の色が異なる確率を求めなさい。
- (2) 関数 $y = ax^2$ で, x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき, y の変域が $b \leq y \leq 27$ となりました。このとき, a, b の値を求めなさい。

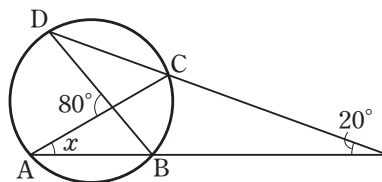
3 次の問いに答えなさい。

(8点×2=16点)

- (1) 右の図は, 正五角形 ABCDE です。線分 AC と BE の交点を F とするとき, $\angle x$ の大きさを求めなさい。



- (2) 下の図のように, 円周上に4点 A, B, C, D があるとき, $\angle x$ の大きさを求めなさい。

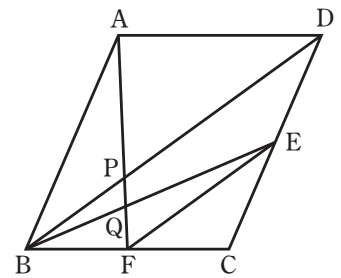


4

右の図の $\square ABCD$ で、点 E は辺 CD の中点で、点 E を通り DB に平行な直線と BC との交点を F とします。また、BD、BE と AF との交点を、それぞれ P、Q とします。

(8 点 $\times$ 2 = 16 点)

(1) $\triangle APD$ の面積が 40cm^2 のとき、 $\triangle FPB$ の面積を求めなさい。



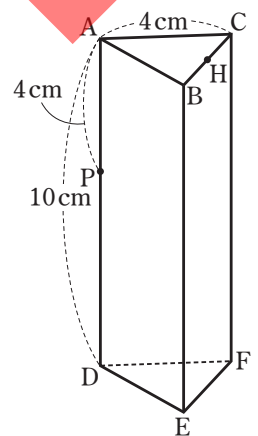
(2) $\triangle PBQ$ の面積は、 $\square ABCD$ の面積の何倍になるか求めなさい。

5

右の図のような、底面が 1 辺 4cm の正三角形で、高さが 10cm の正三角柱があります。点 H は、辺 BC の中点で、点 P は、辺 AD 上の点とし、 $AP = 4\text{cm}$ とします。

(12 点 $\times$ 2 = 24 点)

(1) 線分 DH の長さを求めなさい。



(2) 点 P から線分 HD に垂線をひき、線分 HD との交点を Q とします。このとき、三角錐 QEFH の体積を求めなさい。



1

次の問いに答えなさい。

(6点×6=36点)

(1) $-1^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (2-8) \div \frac{2}{3}$ を計算しなさい。

(2) 等式 $S = \frac{h(a+b)}{2}$ を、 b について解きなさい。

(3) 比例式 $2:5=x:(x+3)$ を解きなさい。

(4) $3(x-5)(x+5)-(x+6)(x-9)-2$ を計算しなさい。

(5) $(\sqrt{2}-2\sqrt{10})^2 + \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{8}}$ を計算しなさい。

(6) 方程式 $\frac{3}{8}x^2 = 0.75x + 3$ を解きなさい。

2

次の問いに答えなさい。

(6点×4=24点, (3), (4)は完答)

(1) 二次方程式 $2x^2 + ax + 6 = 0$ の解の1つが3であるとき、もう1つの解を求めなさい。

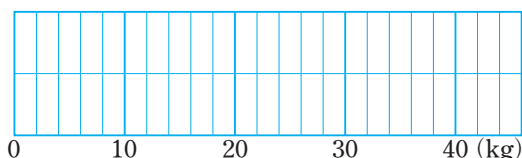
(2) 3つの直線 $x+1=-2y$, $2x-y-3=0$, $4x-a=7y$ が1点で交わるとき、 a の値を求めなさい。

(3) A 町から B 町まで行くのに、3月までは、電車料金とバス料金をあわせて500円でした。4月からは、電車料金が10%、バス料金が5%上がったので、あわせて540円になりました。4月からの電車料金とバス料金をそれぞれ求めなさい。

- (4) 中学3年生9人の握力を測定したところ、
次のような結果になりました。 (単位: kg)

28, 29, 14, 22, 18, 27, 40, 33, 31

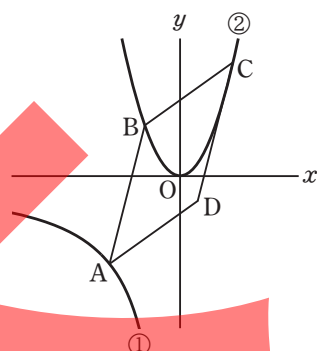
四分位数を求め、箱ひげ図をかきなさい。



- 3 右の図で、①は反比例のグラフの $x < 0$ の部分で、点 $A(-4, -5)$ を通ります。また、②は関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフです。2点 B, C は②上の点であり、その x 座標はそれぞれ $-2, 3$ です。また、点 D は四角形 $ABCD$ が平行四辺形となるようにとった点です。

(10点 $\times$ 2 = 20点, (2)は完答)

- (1) ①のグラフについて、 x と y の関係を式に表しなさい。

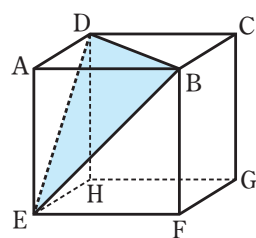


- (2) 3点 B, O, D が一直線上にあるときの、 a の値と点 D の座標をそれぞれ求めなさい。

- 4 右の図のように、1辺の長さが6cmの立方体を、3点 B, D, E を通る平面で切ります。

(10点 $\times$ 2 = 20点)

- (1) $\triangle DEB$ の面積を求めなさい。



- (2) 頂点 A から $\triangle DEB$ にひいた垂線 AP の長さを求めなさい。





1

次の問いに答えなさい。

(6点×6=36点, (3)は完答)

- (1) $(3-7)^2 - (-2^3)$ を計算しなさい。 (2) 方程式 $0.2(4x-1)=0.5x+4$ を解きなさい。

- (3) 連立方程式 $\begin{cases} ax-6by=15 \\ 2bx-ay=-13 \end{cases}$ の解が, $(x, y)=(3, 1)$ のとき, a, b の値を求めなさい。 (4) $x=-0.4, y=1.4$ のとき, $x^2y+2xy^2+y^3$ の値を求めなさい。

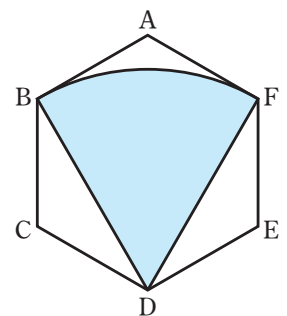
- (5) $3\sqrt{3}(\sqrt{2}-2)-(2\sqrt{3}+3)^2$ を計算しなさい。 (6) 比例式 $x:(x+3)=(x+3):16$ を解きなさい。

2

次の問いに答えなさい。

(6点×6=36点, (3)は完答)

- (1) 右の図のように, 1 辺の長さが 2 cm の正六角形の中に, おうぎ形がぴったりはっています。このおうぎ形の面積を求めなさい。ただし, 円周率は π とします。



- (2) 右のデータは, ある中学校の生徒 6 人が 1 か月間に読んだ本の冊数を少ない順に並べたものです。6 人の生徒が 1 か月間に読んだ本の冊数の平均値と中央値が等しいとき, a の値を求めなさい。

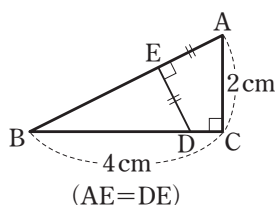
(単位: 冊)

2, 3, 6, a , 11, 14

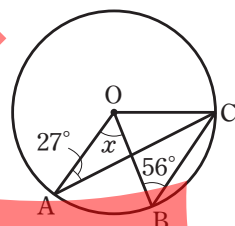
(3) $\sqrt{6}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 a 、 b の値をそれぞれ求めなさい。

(4) 2つの関数 $y=ax^2$ と $y=2x+2$ は、 x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が等しくなります。このとき、 a の値を求めなさい。

(5) 右の図の $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC で、 DE の長さを求めなさい。

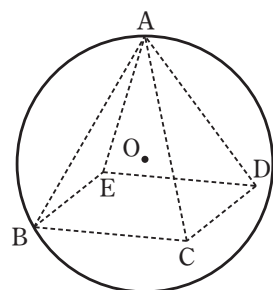


(6) 右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



3 箱の中にあたりくじとはずれくじがあわせて 1000 本はっています。この箱の中から、50 本のくじを無作為に抽出したところ、はずれくじが 46 本ありました。はじめにこの箱の中にはいつていたあたりくじの本数は、およそ何本と推定されますか。(8 点)

4 右の図で、正四角錐 $A-BCDE$ の各頂点は球 O の表面上にあります。球 O の半径が 6 cm で、 $BC=8\text{ cm}$ であるとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とします。(10 点 $\times 2=20$ 点)



(1) 球 O の表面積を求めなさい。

(2) 正四角錐 $A-BCDE$ の体積を求めなさい。

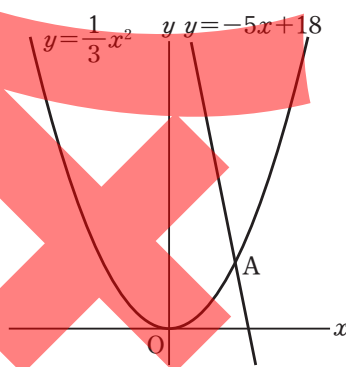
チャレンジ問題

1 【数と式】

$\sqrt{n}$ を電卓を使って小数で表し、小数第1位を四捨五入すると9になりました。このような自然数 n の個数を求めなさい。

2 【関数】

右の図のように、一次関数 $y = -5x + 18$ のグラフが関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフと点 A で交わっています。ただし、点 A の x 座標は正とします。

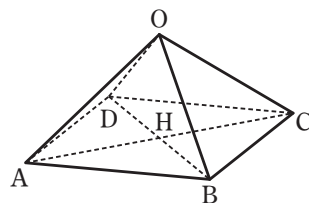


(1) 点 A の座標を求めなさい。

(2) 一次関数 $y = -5x + 18$ のグラフ上の点 B(2, 8) を通り直線 AO に平行な直線と、 y 軸との交点を P とします。このときできる、 $\triangle ABP$ の面積と $\triangle AOP$ の面積の比を、もっとも簡単な整数の比で表しなさい。

3 【図形】

右の図は、 $OA = OB = OC = OD = \sqrt{13}$ cm、底面の1辺が4cmの正四角錐 OABCD です。点 H は四角形 ABCD の対角線の交点です。



(1) $\triangle OBC$ の面積を求めなさい。

(2) $\triangle OBC$ を底面としたときの三角錐 ABCO の高さを求めなさい。

5章 図形と相似

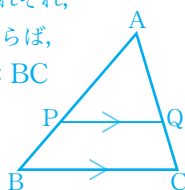
■ 三角形の相似条件

- ① 3組の辺の比が、すべて等しい
- ② 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい
- ③ 2組の角が、それぞれ等しい

■ 平行線と線分の比

△ABCで、辺AB、AC上に、それぞれ、点P、Qがあるとき、 $PQ \parallel BC$ ならば、

- ① $AP : AB = AQ : AC = PQ : BC$
- ② $AP : PB = AQ : QC$

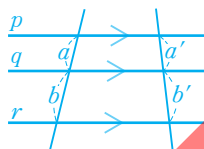


■ 平行線にはさまれた線分の比

右の図のように、2つの直線が、3つの平行な直線と

交わっているとき、

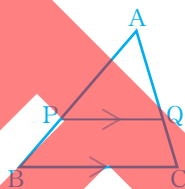
- ① $a : b = a' : b'$
- ② $a : a' = b : b'$



■ 線分の比と平行線

△ABCで、辺AB、AC上に、それぞれ、点P、Qがあるとき、

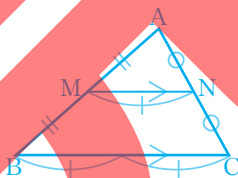
- ① $AP : AB = AQ : AC$ ならば、 $PQ \parallel BC$
- ② $AP : PB = AQ : QC$ ならば、 $PQ \parallel BC$



■ 中点連結定理

△ABCの2辺AB、ACの中点を、それぞれ、M、Nとすると、

$$MN \parallel BC, \quad MN = \frac{1}{2}BC$$



■ 相似な図形の面積の比

相似な2つの図形で、

相似比が $m : n$ ならば、面積の比は $m^2 : n^2$ である。

■ 相似な立体の表面積の比と体積の比

相似な2つの立体で、

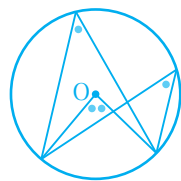
相似比が $m : n$ ならば、表面積の比は $m^2 : n^2$ である。

相似比が $m : n$ ならば、体積の比は $m^3 : n^3$ である。

6章 円の性質

■ 円周角の定理

- ① 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分である。
- ② 同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。

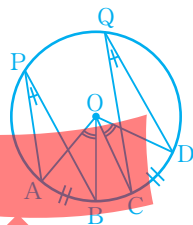


※ 半円の弧に対する円周角は、直角である。

■ 弧と円周角

1つの円で、

- ① 等しい弧に対する円周角の大きさは等しい。
- ② 等しい円周角に対する弧の長さは等しい。



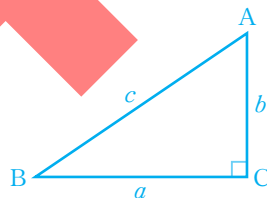
7章 三平方の定理

■ 三平方の定理

直角三角形の直角をはさむ

2辺の長さを a 、 b 、斜辺の長さを c とすると、次の関係が成り立つ。

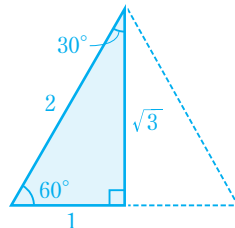
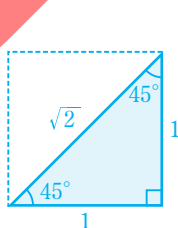
$$a^2 + b^2 = c^2$$



■ 三平方の定理の逆

△ABCで、 $BC=a$ 、 $CA=b$ 、 $AB=c$ とするとき、 $a^2 + b^2 = c^2$ ならば、 $\angle C = 90^\circ$

■ 特別な角をもつ直角三角形



8章 標本調査とデータの活用

■ 全数調査

集団のすべてを対象として調査すること

■ 標本調査

集団の一部を対象として調査した結果から、集団全体の性質を推定すること

令和 8 年度版

数学の友

第
3
学年

編集 「数学の友」編集委員会

三河教育研究会

刊行 公益財団法人愛知教育文化振興会

〒444-0868 岡崎市明大寺町字馬場東170番地1

電話 (0564) 51-4819

製作 株式会社 新興出版社啓林館



→このマークを読み取ると「未来へひろがる数学」教科書の
問題や本書の問題を解説した動画を見ることができます。

※このマークの読み取り対応機器以外で使用される場合は、
下記URLアドレスにアクセスしてご利用ください。
<https://bunken-shuppan.co.jp/js07/s/25s3.php>

3 年

組

番

氏
名

令和⑧年度版

数学の友

第

3

学年

解答編

教師用



見本

1 章 式の展開と因数分解	問題集	教科書	チェック
1 節 式の展開と因数分解			
1 式の乗法, 除法(1)	2	14-15	
2 式の乗法, 除法(2)	4	16-17	
3 乗法の公式(1)	6	18-19	
4 乗法の公式(2)	8	20-21	
ドリル 式の展開	10	14-21	
5 因数分解(1)	12	23-25	
6 因数分解(2)	14	25-29	
ドリル 因数分解	16	23-29	
2 節 式の計算の利用			
7 式の計算の利用(1)	18	30-32	
8 式の計算の利用(2)	20	33-34	
確認テスト	22	12-39	
章末テスト	24	12-39	

2 章 平方根	問題集	教科書	チェック
1 節 平方根			
1 平方根	26	42-45	
2 平方根の値	28	46-47	
3 有理数と無理数	30	48-49	
4 真の値と近似値	31	50-51	
2 節 根号をふくむ式の計算			
5 根号をふくむ式の乗法, 除法(1)	32	53-55	
6 根号をふくむ式の乗法, 除法(2)	34	55-57	
7 根号をふくむ式の計算(1)	36	58-59	
8 根号をふくむ式の計算(2)	38	59-60	
ドリル 平方根	40	42-60	
3 節 平方根の利用			
9 平方根の利用	42	62-63	
確認テスト	44	40-67	
章末テスト	46	40-67	

3 章 二次方程式	問題集	教科書	チェック
1 節 二次方程式			
1 二次方程式とその解き方(1)	48	70-71	
2 二次方程式とその解き方(2)	50	72-73	
3 二次方程式の解の公式	52	74-76	
4 二次方程式と因数分解(1)	54	77-78	
5 二次方程式と因数分解(2)	56	79	
ドリル 二次方程式	58	70-79	
2 節 二次方程式の利用			
6 二次方程式の利用(1)	60	82-84	
7 二次方程式の利用(2)	62	85-87	
確認テスト	64	68-91	
章末テスト	66	68-91	

4 章 関数 $y=ax^2$	問題集	教科書	チェック
1 節 関数 $y=ax^2$ とグラフ			
1 関数 $y=ax^2$	68	94-96	
2 関数 $y=ax^2$ のグラフ	70	97-103	
2 節 関数 $y=ax^2$ の値の変化			
3 関数 $y=ax^2$ の値の増減と変域	72	105-107	
4 関数 $y=ax^2$ の変化の割合	74	108-111	
ドリル 関数 $y=ax^2$	76	94-111	
3 節 いろいろな事象と関数の利用			
5 関数 $y=ax^2$ の利用	78	112-115	
6 いろいろな関数の利用	80	116-117	
確認テスト	82	92-121	
章末テスト	84	92-121	

5 章 図形と相似	問題集	教科書	チェック
1 節 図形と相似			
1 相似な図形	86	124-127	
2 三角形の相似条件	88	128-130	
3 三角形の相似条件と証明	90	131-133	
ドリル 三角形の相似と証明	92	124-133	
2 節 平行線と線分の比			
4 平行線と線分の比(1)	94	135-139	
5 平行線と線分の比(2)	96	139-142	
6 中点連結定理	98	143-144	
3 節 相似な図形の計量			
7 相似な図形の面積	100	146-148	
8 相似な立体の表面積・体積	102	149-152	
ドリル 平行線と線分の比, 相似な図形の計量	104	135-152	
4 節 相似の利用			
9 相似の利用	106	154-157	
確認テスト	108	122-161	
章末テスト	110	122-161	

6 章 円の性質	問題集	教科書	チェック
1 節 円周角と中心角			
1 円周角と中心角	112	164-168	
2 円周角の定理の逆	115	169-171	
2 節 円の性質の利用			
3 円の性質の利用	116	173-177	
確認テスト	118	162-181	
章末テスト	120	162-181	

7 章 三平方の定理	問題集	教科書	チェック
1 節 直角三角形の3辺の関係			
1 三平方の定理	122	184-189	
2 節 三平方の定理の利用			
2 平面における線分の長さや面積(1)	124	191-192	
3 平面における線分の長さや面積(2)	126	193-195	
4 空間における線分の長さや体積	128	196-199	
ドリル 三平方の定理	130	184-199	
確認テスト	132	182-203	
章末テスト	134	182-203	

8 章 標本調査とデータの活用	問題集	教科書	チェック
1 節 標本調査			
1 標本調査の方法	136	206-209	
2 母集団と標本の関係	138	211-213	
3 データを活用して, 問題を解決しよう	139	214-217	
確認テスト	140	204-220	
章末テスト	141	204-220	

ランダムドリル	142		
模擬テスト	145		

◆本書に掲載の入試問題の解答は独自に作成したものです。



生徒用もくじへ

式の乗法, 除法(1)

教 p.14~15



A 基本を身につけよう

例題 1 多項式と単項式の乗法

教 p.14~15

次の計算をせよ。

(1) $(3a+2b) \times 7a$

(2) $-5x(x-3y)$

解 (1) $(3a+2b) \times 7a$
 $= 3a \times 7a + 2b \times 7a$ ← 分配法則
 $= 21a^2 + 14ab$

(2) $-5x(x-3y)$
 $= -5x \times x + (-5x) \times (-3y)$ ← 分配法則
 $= -5x^2 + 15xy$

1 知・技 多項式と単項式の乗法

教 p.14~15

次の計算をせよ。

□(1) $(2a+5b) \times 4a$
 $= 2a \times 4a + 5b \times 4a$ ← 分配法則
 $= 8a^2 + 20ab$

考え方
分配法則
 $(a+b)c = ac + bc$

□(2) $(3x-y) \times (-2x)$
 $= 3x \times (-2x) + (-y) \times (-2x)$ ← 分配法則
 $= -6x^2 + 2xy$

□(3) $3a(a+8b)$
 $= 3a \times a + 3a \times 8b$ ← 分配法則
 $= 3a^2 + 24ab$

考え方
分配法則
 $c(a+b) = ca + cb$

□(4) $-6x(4x-3y)$
 $= -6x \times 4x + (-6x) \times (-3y)$ ← 分配法則
 $= -24x^2 + 18xy$

$-24x^2 + 18xy$

例題 2 多項式と単項式の除法

教 p.15

次の計算をせよ。

(1) $(4a^2-6a) \div 2a$

(2) $(3x^2+9xy) \div \frac{3}{4}x$

解 (1) $(4a^2-6a) \div 2a$
 $= \frac{4a^2}{2a} - \frac{6a}{2a}$ ← 分数の形にする
 $= 2a - 3$ ← 約分する
 (2) $(3x^2+9xy) \div \frac{3}{4}x$
 $= (3x^2+9xy) \times \frac{4}{3x}$ ← わる式の逆数をかける
 $= 3x^2 \times \frac{4}{3x} + 9xy \times \frac{4}{3x}$ ← 分配法則
 $= 4x + 12y$

注意! $\frac{3}{4}x (= \frac{3x}{4})$ の逆数は $\frac{4}{3x}$

2 知・技 多項式と単項式の除法

教 p.15

次の計算をせよ。

□(1) $(6a^2-15a) \div 3a$
 $= \frac{6a^2}{3a} - \frac{15a}{3a}$ ← 分数の形にする
 $= 2a - 5$ ← 約分する

考え方
 $(A+B) \div C$
 $= \frac{A}{C} + \frac{B}{C}$

□(2) $(8ax+4ay) \div (-4a)$
 $= -\frac{8ax}{4a} - \frac{4ay}{4a}$ ← 分数の形にする
 $= -2x - y$ ← 約分する

$-2x - y$

□(3) $(-2a^2+3ab) \div \frac{a}{5}$
 $= (-2a^2+3ab) \times \frac{5}{a}$ ← $\frac{a}{5}$ の逆数をかける
 $= -2a^2 \times \frac{5}{a} + 3ab \times \frac{5}{a}$ ← 分配法則
 $= -10a + 15b$

$-10a + 15b$

□(4) $(4xy-6xy^2) \div \frac{2}{3}y$
 $= (4xy-6xy^2) \times \frac{3}{2y}$ ← $\frac{2}{3}y (= \frac{2y}{3})$ の逆数をかける
 $= 4xy \times \frac{3}{2y} + (-6xy^2) \times \frac{3}{2y}$ ← 分配法則
 $= 6x - 9xy$

$6x - 9xy$

B 力をつけよう

3 多項式と単項式の乗法

教 p. 14 ~ 15

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & (-8a+12b) \times \frac{3}{4}a \\ & = -8a \times \frac{3}{4}a + 12b \times \frac{3}{4}a \quad \text{分配法則} \\ & = -6a^2 + 9ab\end{aligned}$$

$$-6a^2 + 9ab$$



かける式が分数でも、分配法則を使って、同じように計算できるね。

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & -\frac{2}{3}x(18x-6y) \\ & = -\frac{2}{3}x \times 18x + \left(-\frac{2}{3}x\right) \times (-6y) \\ & = -12x^2 + 4xy\end{aligned}$$

$$-12x^2 + 4xy$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (2x-7y-3) \times (-3x) \\ & = 2x \times (-3x) + (-7y) \times (-3x) + (-3) \times (-3x) \\ & = -6x^2 + 21xy + 9x\end{aligned}$$

$$-6x^2 + 21xy + 9x$$

項が3つになっても、分配法則を使って、同じように計算できるよ。



$$\begin{aligned}\square(4) \quad & -7xy(5x+2y-9) \\ & = -7xy \times 5x + (-7xy) \times 2y + (-7xy) \times (-9) \\ & = -35x^2y - 14xy^2 + 63xy\end{aligned}$$

$$-35x^2y - 14xy^2 + 63xy$$

$$\begin{aligned}\square(5) \quad & 12a\left(\frac{a}{6} - \frac{2}{3}b + \frac{3}{4}\right) \\ & = 12a \times \frac{a}{6} + 12a \times \left(-\frac{2}{3}b\right) + 12a \times \frac{3}{4} \\ & = 2a^2 - 8ab + 9a\end{aligned}$$

$$2a^2 - 8ab + 9a$$

4 多項式と単項式の除法

教 p. 15

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & (x^2y^2+6xy^2) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right) \\ & = (x^2y^2+6xy^2) \times \left(-\frac{2}{xy}\right) \\ & = x^2y^2 \times \left(-\frac{2}{xy}\right) + 6xy^2 \times \left(-\frac{2}{xy}\right) \quad \text{分配法則} \\ & = -2xy - 12y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& \rightarrow -\frac{1}{2}xy = -\frac{xy}{2} \\ & \text{わる式の逆数をかける}\end{aligned}$$

分配法則

$$-2xy - 12y$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & (18x^2y+21xy^2) \div \frac{3}{5}xy \\ & = (18x^2y+21xy^2) \times \frac{5}{3xy} \\ & = 18x^2y \times \frac{5}{3xy} + 21xy^2 \times \frac{5}{3xy} \\ & = 30x + 35y\end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{3}{5}xy = \frac{3xy}{5}$$

$$30x + 35y$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (-24a^2b^2-12ab) \div \left(-\frac{3}{4}ab\right) \\ & = (-24a^2b^2-12ab) \times \left(-\frac{4}{3ab}\right) \\ & = -24a^2b^2 \times \left(-\frac{4}{3ab}\right) + (-12ab) \times \left(-\frac{4}{3ab}\right) \\ & = 32ab + 16\end{aligned}$$

$$\rightarrow -\frac{3}{4}ab = -\frac{3ab}{4}$$

$$32ab + 16$$

C チャレンジ



5 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}& (15x^2y-6xy^2+3xy) \div \frac{3}{2}xy \quad \rightarrow \frac{3}{2}xy = \frac{3xy}{2} \\ & = (15x^2y-6xy^2+3xy) \times \frac{2}{3xy} \\ & = 15x^2y \times \frac{2}{3xy} + (-6xy^2) \times \frac{2}{3xy} + 3xy \times \frac{2}{3xy} \\ & = 10x - 4y + 2\end{aligned}$$

$$10x - 4y + 2$$



A 基本を身につけよう

例題 1 式の展開

教 p.16

次の式を展開しなさい。

$$(x-2)(y+7)$$

解 $(x-2)(y+7)$ ▶ $y+7$ を 1 つのものとみる

$$= x(y+7) - 2(y+7)$$

$$= xy + 7x - 2y - 14$$

分配法則

1 知・技 式の展開

教 p.16

次の式を展開しなさい。

□(1) $(x-3)(y+6)$ ▶ $y+6$ を 1 つのものとみる

$$= x(y+6) - 3(y+6)$$

$$= xy + 6x - 3y - 18$$

分配法則

要点のまとめ

積の形で表された式を計算して、
単項式の和の形で表すことを、
もとの式を展開するという。

$$(a+b)(c+d)$$

↓ 展開

$$ac + ad + bc + bd$$

□(2) $(x+7)(y+4)$ ▶ $y+4$ を 1 つのものとみる

$$= x(y+4) + 7(y+4)$$

$$= xy + 4x + 7y + 28$$

分配法則

$$xy + 4x + 7y + 28$$

□(3) $(x+3)(y-5)$ ▶ $y-5$ を 1 つのものとみる

$$= x(y-5) + 3(y-5)$$

$$= xy - 5x + 3y - 15$$

分配法則

$$xy - 5x + 3y - 15$$

□(4) $(a-6)(b-9)$ ▶ $b-9$ を 1 つのものとみる

$$= a(b-9) - 6(b-9)$$

$$= ab - 9a - 6b + 54$$

分配法則

$$ab - 9a - 6b + 54$$

例題 2 同類項があるとき

教 p.17

次の計算をしなさい。

$$(x-3)(x-5)$$

解 $(x-3)(x-5)$ ▶ $x-5$ を 1 つのものとみる

$$= x(x-5) - 3(x-5)$$

$$= x^2 - 5x - 3x + 15$$

$$= x^2 - 8x + 15$$

分配法則
同類項をまとめる

2 知・技 同類項があるとき

教 p.17

次の計算をしなさい。

□(1) $(x-2)(x-7)$ ▶ $x-7$ を 1 つのものとみる

$$= x(x-7) - 2(x-7)$$

$$= x^2 - 7x - 2x + 14$$

$$= x^2 - 9x + 14$$

分配法則
同類項をまとめる

□(2) $(x+5)(x+4)$ ▶ $x+4$ を 1 つのものとみる

$$= x(x+4) + 5(x+4)$$

$$= x^2 + 4x + 5x + 20$$

$$= x^2 + 9x + 20$$

分配法則
同類項をまとめる

$$x^2 + 9x + 20$$

□(3) $(a-6)(a+8)$ ▶ $a+8$ を 1 つのものとみる

$$= a(a+8) - 6(a+8)$$

$$= a^2 + 8a - 6a - 48$$

$$= a^2 + 2a - 48$$

分配法則
同類項をまとめる

$$a^2 + 2a - 48$$

□(4) $(a+2)(a-5)$ ▶ $a-5$ を 1 つのものとみる

$$= a(a-5) + 2(a-5)$$

$$= a^2 - 5a + 2a - 10$$

$$= a^2 - 3a - 10$$

分配法則
同類項をまとめる

$$a^2 - 3a - 10$$

3 式の展開

教 p.16~17

次の計算をしなさい。

□(1) $(a-b)(c+d)$ ▶ $c+d$ を1つのものとみる

$$=a(c+d)-b(c+d)$$

$$=ac+ad-bc-bd$$

分配法則

$$ac+ad-bc-bd$$

□(2) $(a-4)(3a+2)$

$$=a(3a+2)-4(3a+2)$$

$$=3a^2+2a-12a-8$$

$$=3a^2-10a-8$$

同類項をまとめる

別解 (順にかけあわせる)

$$(a-4)(3a+2) = a \times 3a + a \times 2 - 4 \times 3a - 4 \times 2$$

$$=3a^2+2a-12a-8$$

$$=3a^2-10a-8$$

$$3a^2-10a-8$$

□(3) $(5x+4)(2x-3)$

$$=5x(2x-3)+4(2x-3)$$

$$=10x^2-15x+8x-12$$

$$=10x^2-7x-12$$

$$10x^2-7x-12$$

□(4) $(4a+5b)(a+3b)$

$$=4a(a+3b)+5b(a+3b)$$

$$=4a^2+12ab+5ab+15b^2$$

$$=4a^2+17ab+15b^2$$

$$4a^2+17ab+15b^2$$

□(5) $(5a-6b)(3a-9b)$

$$=5a(3a-9b)-6b(3a-9b)$$

$$=15a^2-45ab-18ab+54b^2$$

$$=15a^2-63ab+54b^2$$

$$15a^2-63ab+54b^2$$

□(6) $(7x+3y)(6x-2y)$

$$=7x(6x-2y)+3y(6x-2y)$$

$$=42x^2-14xy+18xy-6y^2$$

$$=42x^2+4xy-6y^2$$

$$42x^2+4xy-6y^2$$

4 式の展開

教 p.17

次の計算をしなさい。

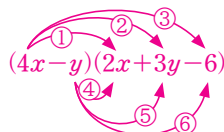
□(1) $(4x-y)(2x+3y-6)$ ▶ $2x+3y-6$ を1つのものとみる

$$=4x(2x+3y-6)-y(2x+3y-6)$$

$$=8x^2+12xy-24x-2xy-3y^2+6y$$

$$=8x^2+10xy-24x-3y^2+6y$$

別解 (順にかけあわせる)



$$=4x \times 2x + 4x \times 3y + 4x \times (-6) - y \times 2x - y \times 3y - y \times (-6)$$

$$=8x^2+12xy-24x-2xy-3y^2+6y$$

$$=8x^2+10xy-24x-3y^2+6y$$

$$8x^2+10xy-24x-3y^2+6y$$

□(2) $(3a+2b)(a+4b+3)$

$$=3a(a+4b+3)+2b(a+4b+3)$$

$$=3a^2+12ab+9a+2ab+8b^2+6b$$

$$=3a^2+14ab+9a+8b^2+6b$$

$$3a^2+14ab+9a+8b^2+6b$$

□(3) $(a-3b+7)(5a+4b)$ ▶ $5a+4b$ を1つのものとみる

$$=a(5a+4b)-3b(5a+4b)+7(5a+4b)$$

$$=5a^2+4ab-15ab-12b^2+35a+28b$$

$$=5a^2-11ab-12b^2+35a+28b$$

$$5a^2-11ab-12b^2+35a+28b$$

□(4) $(x+3y-2)(4x-y)$

$$=x(4x-y)+3y(4x-y)-2(4x-y)$$

$$=4x^2-xy+12xy-3y^2-8x+2y$$

$$=4x^2+11xy-3y^2-8x+2y$$

$$4x^2+11xy-3y^2-8x+2y$$

C チャレンジ



5 式の展開

次の計算をしなさい。

□(1) $(x-2y+3)(3x+y-1)$

$$=x(3x+y-1)-2y(3x+y-1)+3(3x+y-1)$$

$$=3x^2+xy-x-6xy-2y^2+2y+9x+3y-3$$

$$=3x^2-5xy+8x-2y^2+5y-3$$

$$3x^2-5xy+8x-2y^2+5y-3$$

乗法の公式(1)

教 p.18~19



A 基本を身につけよう

例題 1

 $(x+a)(x+b)$ の展開

教 p.18

次の計算をしなさい。

$(x-3)(x+7)$

解 $(x-3)(x+7)$ ▶公式で, $a=-3$, $b=7$ とみる

$$=x^2+\{(-3)+7\}x+(-3)\times 7$$

$$=x^2+4x-21$$

公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

1 知・技 $(x+a)(x+b)$ の展開

教 p.18

次の計算をしなさい。

□(1) $(x-4)(x+6)$ ▶公式で, $a=-4$, $b=6$ とみる

$$=x^2+\{(-4)+6\}x+(-4)\times 6$$

$$=x^2+2x-24$$

展開の公式を使って計算しよう。



□(2) $(x+3)(x+1)$ ▶公式で, $a=3$, $b=1$ とみる

$$=x^2+(3+1)x+3\times 1$$

$$=x^2+4x+3$$

x^2+4x+3

□(3) $(x+4)(x-8)$ ▶公式で, $a=4$, $b=-8$ とみる

$$=x^2+\{4+(-8)\}x+4\times(-8)$$

$$=x^2-4x-32$$

$x^2-4x-32$

□(4) $(x-6)(x-9)$ ▶公式で, $a=-6$, $b=-9$ とみる

$$=x^2+\{(-6)+(-9)\}x+(-6)\times(-9)$$

$$=x^2-15x+54$$

$x^2-15x+54$

□(5) $(x+5)(x-6)$ ▶公式で, $a=5$, $b=-6$ とみる

$$=x^2+\{5+(-6)\}x+5\times(-6)$$

$$=x^2-x-30$$

x^2-x-30

例題 2

 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ の展開

教 p.19

次の計算をしなさい。

(1) $(x+3)^2$

(2) $(x-4y)^2$

解 (1) $(x+3)^2$ ▶公式で, $a=x$, $b=3$ とみる

$$=x^2+2\times x\times 3+3^2$$

$$=x^2+6x+9$$

(2) $(x-4y)^2$ ▶公式で, $a=x$, $b=4y$ とみる

$$=x^2-2\times x\times 4y+(4y)^2$$

$$=x^2-8xy+16y^2$$

平方の公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

2 知・技 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ の展開

教 p.19

次の計算をしなさい。

□(1) $(x+6)^2$ ▶公式で, $a=x$, $b=6$ とみる

$$=x^2+2\times x\times 6+6^2$$

$$=x^2+12x+36$$

平方の公式を使って計算しよう。



□(2) $(x+9)^2$ ▶公式で, $a=x$, $b=9$ とみる

$$=x^2+2\times x\times 9+9^2$$

$$=x^2+18x+81$$

$x^2+18x+81$

□(3) $(x-4)^2$ ▶公式で, $a=x$, $b=4$ とみる

$$=x^2-2\times x\times 4+4^2$$

$$=x^2-8x+16$$

$x^2-8x+16$

□(4) $(x-7y)^2$ ▶公式で, $a=x$, $b=7y$ とみる

$$=x^2-2\times x\times 7y+(7y)^2$$

$$=x^2-14xy+49y^2$$

$x^2-14xy+49y^2$

□(5) $(3x+y)^2$ ▶公式で, $a=3x$, $b=y$ とみる

$$=(3x)^2+2\times 3x\times y+y^2$$

$$=9x^2+6xy+y^2$$

$9x^2+6xy+y^2$

B 力をつけよう

3 知・技 $(x+a)(x+b)$ の展開

教 p.18

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & (y+11)(y-10) \\ & = y^2 + \{11 + (-10)\}y + 11 \times (-10) \\ & = y^2 + y - 110\end{aligned}$$

$$y^2 + y - 110$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & (x-3)(4+x) \\ & = (x-3)(x+4) \quad \text{公式が使える形になおす} \\ & = x^2 + \{(-3) + 4\}x + (-3) \times 4 \\ & = x^2 + x - 12\end{aligned}$$

$$x^2 + x - 12$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (a+9b)(a-5b) \\ & = a^2 + \{9b + (-5b)\}a + 9b \times (-5b) \\ & = a^2 + 4ab - 45b^2\end{aligned}$$

$$a^2 + 4ab - 45b^2$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & (x-2y)(x-7y) \\ & = x^2 + \{(-2y) + (-7y)\}x + (-2y) \times (-7y) \\ & = x^2 - 9xy + 14y^2\end{aligned}$$

$$x^2 - 9xy + 14y^2$$

$$\begin{aligned}\square(5) \quad & \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) \\ & = x^2 + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)x + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \\ & = x^2 + x + \frac{2}{9} \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1\end{aligned}$$

$$x^2 + x + \frac{2}{9}$$



分数をふくむ式でも、同じように公式を使って計算できるよ。

$$\begin{aligned}\square(6) \quad & \left(x - \frac{2}{5}\right)\left(x - \frac{5}{2}\right) \\ & = x^2 + \left\{\left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right)\right\}x + \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) \\ & = x^2 - \frac{29}{10}x + 1 \quad \begin{aligned} & -\frac{2}{5} - \frac{5}{2} = -\frac{4}{10} - \frac{25}{10} \\ & = -\frac{29}{10} \end{aligned}\end{aligned}$$

$$x^2 - \frac{29}{10}x + 1$$

4 知・技 $(a+b)^2, (a-b)^2$ の展開

教 p.19

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & (8+x)^2 \\ & = (x+8)^2 \quad \text{公式で、} a=x, b=8 \text{ とみる} \\ & = x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2 \\ & = x^2 + 16x + 64\end{aligned}$$

$$x^2 + 16x + 64$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & (-y+2)^2 \\ & = (-y)^2 + 2 \times (-y) \times 2 + 2^2 \\ & = y^2 - 4y + 4\end{aligned}$$

$$y^2 - 4y + 4$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (5x+3y)^2 \\ & = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3y + (3y)^2 \\ & = 25x^2 + 30xy + 9y^2\end{aligned}$$

$$25x^2 + 30xy + 9y^2$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & (-3a-2b)^2 \\ & = (-3a)^2 + 2 \times (-3a) \times 2b + (2b)^2 \\ & = 9a^2 + 12ab + 4b^2\end{aligned}$$

$$9a^2 + 12ab + 4b^2$$

$$\begin{aligned}\square(5) \quad & \left(a - \frac{1}{3}b\right)^2 \\ & = a^2 - 2 \times a \times \frac{1}{3}b + \left(\frac{1}{3}b\right)^2 \\ & = a^2 - \frac{2}{3}ab + \frac{1}{9}b^2\end{aligned}$$

$$a^2 - \frac{2}{3}ab + \frac{1}{9}b^2$$

C チャレンジ



5 知・技 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}& \left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{4}y\right)^2 \quad \text{公式で、} a=\frac{2}{3}x, b=\frac{5}{4}y \text{ とみる} \\ & = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3}x \times \frac{5}{4}y + \left(\frac{5}{4}y\right)^2 \\ & = \frac{4}{9}x^2 - \frac{5}{3}xy + \frac{25}{16}y^2\end{aligned}$$

$$\frac{4}{9}x^2 - \frac{5}{3}xy + \frac{25}{16}y^2$$

乗法の公式(2)

教 p.20~21



A 基本を身につけよう

例題 1

(a+b)(a-b)の展開

教 p.20

次の計算をしなさい。

- (1) $(x+4)(x-4)$
 (2) $(7-a)(7+a)$
 (3) $(3x+2)(3x-2)$
 (4) $(6a+b)(6a-b)$

解 (1) $(x+4)(x-4)$ ▶公式で, $a=x$, $b=4$ とみる

$$=x^2-4^2$$

$$=x^2-16$$

(2) $(7-a)(7+a)$ ▶ $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
公式が使える

$$=7^2-a^2$$

$$=49-a^2$$

(3) $(3x+2)(3x-2)$

$$=(3x)^2-2^2$$

$$=9x^2-4$$

(4) $(6a+b)(6a-b)$

$$=(6a)^2-b^2$$

$$=36a^2-b^2$$

和と差の積の公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 1 知・技 $(a+b)(a-b)$ の展開

教 p.20

次の計算をしなさい。

□(1) $(x+6)(x-6)$ ▶公式で, $a=x$, $b=6$ とみる

$$=x^2-\boxed{6}^2$$

$$=\boxed{x^2-36}$$

□(2) $(a+1)(a-1)$ ▶公式で, $b=1$ とみる

$$=a^2-1^2$$

$$=a^2-1$$

□(3) $(x+9)(x-9)$ ▶公式で, $a=x$, $b=9$ とみる

$$=x^2-9^2$$

$$=x^2-81$$

□(4) $\left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)$ ▶公式で, $a=y$, $b=\frac{1}{2}$ とみる

$$=y^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$=y^2-\frac{1}{4}$$

$$y^2-\frac{1}{4}$$

□(5) $(5-a)(5+a)$

$$=5^2-a^2$$

$$=25-a^2$$

▶ $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
公式が使える□(6) $(8+y)(8-y)$

$$=8^2-y^2$$

$$=64-y^2$$

$$25-a^2$$

$$64-y^2$$

□(7) $(2a+3)(2a-3)$

$$=(2a)^2-3^2$$

$$=4a^2-9$$

$$4a^2-9$$

□(8) $(7x-y)(7x+y)$

$$=(7x)^2-y^2$$

$$=49x^2-y^2$$

$$49x^2-y^2$$

□(9) $(b-2a)(b+2a)$

$$=b^2-(2a)^2$$

$$=b^2-4a^2$$

$$b^2-4a^2$$

□(10) $\left(3a+\frac{1}{3}\right)\left(3a-\frac{1}{3}\right)$

$$=(3a)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$=9a^2-\frac{1}{9}$$

$$9a^2-\frac{1}{9}$$

$$a^2-1$$

$$x^2-81$$

B 力をつけよう

2 知・技 $(a+b)(a-b)$ の展開

教 p.20

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & (-7b+2a)(2a+7b) \\ & = (2a-7b)(2a+7b) \\ & = (2a)^2 - (7b)^2 \\ & = 4a^2 - 49b^2\end{aligned}$$

$$4a^2 - 49b^2$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & (4x+3y)(-4x+3y) \\ & = (3y+4x)(3y-4x) \\ & = (3y)^2 - (4x)^2 \\ & = 9y^2 - 16x^2\end{aligned}$$

公式が使える形になおそう。

$$9y^2 - 16x^2$$

3 知・技 いろいろな式の計算①

教 p.21

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & (x+3)^2 + (x+5)(x-2) \\ & = (x^2+6x+9) + (x^2+3x-10) \\ & = x^2+6x+9+x^2+3x-10 \\ & = 2x^2+9x-1\end{aligned}$$

同類項をまとめる

$$2x^2+9x-1$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & a(a+4) - (a-5)^2 \\ & = (a^2+4a) - (a^2-10a+25) \\ & = a^2+4a-a^2+10a-25 \\ & = 14a-25\end{aligned}$$

$$14a-25$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (m-1)^2 - (m+5)(m-5) \\ & = (m^2-2m+1) - (m^2-25) \\ & = m^2-2m+1-m^2+25 \\ & = -2m+26\end{aligned}$$

$$-2m+26$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & (6a+7b)(6a-7b) - (4a-b)(4a+b) \\ & = (36a^2-49b^2) - (16a^2-b^2) \\ & = 36a^2-49b^2-16a^2+b^2 \\ & = 20a^2-48b^2\end{aligned}$$

$$20a^2-48b^2$$

要点のまとめ

乗法の公式

$$\begin{aligned}(x+a)(x+b) &= x^2 + (a+b)x + ab \\ (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

4 知・技 いろいろな式の計算②

教 p.21

次の計算をしなさい。

$$\square(1) \quad (a+b+2)(a+b-2) \quad \text{▶式の中の共通な部分を、1つの文字におきかえる}$$

 $a+b$ を M とすると、

$$\begin{aligned}(a+b+2)(a+b-2) \\ &= (M+2)(M-2) = M^2-4\end{aligned}$$

$$= (a+b)^2 - 4 = a^2 + 2ab + b^2 - 4$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 4$$

$$\square(2) \quad (x-y+4)^2$$

 $x-y$ を M とすると、

$$(x-y+4)^2 = (M+4)^2 = M^2 + 8M + 16$$

$$= (x-y)^2 + 8(x-y) + 16$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + 8x - 8y + 16$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + 8x - 8y + 16$$

$$\square(3) \quad (x+2y-3)(x+2y+5)$$

 $x+2y$ を M とすると、

$$(x+2y-3)(x+2y+5)$$

$$= (M-3)(M+5) = M^2 + 2M - 15$$

$$= (x+2y)^2 + 2(x+2y) - 15$$

$$= x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y - 15$$

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y - 15$$

$$\square(4) \quad (3a+b)(3a+b-9)$$

 $3a+b$ を M とすると、

$$(3a+b)(3a+b-9) = M(M-9) = M^2 - 9M$$

$$= (3a+b)^2 - 9(3a+b)$$

$$= 9a^2 + 6ab + b^2 - 27a - 9b$$

$$9a^2 + 6ab + b^2 - 27a - 9b$$

C チャレンジ



5 縦の長さが a cm で、横の長さが縦の長さより 2 cm 長い長方形 A があります。

この長方形の縦の長さを

5 cm 長くし、横の長さを

4 cm 長くした長方形 B をつくるとき、B の面積と A の面積の差を、 a を使って表しなさい。A の面積は、 $a(a+2)$ cm²B は、縦の長さ $(a+5)$ cm、横の長さ $(a+2+4)$ cm だから、面積は、 $(a+5)(a+2+4) = (a+5)(a+6)$ (cm²)

求める差は、

$$\begin{aligned}(a+5)(a+6) - a(a+2) &= a^2 + 11a + 30 - a^2 - 2a \\ &= 9a + 30 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

$$9a + 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$



1 知・技 次の計算をしなさい。

□(1) $(a+5b) \times (-3b)$
 $= a \times (-3b) + 5b \times (-3b)$ 分配法則 $(a+b)c = ac + bc$
 $= -3ab - 15b^2$

□(2) $-4x(2x-7y)$
 $= -4x \times 2x + (-4x) \times (-7y)$ 分配法則 $c(a+b) = ca + cb$
 $= -8x^2 + 28xy$

□(3) $2xy(6x-9y+3)$
 $= 2xy \times 6x + 2xy \times (-9y) + 2xy \times 3$
 $= 12x^2y - 18xy^2 + 6xy$

2 知・技 次の計算をしなさい。

□(1) $(12a^2 + 18ab) \div (-6a)$
 $= -\frac{12a^2}{6a} - \frac{18ab}{6a}$ 分数の形にする
 $= -2a - 3b$

□(2) $(3xy-4y) \div \left(-\frac{y}{2}\right)$
 $= (3xy-4y) \times \left(-\frac{2}{y}\right)$ $-\frac{y}{2}$ の逆数をかける
 $= 3xy \times \left(-\frac{2}{y}\right) + (-4y) \times \left(-\frac{2}{y}\right)$ 分配法則
 $= -6x + 8$

□(3) $(9x^2y - 21xy^2) \div \frac{3}{4}xy$
 $= (9x^2y - 21xy^2) \times \frac{4}{3xy}$ $\frac{3}{4}xy \left(= \frac{3xy}{4} \right)$ の逆数をかける
 $= 9x^2y \times \frac{4}{3xy} + (-21xy^2) \times \frac{4}{3xy}$ 分配法則
 $= 12x - 28y$

3 知・技 次の計算をしなさい。

□(1) $(x+3)(y-9)$ 順にかけあわせる
 $= xy - 9x + 3y - 27$

別解 $y-9$ を1つのものとみて,
 $(x+3)(y-9) = x(y-9) + 3(y-9)$
 として展開してもよい。

□(2) $(2a-5)(3b-7)$
 $= 2a \times 3b + 2a \times (-7) + (-5) \times 3b + (-5) \times (-7)$
 $= 6ab - 14a - 15b + 35$

□(3) $(4x+y)(6x-9y)$
 $= 24x^2 - 36xy + 6xy - 9y^2$
 $= 24x^2 - 30xy - 9y^2$

□(4) $(x+y)(x-3y+7)$
 $= x(x-3y+7) + y(x-3y+7)$
 $= x^2 - 3xy + 7x + xy - 3y^2 + 7y$
 $= x^2 - 2xy + 7x - 3y^2 + 7y$

□(5) $(2a-3b+1)(a-4b)$
 $= 2a(a-4b) - 3b(a-4b) + (a-4b)$
 $= 2a^2 - 8ab - 3ab + 12b^2 + a - 4b$
 $= 2a^2 - 11ab + 12b^2 + a - 4b$

□(6) $(a-3b-2)(2a-5b)$
 $= a(2a-5b) - 3b(2a-5b) - 2(2a-5b)$
 $= 2a^2 - 5ab - 6ab + 15b^2 - 4a + 10b$
 $= 2a^2 - 11ab + 15b^2 - 4a + 10b$

4 知・技 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad (x+2)(x+5) \\ &= x^2 + (2+5)x + 2 \times 5 \quad \leftarrow (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \\ &= x^2 + 7x + 10\end{aligned}$$

$$x^2 + 7x + 10$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad (x-7)(x+6) \\ &= x^2 + \{(-7)+6\}x + (-7) \times 6 \\ &= x^2 - x - 42\end{aligned}$$

$$x^2 - x - 42$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad (a+8b)(a-3b) \\ &= a^2 + \{8b+(-3b)\}a + 8b \times (-3b) \\ &= a^2 + 5ab - 24b^2\end{aligned}$$

$$a^2 + 5ab - 24b^2$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad (x-4y)(x-5y) \\ &= x^2 + \{(-4y)+(-5y)\}x + (-4y) \times (-5y) \\ &= x^2 - 9xy + 20y^2\end{aligned}$$

$$x^2 - 9xy + 20y^2$$

5 知・技 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad (x+8)^2 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2 \quad \leftarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ &= x^2 + 16x + 64\end{aligned}$$

$$x^2 + 16x + 64$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad (y-9)^2 \\ &= y^2 - 2 \times y \times 9 + 9^2 \quad \leftarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ &= y^2 - 18y + 81\end{aligned}$$

$$y^2 - 18y + 81$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad (7a+b)^2 \\ &= (7a)^2 + 2 \times 7a \times b + b^2 \\ &= 49a^2 + 14ab + b^2\end{aligned}$$

$$49a^2 + 14ab + b^2$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad \left(2x - \frac{1}{4}y\right)^2 \\ &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times \frac{1}{4}y + \left(\frac{1}{4}y\right)^2 \\ &= 4x^2 - xy + \frac{1}{16}y^2\end{aligned}$$

$$4x^2 - xy + \frac{1}{16}y^2$$

6 知・技 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad (a+7)(a-7) \\ &= a^2 - 7^2 \quad \leftarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\ &= a^2 - 49\end{aligned}$$

$$a^2 - 49$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad (9-2y)(9+2y) \\ &= 9^2 - (2y)^2 \\ &= 81 - 4y^2\end{aligned}$$

$$81 - 4y^2$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad (3a+4b)(3a-4b) \\ &= (3a)^2 - (4b)^2 \\ &= 9a^2 - 16b^2\end{aligned}$$

$$9a^2 - 16b^2$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad (8x-5y)(5y+8x) \\ &= (8x-5y)(8x+5y) \quad \leftarrow \text{公式が使える形になおす} \\ &= (8x)^2 - (5y)^2 \\ &= 64x^2 - 25y^2\end{aligned}$$

$$64x^2 - 25y^2$$

7 知・技 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad (8-x)(8+x) + x(x-6) \\ &= (64 - x^2) + (x^2 - 6x) \\ &= 64 - x^2 + x^2 - 6x \\ &= 64 - 6x\end{aligned}$$

$$64 - 6x$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad (x-4)(x-5) + (x+3)^2 \\ &= (x^2 - 9x + 20) + (x^2 + 6x + 9) \\ &= x^2 - 9x + 20 + x^2 + 6x + 9 \\ &= 2x^2 - 3x + 29\end{aligned}$$

$$2x^2 - 3x + 29$$

$$\square(3) \quad (a+b+c)^2$$

$a+b$ を M とすると、

$$(a+b+c)^2$$

$$= (M+c)^2$$

$$= M^2 + 2cM + c^2$$

$$= (a+b)^2 + 2c(a+b) + c^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$$

因数分解(1)

教 p.23~25



A 基本を身につけよう

例題 1 共通因数をくくり出す

教 p.24

次の式を因数分解しなさい。

$$8x^2 + 2x$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 8x^2 + 2x \\ = 2x \times 4x + 2x \times 1 \\ = 2x(4x + 1) \end{aligned}$$

共通因数 $2x$ をくくり出す

$$Ma + Mb = M(a + b)$$

知・技 1 共通因数をくくり出す

教 p.24

次の式を因数分解しなさい。

$$\square(1) \quad 9x^2 + 3x$$

$$\begin{aligned} &= 3x \times \boxed{3x} + 3x \times \boxed{1} \\ &= \boxed{3x(3x + 1)} \end{aligned}$$

共通因数 $3x$ をくくり出す

$$\square(2) \quad 12a^2 - 8a$$

$$\begin{aligned} &= 4a \times 3a - 4a \times 2 \\ &= 4a(3a - 2) \end{aligned}$$

共通因数 $4a$ をくくり出す

$$\square(3) \quad ab + ac$$

$$\begin{aligned} &= a \times b + a \times c \\ &= a(b + c) \end{aligned}$$

共通因数 a をくくり出す

$$\square(4) \quad 6ab - 3b^2$$

$$\begin{aligned} &= 3b \times 2a - 3b \times b \\ &= 3b(2a - b) \end{aligned}$$

共通因数 $3b$ をくくり出す

3 も b も共通因数だよ。
共通因数はすべてくくり出そう。



$$\square(5) \quad ax - bx + cx$$

$$\begin{aligned} &= x \times a - x \times b + x \times c \\ &= x(a - b + c) \end{aligned}$$

共通因数 x をくくり出す

例題 2

和と差の積、平方の公式の利用

教 p.24~25

次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad 9x^2 - 4$$

$$(2) \quad x^2 + 6x + 9$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \quad 9x^2 - 4 &= (3x)^2 - \boxed{2}^2 \\ &= (3x + \boxed{2})(3x - \boxed{2}) \end{aligned}$$

$$\text{公式} \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x^2 + 6x + 9 &= x^2 + 2 \times x \times \boxed{3} + \boxed{3}^2 \\ &= (x + \boxed{3})^2 \end{aligned}$$

$$\text{公式} \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

2

和と差の積、平方の公式の利用

教 p.24~25

次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \square(1) \quad 16x^2 - 9 &= (\boxed{4x})^2 - \boxed{3}^2 \\ &= \boxed{(4x + 3)(4x - 3)} \end{aligned}$$

$$\square(2) \quad x^2 - 25$$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 5^2 \\ &= (x + 5)(x - 5) \end{aligned}$$

$$\square(3) \quad 49x^2 - 1$$

$$\begin{aligned} &= (7x)^2 - 1^2 \\ &= (7x + 1)(7x - 1) \end{aligned}$$

$$\square(4) \quad x^2 + 16x + 64$$

$$\begin{aligned} &= x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2 \\ &= (x + 8)^2 \end{aligned}$$

$$\square(5) \quad x^2 - 10x + 25$$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 \\ &= (x - 5)^2 \end{aligned}$$

$$\square(6) \quad 4x^2 - 4x + 1$$

$$\begin{aligned} &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 \\ &= (2x - 1)^2 \end{aligned}$$

$$\square(7) \quad 9x^2 + 12x + 4$$

$$\begin{aligned} &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 \\ &= (3x + 2)^2 \end{aligned}$$

B 力をつけよう

3 共通因数をくくり出す

教 p.24

次の式を因数分解しなさい。 ▶ $Ma+Mb=M(a+b)$

$$\begin{aligned}\square(1) \quad a^2b+ab^2-ab \\ = ab \times a + ab \times b - ab \times 1 \\ = ab(a+b-1)\end{aligned}$$

共通因数 ab をくくり出す

$$\begin{aligned}\square(2) \quad 18x^2+6xy-12x \\ = 6x \times 3x + 6x \times y - 6x \times 2 \\ = 6x(3x+y-2)\end{aligned}$$

共通因数 $6x$ をくくり出す

$$\begin{aligned}\square(3) \quad -5axy-4bxy+7cxy \\ = -xy \times 5a + (-xy) \times 4b + (-xy) \times (-7c) \\ = -xy(5a+4b-7c)\end{aligned}$$

共通因数 $-xy$ をくくり出す

4 和と差の積の利用

教 p.24

次の式を因数分解しなさい。 ▶ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$\begin{aligned}\square(1) \quad 1-25m^2 \\ = 1^2-(5m)^2 \\ = (1+5m)(1-5m)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad 16x^2-25y^2 \\ = (4x)^2-(5y)^2 \\ = (4x+5y)(4x-5y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad 64a^2-9b^2 \\ = (8a)^2-(3b)^2 \\ = (8a+3b)(8a-3b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad x^2-\frac{1}{9}y^2 \\ = x^2-\left(\frac{1}{3}y\right)^2 \\ = \left(x+\frac{1}{3}y\right)\left(x-\frac{1}{3}y\right)\end{aligned}$$

5 平方の公式の利用

教 p.24~25

次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad 49+42t+9t^2 \\ = 9t^2+42t+49 \\ = (3t)^2+2 \times 3t \times 7+7^2 \\ = (3t+7)^2\end{aligned}$$

▶ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad 16x^2-8xy+y^2 \\ = (4x)^2-2 \times 4x \times y+y^2 \\ = (4x-y)^2\end{aligned}$$

▶ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad 25a^2+20ab+4b^2 \\ = (5a)^2+2 \times 5a \times 2b+(2b)^2 \\ = (5a+2b)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad x^2+x+\frac{1}{4} \\ = x^2+2 \times x \times \frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2\end{aligned}$$

6 平方の公式の利用

教 p.25

次の□にあてはまる正の数を書き入れなさい。

$$\square(1) \quad 9x^2-\boxed{6}x+1=(\boxed{3}x-1)^2$$

3^2 $2 \times 3 \times 1$

$$\square(2) \quad a^2-10a+\boxed{25}=(a-\boxed{5})^2$$

$2 \times 1 \times 5$ 5^2

C チャレンジ



□7 $ax^2+6xy+by^2$ を因数分解すると、 $(9x+cy)^2$ になりました。このとき、 a 、 b 、 c の値を求めなさい。

$(9x+cy)^2$ を展開すると、

$$(9x+cy)^2=81x^2+18cxy+c^2y^2$$

これが $ax^2+6xy+by^2$ と等しいから、

$$ax^2+6xy+by^2=81x^2+18cxy+c^2y^2$$

係数をくらべると、 $a=81$ 、 $6=18c$ 、 $b=c^2$

$$6=18c \text{ より、} c=\frac{1}{3}$$

$$b=c^2 \text{ より、} b=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$$

$$a=81 \quad b=\frac{1}{9} \quad c=\frac{1}{3}$$

因数分解(2)

教 p.25~29



A 基本を身につけよう

例題 1 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 教 p.25~27

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+7x+10$

(2) $x^2-2x-15$

解 (1) 積が $+10$, $x^2+7x+10$

和が $+7$	積が $+10$	積が $+7$
となる2数は,	1と 10	○
2と5	-1と -10	
したがって,	2と 5	
	-2と -5	

$$x^2+7x+10$$

$$=(x+2)(x+5)$$

(2) 積が -15 , $x^2-2x-15$

和が -2	積が -15	積が -2
となる2数は,	1と -15	○
3と-5	-1と 15	
したがって,	3と -5	
	-3と 5	

$$x^2-2x-15$$

$$=(x+3)(x-5)$$

公式 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

知・技 1 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 教 p.25~27

次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2+9x+14$

積が $+14$, 和が $+9$	積が $+14$	和が $+9$
となる2数は,	1と 14	○
	-1と -14	
	2と 7	
	-2と -7	

したがって,

$$x^2+9x+14$$

$$= (x+2)(x+7)$$

□(2) x^2-3x+2

積が $+2$, 和が -3 となる
2数は, -1 と -2
したがって,

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$$

積が $+2$	和が -3
1と 2	○
-1と -2	

$$(x-1)(x-2)$$

□(3) x^2+5x-6

積が -6 , 和が $+5$ となる2数は, -1 と 6

したがって,

$$x^2+5x-6=(x-1)(x+6)$$

積が -6	和が $+5$
1と -6	○
-1と 6	
2と -3	
-2と 3	

積が負だから,
2数は異符号だね。



$$(x-1)(x+6)$$

□(4) $x^2-2x-24$

▶積が -24 , 和が -2

$$=x^2+\{4+(-6)\}x+4\times(-6)$$

$$=(x+4)(x-6)$$

$$(x+4)(x-6)$$

□(5) $x^2-12x+27$

▶積が $+27$, 和が -12

$$=x^2+\{(-3)+(-9)\}x+(-3)\times(-9)$$

$$=(x-3)(x-9)$$

$$(x-3)(x-9)$$

□(6) $x^2-2x-48$

▶積が -48 , 和が -2

$$=x^2+\{6+(-8)\}x+6\times(-8)$$

$$=(x+6)(x-8)$$

$$(x+6)(x-8)$$

2 知・技 いろいろな因数分解

教 p.28~29

次の□にあてはまる文字や式を書き入れなさい。

□(1) $ax^2+10ax+21a=$ a $(x^2+10x+21)$
 $=$ a $(x+3)($ $x+7$ $)$

□(2) $a(x+3)-b(x+3)$

$x+3$ を M とすると,

$$a(x+3)-b(x+3)=aM-bM$$

$$=M(a-b)$$

$$=($$
 $x+3$ $)(a-b)$

B 力をつけよう

3 知・技 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 教 p.25~27

次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & -11y+30+y^2 \\ & =y^2-11y+30 \quad \leftarrow \text{項を並べかえる} \\ & =y^2+(-5)+(-6)\}y+(-5)\times(-6) \\ & =(y-5)(y-6)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & -72+a^2+a \\ & =a^2+a-72 \\ & =a^2+(-8)+9\}a+(-8)\times9 \\ & =(a-8)(a+9)\end{aligned}$$

4 知・技 いろいろな因数分解① 教 p.28

次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & 2x^2+6x+4 \\ & =2(x^2+3x+2) \quad \leftarrow \text{共通因数 } 2 \text{ をくくり出す} \\ & =2(x+1)(x+2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & 9ax^2+6ax+a \\ & =a(9x^2+6x+1) \quad \leftarrow \text{共通因数 } a \text{ をくくり出す} \\ & =a(3x+1)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & 45ax^2-80a \\ & =5a(9x^2-16) \quad \leftarrow \text{共通因数 } 5a \text{ をくくり出す} \\ & =5a(3x+4)(3x-4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & x^3y-3x^2y-10xy \\ & =xy(x^2-3x-10) \quad \leftarrow \text{共通因数 } xy \text{ をくくり出す} \\ & =xy(x+2)(x-5)\end{aligned}$$

要点のまとめ

因数分解の公式

$$\begin{aligned}Ma+Mb &= M(a+b) \\ a^2-b^2 &= (a+b)(a-b) \\ a^2+2ab+b^2 &= (a+b)^2 \\ a^2-2ab+b^2 &= (a-b)^2 \\ x^2+(a+b)x+ab &= (x+a)(x+b)\end{aligned}$$

5 いろいろな因数分解②

教 p.28~29

次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & (a-b)x-(a-b)y \\ & a-b \text{ を } M \text{ とすると,} \\ & (a-b)x-(a-b)y \\ & =Mx-My \\ & =M(x-y) \\ & =(a-b)(x-y) \quad \leftarrow M \text{ をもとにもどす}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & (x+4)^2-6(x+4)-16 \\ & x+4 \text{ を } M \text{ とすると,} \\ & (x+4)^2-6(x+4)-16 \\ & =M^2-6M-16 \\ & =(M+2)(M-8) \\ & =\{(x+4)+2\}\{(x+4)-8\} \quad \leftarrow \{ \} \text{ の中を計算する} \\ & =(x+6)(x-4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (x-y)^2-10(x-y)+25 \\ & x-y \text{ を } M \text{ とすると,} \\ & (x-y)^2-10(x-y)+25 \\ & =M^2-10M+25 \\ & =(M-5)^2 \\ & =(x-y-5)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & 2a(b-3)+3-b \\ & 3-b=-b+3 \\ & \quad \quad \quad =-(b-3) \\ & 2a(b-3)-(b-3) \quad \leftarrow 3-b=-b+3 \\ & b-3 \text{ を } M \text{ とすると,} \\ & 2a(b-3)-(b-3) \\ & =2aM-M \\ & =M(2a-1) \\ & =(b-3)(2a-1)\end{aligned}$$

C チャレンジ



$$\begin{aligned}\square 6 \quad & ax-x+a-1 \text{ を因数分解しなさい。} \\ & =x(a-1)+(a-1) \quad \leftarrow ax-x \text{ を } x \\ & a-1 \text{ を } M \text{ とすると,} \quad \quad \quad \text{でくくると,} \\ & x(a-1)+(a-1) \quad \quad \quad \text{共通因数} \\ & =xM+M \quad \quad \quad a-1 \text{ が} \\ & =M(x+1) \quad \quad \quad \text{現れる} \\ & =(a-1)(x+1)\end{aligned}$$



$ax-x+a-1=ax+a-x-1$
 $=a(x+1)-(x+1)$
 と変形してもできるよ。



1 知・技 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & 2x^2+10x \\ &= 2x \times x + 2x \times 5 \\ &= 2x(x+5)\end{aligned}$$

共通因数 $2x$ をくくり出す

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & 7ax-35bx \\ &= 7x \times a - 7x \times 5b \\ &= 7x(a-5b)\end{aligned}$$

共通因数 $7x$ をくくり出す

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & 12a^2b-3ab^2+6ab \\ &= 3ab \times 4a - 3ab \times b + 3ab \times 2 \\ &= 3ab(4a-b+2)\end{aligned}$$

共通因数 $3ab$ をくくり出す

2 知・技 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & x^2-36 \\ &= x^2-6^2 \\ &= (x+6)(x-6)\end{aligned}$$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & y^2-49 \\ &= y^2-7^2 \\ &= (y+7)(y-7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & 81a^2-b^2 \\ &= (9a)^2-b^2 \\ &= (9a+b)(9a-b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & 9x^2-25y^2 \\ &= (3x)^2-(5y)^2 \\ &= (3x+5y)(3x-5y)\end{aligned}$$

3 知・技 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & a^2+4a+4 \\ &= a^2+2 \times a \times 2+2^2 \\ &= (a+2)^2\end{aligned}$$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & x^2-18x+81 \\ &= x^2-2 \times x \times 9+9^2 \\ &= (x-9)^2\end{aligned}$$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & 25x^2+10x+1 \\ &= (5x)^2+2 \times 5x \times 1+1^2 \\ &= (5x+1)^2\end{aligned}$$

$(x-9)^2$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & x^2-6xy+9y^2 \\ &= x^2-2 \times x \times 3y+(3y)^2 \\ &= (x-3y)^2\end{aligned}$$

$(5x+1)^2$

$$\begin{aligned}\square(5) \quad & 4x^2+4xy+y^2 \\ &= (2x)^2+2 \times 2x \times y+y^2 \\ &= (2x+y)^2\end{aligned}$$

$(x-3y)^2$

$$\begin{aligned}\square(6) \quad & 36x^2-60xy+25y^2 \\ &= (6x)^2-2 \times 6x \times 5y+(5y)^2 \\ &= (6x-5y)^2\end{aligned}$$

$(2x+y)^2$

$$(3x+5y)(3x-5y)$$

$$(6x-5y)^2$$

4 知・技 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad x^2+5x+4 & \quad \text{積が4, 和が5} \\ & =x^2+(1+4)x+1 \times 4 \\ & =x^2+(x+1)x+1(x+1) \\ & =x(x+1)(x+1) \\ & =x(x+1)(x+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad x^2-10x+21 & \quad \text{積が21, 和が-10} \\ & =x^2+(-3+(-7))x+(-3) \times (-7) \\ & =x^2-(3+7)x+21 \\ & =x^2-10x+21 \\ & =x(x-3)(x-7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad x^2-x-12 & \quad \text{積が-12, 和が-1} \\ & =x^2+(3+(-4))x+3 \times (-4) \\ & =x^2+x-12 \\ & =x(x+3)(x-4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad x^2+7x-18 & \quad \text{積が-18, 和が7} \\ & =x^2+(-2+9)x+(-2) \times 9 \\ & =x^2+x-18 \\ & =x(x-2)(x+9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(5) \quad x^2-x-42 & \quad \text{積が-42, 和が-1} \\ & =x^2+(6+(-7))x+6 \times (-7) \\ & =x^2+5x-42 \\ & =x(x+6)(x-7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(6) \quad x^2+4x-45 & \quad \text{積が-45, 和が4} \\ & =x^2+(-5+9)x+(-5) \times 9 \\ & =x^2+4x-45 \\ & =x(x-5)(x+9)\end{aligned}$$

5 知・技 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad ax^2+11ax+28a & \quad \text{共通因数} a \text{ をくくり出す} \\ & =a(x^2+11x+28) \\ & =a(x+4)(x+7) \\ & =a(x+4)(x+7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad 27a^2-48 & \quad \text{共通因数} 3 \text{ をくくり出す} \\ & =3(9a^2-16) \\ & =3(3a+4)(3a-4) \\ & =3(3a+4)(3a-4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad 5x^2-30x+45 & \quad \text{共通因数} 5 \text{ をくくり出す} \\ & =5(x^2-6x+9) \\ & =5(x-3)^2 \\ & =5(x-3)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad 2bx^2-2bx-60b & \quad \text{共通因数} 2b \text{ をくくり出す} \\ & =2b(x^2-x-30) \\ & =2b(x+5)(x-6) \\ & =2b(x+5)(x-6)\end{aligned}$$

6 知・技 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad a(x+5)-b(x+5) & \quad x+5 \text{ を } M \text{ とすると,} \\ & =a(x+5)-b(x+5) \\ & =aM-bM \\ & =M(a-b) \\ & =(x+5)(a-b) \\ & =(x+5)(a-b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad (x+2)^2-9(x+2)+8 & \quad x+2 \text{ を } M \text{ とすると,} \\ & =x^2+4x+4-9x-18+8 \\ & =x^2-5x-10 \\ & =M^2-9M+8 \\ & =(M-1)(M-8) \\ & =\{(x+2)-1\}\{(x+2)-8\} \\ & =(x+1)(x-6) \\ & =(x+1)(x-6)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad x^2-(y-3)^2 & \quad y-3 \text{ を } M \text{ とすると,} \\ & =x^2-(y-3)^2 \\ & =x^2-M^2 \\ & =(x+M)(x-M) \\ & =\{x+(y-3)\}\{x-(y-3)\} \\ & =(x+y-3)(x-y+3) \\ & =(x+y-3)(x-y+3)\end{aligned}$$



A 基本を身につけよう

例題 1 数の性質の証明

教 p.30~32

連続する2つの奇数の積に1をたした数は、偶数の2乗になることを証明しなさい。

解) n を整数とすると、連続する2つの奇数は、

$$2n-1, 2n+1$$

と表される。

それらの積に1をたした数は、

$$(2n-1)(2n+1)+1$$

$$=4n^2-1+1$$

$$=4n^2$$

$$=(2n)^2$$

n は整数だから、

$2n$ は偶数である。

したがって、連続する2つの

奇数の積に1をたした数は、

偶数の2乗になる。

2n+1, 2n+3として
計算してもいいけど、
2n-1, 2n+1の方が
計算が少し楽だね。



□1 数の性質の証明

教 p.30~32

連続する2つの奇数の積は、その間にある偶数の2乗より1小さい数になることを次のように証明しました。

$$\begin{aligned} 3 \times 5 &= 15 = 4^2 - 1 \\ 5 \times 7 &= 35 = 6^2 - 1 \\ 7 \times 9 &= 63 = 8^2 - 1 \end{aligned}$$

□にあてはまる式を書き入れなさい。

〔証明〕

n を整数とすると、連続する2つの奇数は、

$$2n-1, \boxed{2n+1}$$

と表される。

それらの積は、

$$(2n-1)(\boxed{2n+1})=(\boxed{2n})^2-1$$

したがって、連続する2つの奇数の積は、

その間にある偶数の2乗より1小さい数になる。

考え方

n を整数とすると、
連続する偶数は、 $2n-2, 2n, 2n+2, \dots$
連続する奇数は、 $2n-1, 2n+1, 2n+3, \dots$
などと表される。

例題 2

因数分解や展開を利用した数の計算 教 p.32

因数分解や展開を利用して、次の計算をしなさい。

$$(1) 16^2 - 14^2$$

$$(2) 29^2$$

解) (1) $16^2 - 14^2$
 $= (16+14) \times (16-14)$ ← 因数分解を利用する
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$= 30 \times 2 = 60$$

$$(2) 29^2 = (30-1)^2$$

$$= 30^2 - 2 \times 30 \times 1 + 1^2$$
 ← 展開を利用する
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$= 900 - 60 + 1 = 841$$

2 知・技

因数分解や展開を利用した数の計算 教 p.32

因数分解や展開を利用して、次の計算をしなさい。

$$\square(1) 27^2 - 23^2$$

$$= (27 + \boxed{23}) \times (27 - \boxed{23})$$
 ← 因数分解を利用する
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$= 50 \times \boxed{4} = \boxed{200}$$

$$\square(2) 172^2 - 72^2$$

$$= (172 + 72) \times (172 - 72)$$
 ← 因数分解を利用する
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$= 244 \times 100 = 24400$$

24400

$$\square(3) 41^2$$

$$= (40 + 1)^2$$

$$= 40^2 + 2 \times 40 \times 1 + 1^2$$
 ← 展開を利用する
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$= 1600 + 80 + 1 = 1681$$

1681

$$\square(4) 98^2$$

$$= (100 - 2)^2$$

$$= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$$
 ← 展開を利用する
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$= 10000 - 400 + 4 = 9604$$

9604

$$\square(5) 61 \times 59$$

$$= (60 + 1) \times (60 - 1)$$
 ← $61 = 60 + 1, 59 = 60 - 1$
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$= 60^2 - 1^2$$

$$= 3600 - 1 = 3599$$

3599

$$\square(6) 47 \times 53$$

$$= (50 - 3) \times (50 + 3)$$
 ← $47 = 50 - 3, 53 = 50 + 3$
 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$$= 50^2 - 3^2$$

$$= 2500 - 9 = 2491$$

2491

B 力をつけよう

□ 3 数の性質の証明 教 p.30~32

連続する2つの偶数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差に4をたした数は、8の倍数になることを証明しなさい。

〔証明〕

n を整数とすると、連続する2つの偶数は、

$$2n, 2n+2$$

と表される。

大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差に4をたした数は、

$$\begin{aligned} & (2n+2)^2 - (2n)^2 + 4 \\ &= 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 + 4 \\ &= 8n + 8 \\ &= 8(n+1) \end{aligned}$$

$n+1$ は整数だから、 $8(n+1)$ は8の倍数である。

したがって、連続する2つの偶数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差に4をたした数は、8の倍数になる。

□ 4 数の性質の証明 教 p.30~32

奇数と奇数の積は、奇数になることを次のように証明しました。

□ にあてはまる式や数を書き入れなさい。

〔証明〕

m, n を整数とすると、2つの奇数は、

$$2m+1, \quad 2n+1$$

と表される。

それらの積は、

$$\begin{aligned} & (2m+1)(2n+1) \\ &= 4mn + 2m + 2n + 1 \end{aligned}$$

$$= 2(2mn + m + n) + 1$$

$2mn + m + n$ は整数だから、

$$2(2mn + m + n) + 1 \text{ は奇数である。}$$

したがって、奇数と奇数の積は、奇数になる。

考え方

連続する数ではないので、2つの文字を使って表す。

5 因数分解や展開を利用した数の計算 教 p.32

因数分解や展開を利用して、次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} \square(1) \quad & 8.6^2 - 1.4^2 \quad \text{▶ 因数分解を利用する} \\ &= (8.6+1.4) \times (8.6-1.4) \\ &= 10 \times 7.2 \\ &= 72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(2) \quad & 35^2 - 34^2 + 18^2 - 17^2 \quad \text{▶ 因数分解を利用する} \\ &= (35+34) \times (35-34) + (18+17) \times (18-17) \\ &= 69 \times 1 + 35 \times 1 \\ &= 104 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(3) \quad & 9.8 \times 10.2 \quad \text{▶ 展開を利用する} \\ &= (10-0.2) \times (10+0.2) \\ &= 10^2 - 0.2^2 \\ &= 100 - 0.04 \\ &= 99.96 \end{aligned}$$

C チャレンジ



$$\begin{aligned} \square 6 \quad & \text{連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差は、まん中の数の4倍になることを証明しなさい。} \end{aligned}$$

3, 4, 5の場合 $5^2 - 3^2 = 16 = 4 \times 4$
 6, 7, 8の場合 $8^2 - 6^2 = 28 = 7 \times 4$

〔証明〕

n を整数とすると、連続する3つの整数は、

$$n-1, n, n+1$$

と表される。

もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差は、

$$\begin{aligned} & (n+1)^2 - (n-1)^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1) \\ &= 4n \end{aligned}$$

これは、まん中の数の4倍である。

したがって、連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差は、まん中の数の4倍になる。

別解

連続する3つの整数を $n, n+1, n+2$ と表すと、

$$\begin{aligned} & (n+2)^2 - n^2 = 4n + 4 \\ &= 4(n+1) \end{aligned}$$



A 基本を身につけよう

例題 1 式の値の計算

教 p.33

$x=15$, $y=14$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

(1) $x^2 - 2xy + y^2$

(2) $(x-4y)(x+4y) - (x-2y)(x+8y)$

解 (1) $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$ ▶ 式を因数分解する
だから, 求める値は,

$$(\underline{15} - \underline{14})^2 = \underline{1} \quad \text{▶ } x=15, y=14 \text{ を代入}$$

(2) $(x-4y)(x+4y) - (x-2y)(x+8y)$ ▶ 式を展開する

$$= (x^2 - 16y^2) - (x^2 + 6xy - 16y^2)$$

$$= x^2 - 16y^2 - x^2 - 6xy + 16y^2$$

$$= -6xy$$

だから, 求める値は,

$$-6 \times \underline{15} \times \underline{14} = \underline{-1260} \quad \text{▶ } x=15, y=14 \text{ を代入}$$

1 式の値の計算

教 p.33

$x=16$, $y=15$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x^2 - 2xy + y^2$ ▶ 式を因数分解する

$$= (\underline{x-y})^2$$

だから, 求める値は,

$$(\underline{16} - \underline{15})^2 = \underline{1} \quad \text{▶ } x=16, y=15 \text{ を代入}$$

□(2) $(x-6y)(x+6y) - (x-4y)(x+9y)$ ▶ 式を展開する

$$= (x^2 - 36y^2) - (x^2 + 5xy - 36y^2)$$

$$= x^2 - 36y^2 - x^2 - 5xy + 36y^2$$

$$= -5xy$$

だから, 求める値は,

$$-5 \times \underline{16} \times \underline{15} = \underline{-1200} \quad \text{▶ } x=16, y=15 \text{ を代入}$$

□(3) $(x-2y)^2 - (x+y)(x+4y)$ ▶ 式を展開する

$$= (x^2 - 4xy + 4y^2) - (x^2 + 5xy + 4y^2)$$

$$= x^2 - 4xy + 4y^2 - x^2 - 5xy - 4y^2$$

$$= -9xy$$

だから, 求める値は,

$$-9 \times \underline{16} \times \underline{15} = \underline{-2160} \quad \text{▶ } x=16, y=15 \text{ を代入}$$

B 力をつけよう

2 式の値の計算

教 p.33

次の式の値を求めなさい。

□(1) $a=38$, $b=-12$ のとき, $a^2 + 6ab + 9b^2$ の値

$$\underline{a^2 + 6ab + 9b^2} \quad \text{▶ 式を因数分解する}$$

$$= (\underline{a+3b})^2$$

だから, 求める値は,

$$\underline{(38+3 \times (-12))^2} = \underline{(38-36)^2}$$

$$= \underline{2^2} = \underline{4}$$

□(2) $x=2.3$, $y=1.7$ のとき, $x^2 - y^2$ の値

$$\underline{x^2 - y^2} = (\underline{x+y})(\underline{x-y})$$

だから, 求める値は,

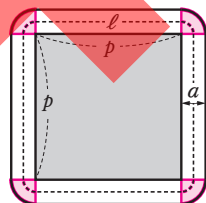
$$\underline{(2.3+1.7) \times (2.3-1.7)} = \underline{4 \times 0.6}$$

$$= \underline{2.4}$$

3 図形の性質の証明

教 p.33~34

1 辺の長さが p の正方形の池のまわりに, 右の図のように四すみがおうぎ形の幅 a の道がついてい



ます。この道の面積を S , 道のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき, $S = a\ell$ となることを次のように証明しました。□にあてはまる式を書き入れなさい。

〔証明〕 道の面積 S は, 縦 a , 横 p の長方形

4 つ分と, 半径 a の円 1 つ分の面積の和だから, 半径 a の円 4 つ分

$$S = 4ap + \underline{\pi a^2} \quad \dots\dots ①$$

道のまん中を通る線の長さ ℓ は, 1 辺 p の正方形

の周と, 半径 $\underline{\frac{a}{2}}$ の円の周の長さの和

だから, 半径 $\frac{a}{2}$ の円 4 つ分

$$\ell = 4p + 2\pi \times \underline{\frac{a}{2}} = \underline{4p + \pi a}$$

よって, $a\ell = a(\underline{4p + \pi a})$

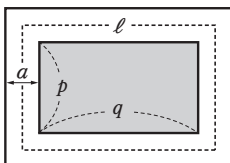
$$= \underline{4ap + \pi a^2} \quad \dots\dots ②$$

①, ②から, $S = a\ell$

□ 4 図形の性質の証明

教 p.33~34

縦の長さが p 、横の長さが q の長方形の花だんのまわりに、右の図のように幅 a の道がついています。道のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき、この道の面積が $a\ell$ に等しくなることを証明しなさい。



〔証明〕

道の面積を S とすると、
 $\rightarrow$ 外側の長方形は、
 縦 $= a + p + a = 2a + p$
 横 $= a + q + a = 2a + q$

$$\begin{aligned} S &= (2a+p)(2a+q) - pq \quad \leftarrow (\text{道の面積}) \\ &= 4a^2 + 2aq + 2ap + pq - pq = (\text{外側の長方形の面積}) \\ &\quad - (\text{内側の長方形の面積}) \\ &= 4a^2 + 2aq + 2ap \quad \cdots \cdots ① \end{aligned}$$

道のまん中を通る線の長さ ℓ は、
 縦の長さ $a+p$ 、横の長さ $a+q$ の長方形の周りの長さだから、

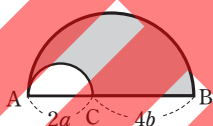
$$\begin{aligned} \ell &= (a+p) \times 2 + (a+q) \times 2 = 4a + 2p + 2q \\ \text{よって、} a\ell &= a(4a + 2p + 2q) \\ &= 4a^2 + 2aq + 2ap \quad \cdots \cdots ② \end{aligned}$$

①、②から、 $S = a\ell$ したがって、道の面積は $a\ell$ に等しい。

□ 5 図形の性質の利用

教 p.33~34

AB を直径とする半円があります。右の図のように、直径 AB 上に



AC = 2a, CB = 4b と

なる点 C をとり、AC を直径とする半円をかきます。このとき、色のついた部分の面積を求めなさい。

求める面積は、

(直径 AB の半円の面積) - (直径 AC の半円の面積)
 よって、

$$\begin{aligned} &\pi \times \left(\frac{2a+4b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times \left(\frac{2a}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \pi (a+2b)^2 - \frac{1}{2} \pi a^2 \\ &= \frac{1}{2} \pi \{ (a+2b)^2 - a^2 \} \\ &= \frac{1}{2} \pi (4ab + 4b^2) \\ &= 2\pi ab + 2\pi b^2 \end{aligned}$$

(別解) $2\pi b(a+b)$

$$2\pi ab + 2\pi b^2$$

C チャレンジ



6 右の図は、ある月のカレンダーです。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

図の中の $\begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 14 & 15 \end{smallmatrix}$ のよう

に囲んだ 4 つの数の組

を $\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}$ とします。4 つの数の組 $\begin{smallmatrix} 7 & 8 \\ 14 & 15 \end{smallmatrix}$ では、

$$bc - ad = 8 \times 14 - 7 \times 15 = 112 - 105 = 7$$

ですが、Aさんは、それ以外のすべての組についても $bc - ad = 7$ になるのではないかと予想しました。

次の問いに答えなさい。

□(1) b, c, d を a を使って表しなさい。 b は a の 1 つ右側だから、 $b = a + 1$ c は a の 1 つ下側だから、 $c = a + 7$ d は c の 1 つ右側だから、 $d = c + 1$

$$= (a+7) + 1$$

$$= a + 8$$

カレンダーは、右に 1 ずつ、
 下に 7 ずつ大きくなるね。



$$b = a + 1$$

$$c = a + 7$$

$$d = a + 8$$

□(2) Aさんの予想が正しいことを証明しなさい。

〔証明〕

 b, c, d を a を使って表すと、 $b = a + 1, c = a + 7, d = a + 8$ となるから、

$$bc - ad = (a+1)(a+7) - a(a+8)$$

$$= (a^2 + 8a + 7) - (a^2 + 8a)$$

$$= a^2 + 8a + 7 - a^2 - 8a$$

$$= 7$$

したがって、すべての組について、 $bc - ad = 7$ になる。

1章 式の展開と因数分解

教 p.12~39

点

知・技

1 次の計算をしなさい。

□(1) $(5x-2y) \times 3x$

$$= 5x \times 3x + (-2y) \times 3x$$

$$= 15x^2 - 6xy$$

□(2) $4a(5a-7b+1)$

$$= 4a \times 5a + 4a \times (-7b) + 4a \times 1$$

$$= 20a^2 - 28ab + 4a$$

□(3) $(8x^2+12xy) \div 4x$

$$= \frac{8x^2}{4x} + \frac{12xy}{4x}$$

$$= 2x + 3y$$

□(4) $(2a^2b-8ab) \div \frac{1}{3}ab \rightarrow \frac{1}{3}ab = \frac{ab}{3}$

$$= (2a^2b-8ab) \times \frac{3}{ab}$$

$$= 2a^2b \times \frac{3}{ab} + (-8ab) \times \frac{3}{ab}$$

$$= 6a - 24$$

1 2 p.2 A 1・2

16点(各4点)

(1)	$15x^2 - 6xy$
(2)	$20a^2 - 28ab + 4a$
(3)	$2x + 3y$
(4)	$6a - 24$

知・技

2 次の計算をしなさい。

□(1) $(x-2)(y+6)$

$$= xy + 6x - 2y - 12$$

□(2) $(x+3)(x+8)$

$$= x^2 + (3+8)x + 3 \times 8$$

$$= x^2 + 11x + 24$$

□(3) $(x-6)(x+4)$

$$= x^2 + ((-6)+4)x + (-6) \times 4$$

$$= x^2 - 2x - 24$$

□(4) $(a-7)^2$

$$= a^2 - 2 \times a \times 7 + 7^2$$

$$= a^2 - 14a + 49$$

□(5) $(8x+1)(8x-1)$

$$= (8x)^2 - 1^2$$

$$= 64x^2 - 1$$

2 2 p.4 A 1, p.6, p.8

20点(各4点)

(1)	$xy + 6x - 2y - 12$
(2)	$x^2 + 11x + 24$
(3)	$x^2 - 2x - 24$
(4)	$a^2 - 14a + 49$
(5)	$64x^2 - 1$

知・技

3 次の計算をしなさい。

□(1) $(x+5)^2 - (x+2)(x-8)$

$$= (x^2 + 10x + 25) - (x^2 - 6x - 16)$$

$$= x^2 + 10x + 25 - x^2 + 6x + 16$$

$$= 16x + 41$$

□(2) $(x-2y+7)(x-2y-7)$

$x-2y$ を M とすると、

$$(M+7)(M-7) = M^2 - 49$$

$$= (x-2y)^2 - 49$$

$$= x^2 - 4xy + 4y^2 - 49$$

▶ 式の中の共通な部分を
1つの文字におきかえる

▶ M をもとにもどす

3 2 p.9 B 3・4

10点(各5点)

(1)	$16x + 41$
(2)	$x^2 - 4xy + 4y^2 - 49$

4 知・技 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad 3x^2 - 6xy \\ &= 3x \times x - 3x \times 2y \\ &= 3x(x - 2y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad x^2 - 9 \\ &= x^2 - 3^2 \\ &= (x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad x^2 - 14xy + 49y^2 \\ &= x^2 - 2 \times x \times 7y + (7y)^2 \\ &= (x - 7y)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad x^2 + x - 12 \\ &= x^2 + \{(-3) + 4\}x + (-3) \times 4 \\ &= (x - 3)(x + 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(5) \quad 6a^2 - 24a + 18 \\ &= 6(a^2 - 4a + 3) \\ &= 6(a - 1)(a - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(6) \quad (x - 4)^2 - 6(x - 4) + 9 \\ &\quad x - 4 \text{ を } M \text{ とすると,} \\ &\quad M^2 - 6M + 9 = (M - 3)^2 \\ &\quad = \{(x - 4) - 3\}^2 \\ &\quad = (x - 7)^2\end{aligned}$$

5 知・技 因数分解や展開を利用して、次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad 34^2 - 16^2 \\ &= (34 + 16) \times (34 - 16) \\ &= 50 \times 18 \\ &= 900\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad 51^2 \\ &= (50 + 1)^2 \\ &= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2 \\ &= 2500 + 100 + 1 \\ &= 2601\end{aligned}$$

6 知・技 $x = 53$, $y = 47$ のとき、 $x^2 - y^2$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\ \text{だから、求める値は、} &(53 + 47) \times (53 - 47) = 100 \times 6 = 600\end{aligned}$$

7 知・技 連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、奇数になることを次のように証明しました。ア、イにあてはまる式を答えなさい。

ただし、同じ記号には同じ式がはいるものとします。

〔証明〕

n を整数とすると、連続する2つの整数は、

$$n, \quad \boxed{\text{ア}}$$

と表される。大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、

$$(\boxed{\text{ア}})^2 - n^2 = \boxed{\text{イ}}$$

n は整数だから、 $\boxed{\text{イ}}$ は奇数である。

したがって、連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、奇数になる。

4 2 p.12~15

24点(各4点)

(1)	$3x(x - 2y)$
(2)	$(x + 3)(x - 3)$
(3)	$(x - 7y)^2$
(4)	$(x - 3)(x + 4)$
(5)	$6(a - 1)(a - 3)$
(6)	$(x - 7)^2$

5 2 p.18 A 2

12点(各6点)

(1)	900
(2)	2601

6 2 p.20 A 1

6点

600

7 2 p.18 A 1

12点(各6点)

ア	$n + 1$
イ	$2n + 1$

この章の内容は、きちんと理解できたかな？



1 章 式の展開と因数分解

教 p.12~39

学習日

得点

点

1 章

式の展開と因数分解

1 知・技 次の計算をしなさい。

□(1) $12a\left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}b\right)$

$$= 12a \times \frac{2}{3}a - 12a \times \frac{1}{4}b$$

$$= 8a^2 - 3ab$$

□(3) $(27a^2b - 3a) \div 3a$ (宮崎県)

$$= \frac{27a^2b}{3a} - \frac{3a}{3a}$$

$$= 9ab - 1$$

□(2) $\frac{3}{2}x(6x + 4y - 8)$

$$= \frac{3}{2}x \times 6x + \frac{3}{2}x \times 4y - \frac{3}{2}x \times 8$$

$$= 9x^2 + 6xy - 12x$$

□(4) $(-45ab^2 + 18ab) \div \left(-\frac{9}{5}ab\right)$

$$= (-45ab^2 + 18ab) \times \left(-\frac{5}{9ab}\right)$$

$$= -45ab^2 \times \left(-\frac{5}{9ab}\right) + 18ab \times \left(-\frac{5}{9ab}\right)$$

$$= 25b - 10$$

2 知・技 次の計算をしなさい。

□(1) $(x+7)(2x-9)$

$$= 2x^2 - 9x + 14x - 63$$

$$= 2x^2 + 5x - 63$$

□(2) $\left(3x - \frac{1}{6}y\right)^2$

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times \frac{1}{6}y + \left(\frac{1}{6}y\right)^2$$

$$= 9x^2 - xy + \frac{1}{36}y^2$$

□(3) $(3x-5)(8+3x)$

$$= (3x-5)(3x+8)$$

$$= (3x)^2 + (-5+8) \times 3x + (-5) \times 8$$

$$= 9x^2 + 9x - 40$$

□(4) $(5x-3y)(3y+5x)$

$$= (5x-3y)(5x+3y)$$

$$= (5x)^2 - (3y)^2$$

$$= 25x^2 - 9y^2$$

3 知・技 次の計算をしなさい。

□(1) $(2x+1)(3x-1) - (2x-1)(3x+1)$ (愛知県改題)

$$= (6x^2 - 2x + 3x - 1) - (6x^2 + 2x - 3x - 1)$$

$$= (6x^2 + x - 1) - (6x^2 - x - 1)$$

$$= 6x^2 + x - 1 - 6x^2 + x + 1$$

$$= 2x$$

□(2) $(a-3b-2c)^2$

$a-3b$ を M とすると、

$$(a-3b-2c)^2 = (M-2c)^2$$

$$= M^2 - 4cM + 4c^2$$

$$= (a-3b)^2 - 4c(a-3b) + 4c^2$$

$$= a^2 - 6ab + 9b^2 - 4ac + 12bc + 4c^2$$

1 p.2~3 20点(各5点)

(1)	$8a^2 - 3ab$
(2)	$9x^2 + 6xy - 12x$
(3)	$9ab - 1$
(4)	$25b - 10$

2 p.5~9 20点(各5点)

(1)	$2x^2 + 5x - 63$
(2)	$9x^2 - xy + \frac{1}{36}y^2$
(3)	$9x^2 + 9x - 40$
(4)	$25x^2 - 9y^2$

3 p.9 ③ 3・4 12点(各6点)

(1)	$2x$
(2)	$a^2 - 6ab + 9b^2 - 4ac + 12bc + 4c^2$

4 次の式を因数分解しなさい。

知・技

□(1) $9x^2 - 36y^2$

$= 9(x^2 - 4y^2)$

$= 9(x+2y)(x-2y)$

知・技

□(2) $2x^2y - 28xy + 98y$

$= 2y(x^2 - 14x + 49)$

$= 2y(x-7)^2$

思

□(3) $a(2x-y) + b(y-2x)$

$= a(2x-y) - b(2x-y)$

$2x-y$ を M とすると、

$a(2x-y) - b(2x-y)$

$= aM - bM$

$= M(a-b)$

$= (2x-y)(a-b)$

知・技

□(4) $(x+5)^2 + 6(x+5) - 27$

$x+5$ を M とすると、

$(x+5)^2 + 6(x+5) - 27$

$= M^2 + 6M - 27$

$= (M-3)(M+9)$

$= \{(x+5)-3\}\{(x+5)+9\}$

$= (x+2)(x+14)$

知・技 思

□5 $a = \frac{3}{8}$ のとき、 $(2a-3)^2 - 4a(a-5)$ の式の

値を求めなさい。

(静岡県)

$(2a-3)^2 - 4a(a-5) = (4a^2 - 12a + 9) - (4a^2 - 20a) = 8a + 9$

だから、求める値は、 $8 \times \frac{3}{8} + 9 = 3 + 9 = 12$

思

□6 連続する3つの自然数で、

もっとも小さい数ともっとも大きい数の積に1を加えると、まん中の数の2乗に等しくなります。このことを、もっとも小さい数を n として、証明しなさい。

6 p.19 6

もっとも小さい数を n とすると、連続する3つの自然数は、 $n, n+1, n+2$ と表される。

$$\begin{aligned} \text{もっとも小さい数ともっとも大きい数の積に1を加えた数は、} \\ n(n+2)+1 &= n^2+2n+1 \\ &= (n+1)^2 \end{aligned}$$

これは、まん中の数の2乗である。

したがって、連続する3つの自然数で、もっとも小さい数ともっとも大きい数の積に1を加えると、まん中の数の2乗に等しくなる。

思

□7 下の図のように、1辺の長さが a cm の合同な正方形 ABCD, DEFG が重なっています。辺 BC, EF の交点を H としたとき、 $BH = b$ cm となりました。このとき、図の色のついた部分の面積を a, b を使って表しなさい。

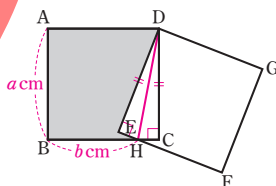
D と H を結ぶ。

△DEH と △DCH で、直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいので、 $\triangle DEH \cong \triangle DCH$

$CH = a - b$ (cm) だから、

(色のついた部分の面積) = (正方形 ABCD) - (四角形 DEHC) = (正方形 ABCD) - $\triangle DCH \times 2$

$= a^2 - \frac{1}{2} \times (a-b) \times a \times 2 = a^2 - (a^2 - ab) = ab \text{ (cm}^2\text{)}$



4 p.13 B 4, p.15 B 4・5

24点(各6点)

(1)	$9(x+2y)(x-2y)$
(2)	$2y(x-7)^2$
(3)	$(2x-y)(a-b)$
(4)	$(x+2)(x+14)$

5 p.20 A 1

8点

12

6 p.19 6

8点

7

8点

$ab \text{ cm}^2$



A 基本を身につけよう

例題
1

平方根

教 p.42~44

- (1) 9の平方根を求めなさい。
 (2) $\sqrt{25}$, $-\sqrt{25}$ を, $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

解 (1) $3^2=9$, $(-3)^2=9$ だから,

3 と -3 ▶ 正と負の2つある

$$\begin{array}{ccc} 3 & \xrightarrow{2乗} & 9 \\ -3 & \xrightarrow{\text{平方根}} & \end{array}$$

- (2) $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$
 $-\sqrt{25}=-\sqrt{5^2}=-5$

1 平方根

教 p.42~44

- (1) 次の数の平方根を求めなさい。

□① 4

$$2^2=4, \quad (-2)^2=4$$

□② 64

$$8^2=64, \quad (-8)^2=64$$

だから, 2と -2

8, -8

□③ $\frac{9}{25}$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}, \quad \left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$$

□④ 0.49

$$0.7^2=0.49, \quad (-0.7)^2=0.49$$

$\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}$

0.7, -0.7

- (2) 次の値を求めなさい。

□① $(\sqrt{3})^2$

3

□② $(-\sqrt{7})^2$

7

□③ $-(\sqrt{0.1})^2$

-0.1

- (3) 次の数を, $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

$$\begin{aligned} \text{□① } \sqrt{36} &= \sqrt{6^2} \\ &= 6 \end{aligned}$$

6

$$\begin{aligned} \text{□② } -\sqrt{81} &= -\sqrt{9^2} \\ &= -9 \end{aligned}$$

-9

$$\begin{aligned} \text{□③ } -\sqrt{\frac{16}{49}} &= -\sqrt{\left(\frac{4}{7}\right)^2} \\ &= -\frac{4}{7} \end{aligned}$$

$-\frac{4}{7}$

2 平方根

教 p.44

次の数の平方根を, 記号 $\pm$ を使って表しなさい。

□(1) 7

正の方は $\sqrt{7}$,

負の方は $-\sqrt{7}$

$\pm\sqrt{7}$

□(2) 0.16

$0.4^2=0.16$,

$(-0.4)^2=0.16$

± 0.4

□(3) 0.81

$0.9^2=0.81$,

$(-0.9)^2=0.81$

± 0.9

□(4) $\frac{9}{4}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$,

$\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

$\pm \frac{3}{2}$

例題
2

平方根の大小

教 p.45

次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$

(2) 2, $\sqrt{3}$

解 (1) $5<6$ だから, $\sqrt{5}<\sqrt{6}$

(2) $2=\sqrt{4}$ で, $4>3$ だから, $\sqrt{4}>\sqrt{3}$

よって, $2>\sqrt{3}$

知・技

3 平方根の大小

教 p.45

次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

□(1) $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$

$6<7$ だから,

$$\sqrt{6} < \sqrt{7}$$

考え方

正の数 a , b について,
 $a<b$ ならば, $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

□(2) 4, $\sqrt{14}$

$4=\sqrt{16}$ で, $16>14$ だから, $\sqrt{16}>\sqrt{14}$

よって, $4>\sqrt{14}$

$4>\sqrt{14}$

□(3) $-\sqrt{2}$, $-\sqrt{5}$

$2<5$ だから, $\sqrt{2}<\sqrt{5}$

よって, $-\sqrt{2}>-\sqrt{5}$

$-\sqrt{2}>-\sqrt{5}$

「負の数は0より小さく,
 絶対値が大きいほど小さい」
 ことは, 平方根の場合も
 成り立つね。



B 力をつけよう

4 いろいろな数の平方根

教 p.42, 44

次の数の平方根を求めなさい。

□(1) 900

$30^2=900,$

$(-30)^2=900$

± 30

□(2) 144

$12^2=144,$

$(-12)^2=144$

± 12

□(3) 0.04

$0.2^2=0.04,$

$(-0.2)^2=0.04$

± 0.2

□(4) 0.0025

$0.05^2=0.0025,$

$(-0.05)^2=0.0025$

± 0.05

5 $\sqrt{a^2}, -\sqrt{a^2}$

教 p.44

次の数を, $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

□(1) $\sqrt{400}$

$=\sqrt{20^2}$

$=20$

20

□(2) $-\sqrt{169}$

$=-\sqrt{13^2}$

$=-13$

-13

□(3) $\sqrt{0.09}$

$=\sqrt{0.3^2}$

$=0.3$

0.3

□(4) $-\sqrt{1.21}$

$=-\sqrt{1.1^2}$

$=-1.1$

-1.1

6 平方根

教 p.42~44

次の(1)~(3)の下線部の誤りをなおして正しくしなさい。

□(1) 36の平方根は6である。

正の数の平方根は, 正と負の2つある。

± 6

□(2) $\sqrt{(-3)^2}$ は -3 である。

$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$

3

□(3) $\sqrt{100}$ は ± 10 である。

$\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$

10

$\sqrt{100}=10,$
 $-\sqrt{100}=-10$ だね。



7 平方根の大小

教 p.45

次の数を, 小さい方から順に並べなさい。

□(1) $-4, -\sqrt{15}, -\sqrt{17}$

$4=\sqrt{16}$ で, $15<16<17$ だから,

$\sqrt{15}<\sqrt{16}<\sqrt{17}$

よって, $\sqrt{15}<4<\sqrt{17}$

したがって, $-\sqrt{17}<-4<-\sqrt{15}$

$-\sqrt{17}, -4, -\sqrt{15}$

□(2) $\sqrt{7}, 0, -\sqrt{5}, -\sqrt{6}, 3$

$\cdot \sqrt{7}$ と 3 の大小

$3=\sqrt{9}$ で,

$7<9$ だから, $\sqrt{7}<3$

$\cdot -\sqrt{5}$ と $-\sqrt{6}$ の大小

$5<6$ だから, $\sqrt{5}<\sqrt{6}$

よって, $-\sqrt{6}<-\sqrt{5}$

$-\sqrt{6}, -\sqrt{5}, 0, \sqrt{7}, 3$

考え方

負の数どうし, 正の数
どうしをくらべる。
(負の数) $<0<$ (正の数)

8 平方根の大小

教 p.45

 $3<\sqrt{a}<4$ にあてはまる自然数 a の値を, すべて求めなさい。

$3=\sqrt{9}, 4=\sqrt{16}$ だから,

$\sqrt{9}<\sqrt{a}<\sqrt{16}$ にあてはまる自然数 a の値は,

$10, 11, 12, 13, 14, 15$

$a= 10, 11, 12, 13, 14, 15$

C チャレンジ

□9 $\sqrt{50-2n}$ の値が自然数となるときの, 自然数 n の値をすべて求めなさい。 $\sqrt{50-2n}$ の値が自然数となるためには, $50-2n$ が, 自然数の2乗となればよい。 $50-2n$ は 48 以下の自然数だから, このとき $50-2n$ は $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$ のいずれかと等しくなるが, $50-2n$ は偶数なので, $2^2, 4^2, 6^2$ のいずれかと等しくなる。

$50-2n=2^2$ のとき, $n=23$

$50-2n=4^2$ のとき, $n=17$

$50-2n=6^2$ のとき, $n=7$

$n= 7, 17, 23$



A 基本を身につけよう

例題
1

平方根の値

教 p.46

$\sqrt{3}$ を小数で表したときの小数第 2 位の数を、次のように求めました。①~⑤にあてはまる数を求めなさい。

$$1.73^2 = \text{①}, 1.74^2 = \text{②}$$

この計算結果から、 $\text{③} < \sqrt{3} < \text{④}$

したがって、 $\sqrt{3}$ の小数第 2 位の数は

⑤ である。

解 電卓を使って求めると、

$$1.73^2 = \text{① } 2.9929, 1.74^2 = \text{② } 3.0276$$

この計算結果から、 $1.73^2 < 3 < 1.74^2$

だから、 $\text{③ } 1.73 < \sqrt{3} < \text{④ } 1.74$

したがって、 $\sqrt{3} = 1.73\cdots$ であり、

小数第 2 位の数は $\text{⑤ } 3$ である。

1 平方根の値

教 p.46

電卓を使って求めると、 $\sqrt{5}$ を小数で表したときの小数第 2 位の数を、次のように求めました。 $\square$ にあてはまる数を書き入れて、説明を完成させなさい。

$$2.23^2 = 4.9729, 2.24^2 = 5.0176$$

この計算結果から、

$$2.23 < \sqrt{5} < 2.24 \quad \rightarrow 2.23^2 < 5 < 2.24^2$$

したがって、 $\sqrt{5}$ の小数第 2 位の数は $\rightarrow \sqrt{5} = 2.23\cdots$

$\square$ 3 である。

要点のまとめ

覚えておきたい平方根の値

$$\sqrt{2} = 1.414\cdots$$

$$\sqrt{3} = 1.732\cdots$$

$$\sqrt{5} = 2.236\cdots$$

2 電卓を使っておよその値を求める

教 p.47

電卓を使って、次の数のおよその値を、小数第 3 位まで求めなさい。

$$\square(1) \sqrt{12}$$

$$\square(2) \sqrt{82}$$

電卓のキーを、

$\text{①}, \text{②}, \sqrt{}$ の順に

押すと、

$$\sqrt{12} = 3.4641\cdots$$

電卓のキーを、

$\text{⑧}, \text{②}, \sqrt{}$ の順に

押すと、

$$\sqrt{82} = 9.0553\cdots$$

$$\square(3) \sqrt{3.4}$$

電卓のキーを、

$\text{③}, \text{.}, \text{④}, \sqrt{}$ の順に

押すと、

$$\sqrt{3.4} = 1.8439\cdots$$

$$\square(4) \sqrt{0.023}$$

電卓のキーを、

$\text{①}, \text{.}, \text{①}, \text{②}, \text{③}, \sqrt{}$ の順に押すと、

$\sqrt{0.023} = 0.1516\cdots$

3 正方形の 1 辺の長さ

教 p.47

面積が 20m^2 である正方形の花だんをつくるには、1 辺の長さを何 m にすればよいでしょう。小数第 2 位まで求めなさい。

正方形の 1 辺の長さは $\sqrt{20}\text{m}$ だから、

電卓のキーを、 $\text{②}, \text{①}, \sqrt{}$ の順に押すと、

$$\sqrt{20} = 4.472\cdots$$

小数第 3 位を四捨五入して、 4.47m

$$4.47\text{m}$$

B 力をつけよう

□4 平方根の値 数 p.46

√7 を小数で表したときの小数第3位の数を、次のように求めました。□ にあてはまる数を書き入れて、説明を完成させなさい。

$$2.645^2 = \boxed{6.996025},$$

$$2.646^2 = \boxed{7.001316}$$

この計算結果から、

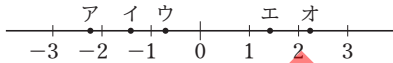
$$\boxed{2.645} < \sqrt{7} < \boxed{2.646} \quad \blacktriangleright 2.645^2 < 7 < 2.646^2$$

したがって、√7 の小数第3位の数は $\blacktriangleright \sqrt{7} = 2.645\cdots$

$\boxed{5}$ である。

□5 平方根と数直線 数 p.47

次の数直線で、 $-\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{5}$ を表している点を、ア～オの中からそれぞれ選び、記号で答えなさい。



$1^2 < 2 < 2^2$ より、 $1 < \sqrt{2} < 2$ なので、

$-2 < -\sqrt{2} < -1 \rightarrow -\sqrt{2}$ はイ

$2^2 < 5 < 3^2$ より、 $2 < \sqrt{5} < 3 \rightarrow \sqrt{5}$ はオ

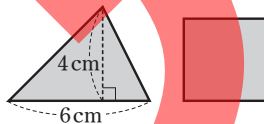
$-\sqrt{2}$ イ $\sqrt{5}$ オ



√2=1.414..., √5=2.236...から判断してもいいけど、上のように式で説明できるようにしておこう。

□6 正方形の1辺の長さ 数 p.47

底辺が6cm、高さが4cmの三角形と面積の等しい正方形を



つくるとき、1辺の長さを何cmにすればよいでしょうか。小数第1位まで求めなさい。

三角形の面積は、 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、求める正方形の1辺の長さは、 $\sqrt{12} \text{ cm}$

$\sqrt{12} = 3.46\cdots$ より、3.5cm

3.5cm

7 正方形の1辺の長さ 数 p.47

面積が70cm²である正方形の紙があります。

□(1) 1辺の長さは何cmでしょうか。小数第2位まで求めなさい。

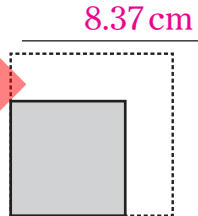
$\sqrt{70} = 8.366\cdots$ より、8.37cm

□(2) この正方形の紙の2倍の面積の正方形をつくるとき、1辺の長さを何cmにすればよいでしょうか。小数第2位まで求めなさい。

もとの正方形の2倍の面積は、

$$70 \times 2 = 140 \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、 $\sqrt{140} = 11.832\cdots$ より、11.83cm



(2)の正方形の1辺) ÷ (1)の正方形の1辺) を計算すると、1.41...となるよ。2倍の面積の正方形をつくるには、1辺の長さを√2倍にすればいいんだね。



C チャレンジ



□8 nは自然数で、 $8.2 < \sqrt{n+1} < 8.4$ です。

このようなnの値をすべて求めなさい。

(愛知県改題)

$$8.2^2 = 67.24, 8.4^2 = 70.56$$

だから、 $67.24 < n+1 < 70.56$

これを満たすnの値は、67, 68, 69

n = 67, 68, 69

A 基本を身につけよう

例題
1

有理数と無理数

教 p.48

次の数を、有理数と無理数に分けなさい。

$$0.8, -\sqrt{6}, \sqrt{9}, -\sqrt{\frac{16}{49}}, \sqrt{5}$$

$$\text{解 } 0.8 = \frac{4}{5}, \sqrt{9} = 3 = \frac{3}{1}, -\sqrt{\frac{16}{49}} = -\frac{4}{7}$$

分数の形に表すことができるから、
これらの数は有理数である。

$$\text{有理数 } 0.8, \sqrt{9}, -\sqrt{\frac{16}{49}}$$

$$\text{無理数 } -\sqrt{6}, \sqrt{5}$$

□ 1 知・技 有理数と無理数

教 p.48

次の数を、有理数と無理数に分けます。□

にあてはまる数やことばを書き入れなさい。

$$1.5, \sqrt{10}, -\sqrt{36}, -\sqrt{11}, \sqrt{\frac{4}{25}}$$

$$1.5 = \frac{3}{2}, -\sqrt{36} = -\frac{6}{1},$$

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} \quad (\text{別解 } -6)$$

これらの数は分数の形に表すことができるから、

有理数である。

 $\sqrt{10}, -\sqrt{11}$ は分数の形に表すことができないから、

無理数である。

2 知・技 有理数と無理数

教 p.48

次の数は、有理数か無理数のどちらですか。

□(1) $8 = \frac{8}{1}$

有理数

□(2) $\sqrt{7}$

無理数

□(3) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$

有理数

□(4) $1.3 = \frac{13}{10}$

有理数

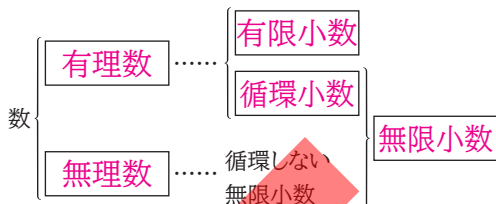
要点のまとめ

有理数…分数で表すことができる数
無理数…分数で表すことができない数

□ 3 知・技 小数と有理数・無理数

教 p.49

次の□にあてはまることばを、下の
□から選んで書き入れなさい。



無限小数, 有限小数, 循環小数, 有理数, 無理数

要点のまとめ

無限小数…限りなく続く小数
循環小数…無限小数で、決まった数字が
くり返される小数

B 力をつけよう

4 知・技 循環小数

教 p.49

次の数を、循環小数で表しなさい。

□(1) $\frac{1}{3}$

□(2) $\frac{3}{11}$

$$= 1 \div 3$$

$$= 0.333\cdots$$

よって、循環小数で

表すと、 $0.\dot{3}$

$$= 0.272727\cdots$$

$$0.\dot{2}\dot{7}$$

C チャレンジ



5 思 次の循環小数を、分数で表しなさい。

□(1) $0.\dot{1}\dot{5}$

□(2) $0.\dot{2}\dot{5}$

 $0.\dot{1}\dot{5}$ を x とおくと、

$$\begin{array}{r} 100x = 15.1515\cdots \\ -) \quad x = 0.1515\cdots \\ \hline 99x = 15 \\ x = \frac{15}{99} = \frac{5}{33} \end{array}$$

$$\frac{5}{33}$$

 $0.\dot{2}\dot{5}$ を x とおくと、

$$\begin{array}{r} 100x = 25.5555\cdots \\ -) 10x = 2.5555\cdots \\ \hline 90x = 23 \\ x = \frac{23}{90} \end{array}$$

$$\frac{23}{90}$$



A 基本を身につけよう

例題 1

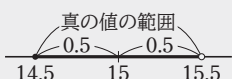
真の値の範囲

教 p.50

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 15 になりました。

- (1) a の範囲を、不等号を使って表しなさい。
 (2) 誤差の絶対値はいくら以下であるといえますか。

解 (1)



$$14.5 \leq a < 15.5$$

- (2) 誤差の絶対値がいちばん大きくなるのは、真の値が 14.5 のときで、そのときの誤差の絶対値は、 $15 - 14.5 = 0.5$

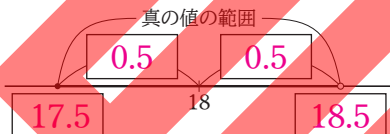
0.5 以下

1 真の値の範囲

教 p.50

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 18 になりました。□に数を書き入れて答えなさい。

- (1) a の範囲を、不等号を使って表しなさい。



$$17.5 \leq a < 18.5$$

- (2) 誤差の絶対値はいくら以下であるといえますか。

誤差の絶対値がいちばん大きくなるのは、真の値が 17.5 のときで、そのときの誤差の絶対値は、

$$18 - 17.5 = 0.5$$

0.5 以下

要点のまとめ

近似値から真の値をひいた差を誤差という。
 誤差 = 近似値 - 真の値

B 力をつけよう

知・技

2 真の値の範囲

教 p.51

ある長さを測り、小数第 2 位を四捨五入した近似値が 36.5cm になりました。

- (1) この長さの真の値を a cm とするとき、 a の範囲を、不等号を使って表しなさい。

$$36.45 \leq a < 36.55$$

- (2) 誤差の絶対値はいくら以下であるといえますか。

誤差の絶対値がいちばん大きくなるのは、真の値が 36.45 cm のときで、そのときの誤差の絶対値は、 $36.5 - 36.45 = 0.05$ (cm)

0.05 cm 以下

知・技

3 有効数字をはっきりさせた表し方

教 p.51

次の近似値で、有効数字が 3 けたであるとき、整数部分が 1 けたの小数と、10 の何乗かの積の形に表しなさい。

- (1) ある荷物の重さ 2150 g

$$\begin{aligned} 2150 &= 2.15 \times 1000 \\ &= 2.15 \times 10^3 \text{ (g)} \end{aligned}$$

$$2.15 \times 10^3 \text{ (g)}$$

- (2) ある川の長さ 36000 m

$$\begin{aligned} 36000 &= 3.60 \times 10000 \\ &= 3.60 \times 10^4 \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$3.60 \times 10^4 \text{ (m)}$$



有効数字は 3 けただから、百の位の 0 までが有効数字だよ。

- (3) あるダム貯水量 5000000 m³

$$\begin{aligned} 5000000 &= 5.00 \times 1000000 \\ &= 5.00 \times 10^6 \text{ (m}^3\text{)} \end{aligned}$$

$$5.00 \times 10^6 \text{ (m}^3\text{)}$$

根号をふくむ式の乗法, 除法(1)

教 p.53~55



A 基本を身につけよう

例題 1 $\sqrt{\quad}$ のついた数の積と商

教 p.54

次の計算をせよ。

(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ (2) $\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{解} (1) \quad \sqrt{12} \times \sqrt{3} &= \sqrt{12 \times 3} \rightarrow \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \sqrt{10} \div \sqrt{2} &= \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{分数の形にする} \\ &= \sqrt{\frac{10}{2}} \rightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \\ &= \sqrt{5} \rightarrow \sqrt{\quad} \text{の中を計算する} \end{aligned}$$

1 $\sqrt{\quad}$ のついた数の積と商

教 p.54

次の計算をせよ。

$$\begin{aligned} \square(1) \quad \sqrt{20} \times \sqrt{5} &= \sqrt{20 \times 5} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(2) \quad \sqrt{3} \times \sqrt{7} &= \sqrt{3 \times 7} \\ &= \sqrt{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(3) \quad (-\sqrt{2}) \times \sqrt{8} &= -(\sqrt{2} \times \sqrt{8}) \\ &= -\sqrt{2 \times 8} \\ &= -\sqrt{16} \\ &= -4 \rightarrow \sqrt{16} = 4^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(4) \quad \sqrt{35} \div \sqrt{5} &= \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{\frac{35}{5}} \\ &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(5) \quad \sqrt{48} \div (-\sqrt{8}) &= -\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{8}} \\ &= -\sqrt{\frac{48}{8}} \\ &= -\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(6) \quad \sqrt{18} \div \sqrt{2} &= \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{\frac{18}{2}} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \rightarrow \sqrt{9} = 3^2 \end{aligned}$$

要点のまとめ

正の数 a, b について,

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \quad \sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

2 $\sqrt{a}$ の形にする

教 p.54

次の数を $\sqrt{a}$ の形にせよ。

$$\begin{aligned} \square(1) \quad 3\sqrt{5} &= \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{45} \\ \square(2) \quad 4\sqrt{2} &= \sqrt{16} \times \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{32} \\ \square(3) \quad 10\sqrt{6} &= \sqrt{100} \times \sqrt{6} = \sqrt{100 \times 6} = \sqrt{600} \end{aligned}$$

要点のまとめ

正の数 a, b について, $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$ 例題 2 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

教 p.55

 $\sqrt{24}$ の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にせよ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \sqrt{24} &= \sqrt{4 \times 6} \rightarrow 4 = 2^2 \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

3 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

教 p.55

次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にせよ。

$$\begin{aligned} \square(1) \quad \sqrt{63} &= \sqrt{9 \times 7} \rightarrow 9 = 3^2 \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{7} \\ &= 3\sqrt{7} \\ \square(2) \quad \sqrt{12} &= \sqrt{4 \times 3} \rightarrow 4 = 2^2 \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(3) \quad \sqrt{48} &= \sqrt{16 \times 3} \rightarrow 16 = 4^2 \\ &= \sqrt{16} \times \sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} \\ \square(4) \quad \sqrt{72} &= \sqrt{36 \times 2} \rightarrow 36 = 6^2 \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square(5) \quad \sqrt{75} &= \sqrt{25 \times 3} \rightarrow 25 = 5^2 \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \\ \square(6) \quad \sqrt{98} &= \sqrt{49 \times 2} \rightarrow 49 = 7^2 \\ &= \sqrt{49} \times \sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

B 力をつけよう

知・技

4 $\sqrt{\quad}$ のついた数の積と商

教 p.54

次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \\ & = 5 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ & = 10\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & \sqrt{6} \div (-\sqrt{54}) \\ & = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{54}} = -\sqrt{\frac{6}{54}} \\ & = -\sqrt{\frac{1}{9}} \quad \leftarrow \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{9} \\ & = -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$10\sqrt{6}$$

$$-\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (-\sqrt{80}) \div \sqrt{24} \\ & = -\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{24}} \\ & = -\sqrt{\frac{80}{24}} \\ & = -\sqrt{\frac{10}{3}}\end{aligned}$$

$$-\sqrt{\frac{10}{3}}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & \sqrt{42} \div (-\sqrt{7}) \times \sqrt{5} \\ & = -\frac{\sqrt{42} \times \sqrt{5}}{\sqrt{7}} \\ & = -\sqrt{\frac{42 \times 5}{7}} = -\frac{A \times C}{B} \\ & = -\sqrt{30}\end{aligned}$$

$$-\sqrt{30}$$

5 $\sqrt{a}$ の形にする

教 p.54

次の数を $\sqrt{a}$ の形にせよ。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & \frac{\sqrt{75}}{5} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{25}} \\ & = \sqrt{\frac{75}{25}} \\ & = \sqrt{3}\end{aligned}$$



$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$ だから、
 $\frac{\sqrt{75}}{5} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3}$
と計算してもいいよ。

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & \frac{\sqrt{21}}{3} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{9}} \\ & = \sqrt{\frac{21}{9}} \\ & = \sqrt{\frac{7}{3}}\end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{7}{3}}$$

6 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

教 p.55

次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にせよ。

知・技

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & \sqrt{\frac{13}{49}} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{49}} \\ & = \frac{\sqrt{13}}{7}\end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{13}}{7}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & \sqrt{0.05} = \sqrt{\frac{5}{100}} \quad \text{▶ 小数を分数になおす} \\ & = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{100}} \\ & = \frac{\sqrt{5}}{10}\end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{10}$$

7 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

教 p.55

次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にせよ。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & \sqrt{150} \\ & = \sqrt{2 \times 3 \times 5^2} \\ & = \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{5^2} \\ & = \sqrt{6} \times 5 \\ & = 5\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$$5\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & \sqrt{675} \\ & = \sqrt{3^3 \times 5^2} \\ & = \sqrt{3^2 \times 3 \times 5^2} \\ & = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5^2} \\ & = 3 \times \sqrt{3} \times 5 \\ & = 15\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)675} \\ 3 \overline{)225} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$$15\sqrt{3}$$

C チャレンジ



□8 $\sqrt{294n}$ の値が自然数となるような自然数 n のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

$$\begin{aligned}294 &= 2 \times 3 \times 7^2 \text{ だから、} \\ \sqrt{294n} &= \sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times n} \\ &= 7\sqrt{2 \times 3 \times n}\end{aligned}$$

$\sqrt{294n}$ の値が自然数となるためには、 $2 \times 3 \times n$ が、自然数の 2 乗となればよい。

$2 \times 3 \times n$ が自然数の 2 乗となる n のうち、もっとも小さいものは $n = 2 \times 3$ 、つまり $n = 6$

$$n = 6$$



A 基本を身につけよう

例題 1 くふうして積を計算する 教 p.55~56

次の計算をせよ。

$$(1) \sqrt{12} \times \sqrt{27}$$

$$(2) \sqrt{35} \times \sqrt{10}$$

解 (1) $\sqrt{12} \times \sqrt{27}$ $\rightarrow$ $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

$$= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$$

$$= 2 \times 3 \times (\sqrt{3})^2 \quad \triangleright (\sqrt{3})^2 = 3$$

$$= 18$$

(2) $\sqrt{35} \times \sqrt{10}$ $\rightarrow$ $\sqrt{\quad}$ の中を因数に分ける

$$= \sqrt{5 \times 7} \times \sqrt{2 \times 5}$$

$$= \sqrt{2 \times 5^2 \times 7} \quad \triangleright \sqrt{5^2} = 5$$

$$= 5\sqrt{14}$$

35と10の共通な因数5に着目しよう。



1 知・技 くふうして積を計算する 教 p.55~56

次の計算をせよ。

□(1) $\sqrt{24} \times \sqrt{54}$ $\rightarrow$ $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

$$= 2\sqrt{6} \times 3\sqrt{6}$$

$$= 2 \times 3 \times (\sqrt{6})^2 \quad \triangleright (\sqrt{6})^2 = 6$$

$$= 36$$

□(2) $\sqrt{20} \times (-\sqrt{18})$ □(3) $\sqrt{48} \times \sqrt{8}$

$$= 2\sqrt{5} \times (-3\sqrt{2}) \quad = 4\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}$$

$$= 2 \times (-3) \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \quad = 4 \times 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}$$

$$= -6\sqrt{10} \quad = 8\sqrt{6}$$

□(4) $-\sqrt{15} \times \sqrt{21}$ □(5) $2\sqrt{6} \times 3\sqrt{2}$

$$= -\sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{3 \times 7} \quad = 2\sqrt{2 \times 3} \times 3\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{3^2 \times 5 \times 7} \quad = 2 \times 3 \times \sqrt{2^2 \times 3}$$

$$= -3\sqrt{35} \quad = 6 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 12\sqrt{3}$$

例題 2 分母を有理化する 教 p.56

次の数の分母を有理化しなさい。

$$(1) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

$$(2) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}$$

解 (1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \quad \triangleright$ 分母と分子に同じ数 $\sqrt{7}$ をかける

$$= \frac{\sqrt{14}}{7}$$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \quad \triangleright \sqrt{12}$ の $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

$$= \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \quad \triangleright$$
 分母と分子に同じ数 $\sqrt{3}$ をかける
$$= \frac{\sqrt{15}}{6}$$

2 知・技 分母を有理化する 教 p.56

次の数の分母を有理化しなさい。

□(1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} \quad \square(2) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{30}}{6} \quad = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$\triangleright$ 分母と分子に同じ数 $\sqrt{6}$ をかける

□(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{9}$

□(4) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{8}$

□(5) $\frac{8}{\sqrt{20}} = \frac{8}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

□(6) $\frac{15}{\sqrt{54}} = \frac{15}{3\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$

3 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値

教 p.57

 $\sqrt{3}=1.732$ として、次の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad \sqrt{48} &= 4\sqrt{3} && \blacktriangleright \sqrt{\quad} \text{の中を簡単な数にする} \\ &= 4 \times 1.732 && \blacktriangleright \sqrt{3}=1.732 \text{を代入する} \\ &= 6.928\end{aligned}$$

6.928

$$\begin{aligned}\square(2) \quad \frac{6}{\sqrt{3}} &= \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} && \blacktriangleright \text{分母を有理化する} \\ &= 2 \times 1.732 = 3.464 && \blacktriangleright \sqrt{3}=1.732 \text{を代入する}\end{aligned}$$

3.464

B 力をつけよう

4 くふうして計算する

教 p.55~56

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad \sqrt{28} \times \sqrt{21} \times \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{7} \times \sqrt{3 \times 7} \times \sqrt{2} \\ &= 2 \times \sqrt{2 \times 3 \times 7^2} \\ &= 2 \times 7\sqrt{6} \\ &= 14\sqrt{6}\end{aligned}$$

14 $\sqrt{6}$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad \sqrt{45} \div (-\sqrt{63}) \\ &= -\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{63}} = -\frac{3\sqrt{5}}{3\sqrt{7}} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} && \text{分数の形にして、約分する} \\ &= -\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} && \text{分母を有理化する} \\ &= -\frac{\sqrt{35}}{7}\end{aligned}$$

 $-\frac{\sqrt{35}}{7}$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad \sqrt{72} \div (-\sqrt{6}) \times \sqrt{27} \\ &= -\frac{\sqrt{72} \times \sqrt{27}}{\sqrt{6}} \\ &= -\frac{6\sqrt{2} \times 3\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \\ &= -\frac{18\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = -18\end{aligned}$$

-18

$$\begin{aligned}\square(4) \quad \sqrt{480} \div \sqrt{15} \div 2 \\ &= \frac{\sqrt{480}}{\sqrt{15} \times 2} && \blacktriangleright A \div B \div C = \frac{A}{B \times C} \\ &= \frac{4\sqrt{30}}{\sqrt{15} \times 2} && \blacktriangleright \sqrt{480} = \sqrt{16 \times 30} = 4\sqrt{30} \\ &= 2\sqrt{\frac{30}{15}} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

2 $\sqrt{2}$ 5 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値

教 p.57

 $\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{30}=5.477$ として、次の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad \sqrt{300} &= \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.732 = 17.32 \\ \square(2) \quad \sqrt{3000} &= \sqrt{100 \times 30} = 10\sqrt{30} = 10 \times 5.477 = 54.77\end{aligned}$$

17.32

54.77

$$\begin{aligned}\square(3) \quad \sqrt{0.3} &= \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{5.477}{10} = 0.5477 \\ \square(4) \quad \sqrt{0.03} &= \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{1.732}{10} = 0.1732\end{aligned}$$

0.5477

0.1732

C チャレンジ



□6 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$$\begin{aligned}&\frac{9}{\sqrt{3}}, 3\sqrt{2}, \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ \frac{9}{\sqrt{3}} &= \frac{9 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 3\sqrt{3} = \sqrt{27} \\ 3\sqrt{2} &= \sqrt{18} \\ \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} &= \frac{6\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2\sqrt{6} = \sqrt{24} \\ \sqrt{18} &< \sqrt{24} < \sqrt{27} \text{ だから, } 3\sqrt{2} < \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < \frac{9}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

$$3\sqrt{2} < \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < \frac{9}{\sqrt{3}}$$

根号をふくむ式の計算(1)

教 p.58~59



A 基本を身につけよう

例題 1 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の和と差 教 p.58~59

次の計算をしなさい。

(1) $6+2\sqrt{3}-7\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{54}-\sqrt{24}$

解 (1) $6+2\sqrt{3}-7\sqrt{3}$
 $=6+(2-7)\sqrt{3}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の部分が同じものをまとめる
 $=6-5\sqrt{3}$ $\rightarrow$ これ以上まとめられない

(2) $\sqrt{54}-\sqrt{24}$
 $=3\sqrt{6}-2\sqrt{6}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=\sqrt{6}$ $\rightarrow$ まとめる

知・技 1 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の和と差 教 p.58~59

次の計算をしなさい。

□(1) $5+3\sqrt{7}-6\sqrt{7}$
 $=5+(3-6)\sqrt{7}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の部分が同じものをまとめる
 $=5-3\sqrt{7}$ $\rightarrow$ これ以上まとめられない

考え方 $\sqrt{\quad}$ の部分が同じときは、 $a\sqrt{c}+b\sqrt{c}=(a+b)\sqrt{c}$ のようにまとめることができる。

□(2) $7\sqrt{5}-4\sqrt{5}$
 $= (7-4)\sqrt{5}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の部分が同じものをまとめる
 $=3\sqrt{5}$

□(3) $\sqrt{12}+\sqrt{75}$
 $=2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=7\sqrt{3}$ $\rightarrow$ まとめる

□(4) $\sqrt{8}-\sqrt{50}$
 $=2\sqrt{2}-5\sqrt{2}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=-3\sqrt{2}$ $\rightarrow$ まとめる

□(5) $\sqrt{28}+\sqrt{63}$
 $=2\sqrt{7}+3\sqrt{7}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=5\sqrt{7}$ $\rightarrow$ まとめる

例題 2 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の計算 教 p.59

次の計算をしなさい。

$$\sqrt{48}-\frac{6}{\sqrt{3}}$$

解 $\sqrt{48}-\frac{6}{\sqrt{3}}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=4\sqrt{3}-\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ $\leftarrow$ また、分母を有理化する
 $=4\sqrt{3}-\frac{6\sqrt{3}}{3}$
 $=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

分母に $\sqrt{\quad}$ があるときは、有理化すると計算できるね。

知・技 2 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の計算 教 p.59

次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{32}-\frac{10}{\sqrt{2}}$
 $=4\sqrt{2}-\frac{10\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $\leftarrow \sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=4\sqrt{2}-\frac{10\sqrt{2}}{2}$ $\leftarrow$ また、分母を有理化する
 $=4\sqrt{2}-5\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

□(2) $\frac{6}{\sqrt{3}}+5\sqrt{3}$
 $=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+5\sqrt{3}$ $\leftarrow$ 分母を有理化する
 $=\frac{6\sqrt{3}}{3}+5\sqrt{3}$
 $=2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$
 $=7\sqrt{3}$

□(3) $\frac{25}{\sqrt{5}}-\sqrt{20}$
 $=\frac{25\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-2\sqrt{5}$ $\leftarrow$ 分母を有理化する
 $=\frac{25\sqrt{5}}{5}-2\sqrt{5}$ $\leftarrow$ また、 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=5\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
 $=3\sqrt{5}$

B 力をつけよう

3 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の和と差

教 p.58~59

次の計算をしなさい。

$$\square(1) \quad 3\sqrt{5} + 5\sqrt{7} - \sqrt{5}$$

$$= (3-1)\sqrt{5} + 5\sqrt{7}$$

$$= 2\sqrt{5} + 5\sqrt{7} \quad \text{これ以上まとめられない}$$

$$2\sqrt{5} + 5\sqrt{7}$$

$$\square(2) \quad \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{2} \quad \begin{array}{l} \sqrt{\quad} \text{の中を簡単な数にする} \\ \text{まとめる} \end{array}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$\square(3) \quad \sqrt{24} - \sqrt{54} + \sqrt{6}$$

$$= 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + \sqrt{6}$$

$$= 0$$

$$0$$

$$\square(4) \quad \sqrt{27} - \sqrt{72} + \sqrt{108} - \sqrt{8}$$

$$= 3\sqrt{3} - 6\sqrt{2} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$$

$$= 9\sqrt{3} - 8\sqrt{2}$$

$$9\sqrt{3} - 8\sqrt{2}$$

$$\square(5) \quad \sqrt{28} - \sqrt{63} + 7 - \sqrt{7}$$

$$= 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 7 - \sqrt{7}$$

$$= 7 - 2\sqrt{7}$$

$$7 - 2\sqrt{7}$$

$$\square(6) \quad 5\sqrt{2} + \sqrt{48} - \sqrt{32} - \sqrt{75}$$

$$= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

4 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の計算

教 p.59

次の計算をしなさい。

$$\square(1) \quad \frac{9}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{9 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

分母を有理化する

$$= \frac{9\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\square(2) \quad \sqrt{8} + \frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{50}$$

$$= 2\sqrt{2} + \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - 5\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

$$= -2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{2}$$

$$\square(3) \quad \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{96} + \frac{4}{\sqrt{6}} \quad \rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 4\sqrt{6} + \frac{4}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - 4\sqrt{6} + \frac{4 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{3} - 4\sqrt{6} + \frac{4\sqrt{6}}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{3} - 4\sqrt{6} + \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}}{3} - 4\sqrt{6}$$

$$= \sqrt{6} - 4\sqrt{6} = -3\sqrt{6}$$

$$-3\sqrt{6}$$

C チャレンジ

$$\square 5 \quad 2\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{6}} \text{ を計算しなさい。}$$

(大分県)

$$2\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{6}}$$

$$= 2\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$= 2\sqrt{3} + \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= 2\sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{3}$$



A 基本を身につけよう

例題 1 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の積と商 教 p.59~60

次の計算をしなさい。

- (1) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+4)$
 (2) $(\sqrt{15}-\sqrt{10})\div\sqrt{5}$

解 (1) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+4)$ ▶ 分配法則

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 4$$

$$= 3 + 4\sqrt{3}$$

(2) $(\sqrt{15}-\sqrt{10})\div\sqrt{5} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

知・技

1 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の積と商 教 p.59~60

次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{6}(\sqrt{6}+5)$ ▶ 分配法則

$$= \boxed{\sqrt{6}} \times \sqrt{6} + \boxed{\sqrt{6}} \times 5$$

$$= \boxed{6+5\sqrt{6}}$$

□(2) $\sqrt{2}(1-\sqrt{2})$ ▶ 分配法則

$$= \sqrt{2} \times 1 - \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} - 2$$

□(3) $(\sqrt{7}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}$

$$= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{7}}$$

$$= 1 - \sqrt{5}$$

□(4) $(\sqrt{12}+\sqrt{21})\div\sqrt{3}$

$$= \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{4} + \sqrt{7}$$

$$= 2 + \sqrt{7}$$

例題 2 式の展開, 乗法の公式を使った式の計算 教 p.60

次の計算をしなさい。

- (1) $(4\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)$
 (2) $(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2$

解 (1) $(4\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)$ ▶ 順にかけあわせる

$$= 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 4\sqrt{2} \times 1 + 3 \times \sqrt{2} - 3$$

$$= 8 - \sqrt{2} - 3 = 5 - \sqrt{2}$$

(2) $(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2$ ▶ 公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2$$

$$= 5 + 2\sqrt{30} + 6 = 11 + 2\sqrt{30}$$

2 式の展開, 乗法の公式を使った式の計算 教 p.60

次の計算をしなさい。

□(1) $(3\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}-1)$ ▶ 順にかけあわせる

$$= \boxed{3\sqrt{6}} \times \sqrt{6} - \boxed{3\sqrt{6}} + 5\sqrt{6} - 5$$

$$= \boxed{18} + 2\sqrt{6} - 5$$

$$= \boxed{13+2\sqrt{6}}$$

□(2) $(\sqrt{3}-5)(2\sqrt{3}+4)$ ▶ 順にかけあわせる

$$= \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5 \times 2\sqrt{3} - 20$$

$$= 6 + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 20$$

$$= -14 - 6\sqrt{3}$$

□(3) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2$ ▶ 公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$= (\sqrt{7})^2 + 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$$

$$= 7 + 2\sqrt{21} + 3$$

$$= 10 + 2\sqrt{21}$$

□(4) $(\sqrt{3}-2)^2$ ▶ 公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 2 + 2^2$$

$$= 3 - 4\sqrt{3} + 4$$

$$= 7 - 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\square(5) \quad & (\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2}) \quad \blacktriangleright \text{公式 } (a+b)(a-b)=a^2-b^2 \\ & =(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2 \\ & =6-2 \\ & =4\end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}\square(6) \quad & (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-4) \quad \blacktriangleright \text{公式 } (x+a)(x+b) \\ & \quad \quad \quad =x^2+(a+b)x+ab \\ & =(\sqrt{5})^2+\{1+(-4)\}\sqrt{5}-4 \\ & =5-3\sqrt{5}-4 \\ & =1-3\sqrt{5}\end{aligned}$$

1-3\sqrt{5}

B 力をつけよう

知・技

3 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の積と商

教 p.59~60

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & \sqrt{7}(\sqrt{28}+2) \\ & =\sqrt{7}(2\sqrt{7}+2) \quad \blacktriangleright \text{分配法則} \\ & =\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} + \sqrt{7} \times 2 \\ & =14+2\sqrt{7}\end{aligned}$$

14+2\sqrt{7}

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & \sqrt{14}(\sqrt{21}-10) \\ & =\sqrt{14} \times \sqrt{21} - \sqrt{14} \times 10 \\ & =\sqrt{2 \times 7} \times \sqrt{3 \times 7} - 10\sqrt{14} \quad \begin{array}{l} \sqrt{\quad} \text{の中を因数に} \\ \text{分ける} \end{array} \\ & =7\sqrt{6}-10\sqrt{14}\end{aligned}$$

7\sqrt{6}-10\sqrt{14}

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (\sqrt{108}-\sqrt{30}) \div (-\sqrt{6}) \\ & =-\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} \\ & =-\sqrt{18} + \sqrt{5} \\ & =-3\sqrt{2} + \sqrt{5}\end{aligned}$$

-3\sqrt{2}+\sqrt{5}

4 式の展開, 乗法の公式を使った式の計算 教 p.60

次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & (\sqrt{45}+3)(\sqrt{2}-7) \\ & =(\overset{①}{3\sqrt{5}}+\overset{②}{3})(\overset{③}{\sqrt{2}}-\overset{④}{7}) \quad \blacktriangleright \text{順にかけあわせる} \\ & =3\sqrt{5} \times \sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times 7 + 3\sqrt{2} - 21 \\ & =3\sqrt{10} - 21\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 21 \\ & \quad \quad \quad 3\sqrt{10} - 21\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 21\end{aligned}$$

3\sqrt{10}-21\sqrt{5}+3\sqrt{2}-21

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & (\sqrt{3}-8)(\sqrt{12}+7) \\ & =(\sqrt{3}-8)(2\sqrt{3}+7) \\ & =\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 8 \times 2\sqrt{3} - 56 \\ & =6+7\sqrt{3}-16\sqrt{3}-56 \\ & =-50-9\sqrt{3}\end{aligned}$$

-50-9\sqrt{3}

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (2\sqrt{2}-\sqrt{5})^2 \quad \blacktriangleright \text{公式 } (a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \\ & =(2\sqrt{2})^2-2 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 \\ & =8-4\sqrt{10}+5 \\ & =13-4\sqrt{10}\end{aligned}$$

13-4\sqrt{10}

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & (4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3}) \quad \blacktriangleright \text{公式 } (a+b)(a-b)=a^2-b^2 \\ & =4^2-(2\sqrt{3})^2 \\ & =16-12 \\ & =4\end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}\square(5) \quad & (2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-5) \quad \blacktriangleright \text{公式 } (x+a)(x+b) \\ & \quad \quad \quad =x^2+(a+b)x+ab \\ & =(2\sqrt{3})^2+\{3+(-5)\} \times 2\sqrt{3} - 15 \\ & =12-4\sqrt{3}-15 \\ & =-3-4\sqrt{3}\end{aligned}$$

-3-4\sqrt{3}

C チャレンジ



5 次の式の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & x=\sqrt{2}+1, \quad y=\sqrt{2}-1 \text{ のとき,} \\ & x^2+2xy+y^2 \text{ の値} \quad (\text{徳島県}) \\ & x^2+2xy+y^2=(x+y)^2 \\ & =\{(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)\}^2 \\ & =(2\sqrt{2})^2 \\ & =8\end{aligned}$$

8

$$\square(2) \quad x=\sqrt{3}+\sqrt{2}, \quad y=\sqrt{3}-\sqrt{2} \text{ のとき,}$$

$$\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \text{ の値}$$

(埼玉県 2018 年度公立高校入試問題)

$$\begin{aligned}\frac{y}{x} - \frac{x}{y} &= \frac{y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy} = \frac{y^2-x^2}{xy} = \frac{(y+x)(y-x)}{xy} \quad \dots\dots ① \\ \cdot y+x &= (\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}+\sqrt{2})=2\sqrt{3} \\ \cdot y-x &= (\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{3}+\sqrt{2})=-2\sqrt{2} \\ \cdot xy &= (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=3-2=1\end{aligned}$$

これらを①に代入すると,

$$\frac{2\sqrt{3} \times (-2\sqrt{2})}{1} = -4\sqrt{6}$$

-4\sqrt{6}



ドリル 平方根

教 p.42~60

2章

平方根

1 知・技 次の数の平方根を求めなさい。

□(1) 16

$$4^2=16,$$

$$(-4)^2=16$$

だから、 ± 4

正と負の2つある

± 4

□(2) 1600

$$40^2=1600,$$

$$(-40)^2=1600$$

だから、 ± 40

± 40

□(3) 15

正の方は、 $\sqrt{15}$

負の方は、 $-\sqrt{15}$

$\pm \sqrt{15}$

□(4) 0.7

正の方は、 $\sqrt{0.7}$

負の方は、 $-\sqrt{0.7}$

$\pm \sqrt{0.7}$

2 知・技 次の値を求めなさい。

□(1) $(\sqrt{11})^2$

11

□(2) $-(\sqrt{30})^2$

-30

3 知・技 次の数を、 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

□(1) $\sqrt{25}$

$$=\sqrt{5^2}$$

$$=5$$

5

□(2) $-\sqrt{10000}$

$$=-\sqrt{100^2}$$

$$=-100$$

-100

□(3) $\sqrt{\frac{64}{9}}$

$$=\sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2}$$

$$=\frac{8}{3}$$

$\frac{8}{3}$

□(4) $-\sqrt{0.36}$

$$=-\sqrt{0.6^2}$$

$$=-0.6$$

-0.6

4 知・技 次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数に
しなさい。

□(1) $\sqrt{28}$

$$=\sqrt{4 \times 7} \rightarrow 4=2^2$$

$$=\sqrt{4} \times \sqrt{7}$$

$$=2\sqrt{7}$$

$2\sqrt{7}$

□(2) $\sqrt{45}$

$$=\sqrt{9 \times 5} \rightarrow 9=3^2$$

$$=\sqrt{9} \times \sqrt{5}$$

$$=3\sqrt{5}$$

$3\sqrt{5}$

□(3) $\sqrt{\frac{3}{4}}$

$$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

□(4) $\sqrt{\frac{7}{36}}$

$$=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{36}}=\frac{\sqrt{7}}{6}$$

$\frac{\sqrt{7}}{6}$

5 知・技 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{15} \rightarrow \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

$$=\sqrt{2 \times 15}$$

$$=\sqrt{30}$$

$\sqrt{30}$

□(2) $\sqrt{45} \times \sqrt{40}$

$$=3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}$$

$$=3\sqrt{5} \times 2\sqrt{2 \times 5}$$

$$=6 \times \sqrt{5^2} \times 2$$

$$=6 \times 5 \sqrt{2} = 30\sqrt{2}$$

$30\sqrt{2}$

□(3) $(-\sqrt{48}) \div (-\sqrt{6})$

$$=\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{6}}$$

$$=\sqrt{\frac{48}{6}}$$

$$=\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$2\sqrt{2}$

□(4) $\sqrt{56} \div (-\sqrt{8}) \times \sqrt{5}$

$$=-\frac{\sqrt{56} \times \sqrt{5}}{\sqrt{8}}$$

$$=-\sqrt{7} \times \sqrt{5}$$

$$=-\sqrt{35}$$

$-\sqrt{35}$

6 知・技 次の数の分母を有理化しなさい。

$$\square(1) \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \quad \text{▶ 分母と分子に同じ数 } \sqrt{2} \text{ をかける}$$

$$= \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$\square(2) \quad \frac{18}{\sqrt{24}}$$

$$= \frac{18}{2\sqrt{6}} = \frac{9}{\sqrt{6}} \quad \text{▶ } \sqrt{\quad} \text{ の中を簡単な数にして、約分する}$$

$$= \frac{9 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{9\sqrt{6}}{6}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}}{2} \quad \text{▶ 分母と分子に同じ数 } \sqrt{6} \text{ をかける}$$

$$\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

7 知・技 次の計算をしなさい。

$$\square(1) \quad \sqrt{30} \div \sqrt{18} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{18}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \quad \text{▶ 分数の形にして、約分する}$$

$$= \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{3} \quad \text{▶ 分母を有理化する}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$\square(2) \quad \sqrt{12} \div (-2\sqrt{5}) = -\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \quad \text{▶ } \sqrt{12} \text{ の } \sqrt{\quad} \text{ の中を簡単な数にして、分数の形にする}$$

$$= -\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$= -\frac{\sqrt{15}}{5} \quad \text{▶ 分母を有理化する}$$

$$-\frac{\sqrt{15}}{5}$$

8 知・技 次の計算をしなさい。

$$\square(1) \quad \sqrt{48} + \sqrt{12}$$

$$= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \quad \text{▶ } \sqrt{\quad} \text{ の中を簡単な数にする}$$

$$= 6\sqrt{3} \quad \text{▶ まとめる}$$

$$6\sqrt{3}$$

$$\square(2) \quad \sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$$

$$= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{2}$$

$$\square(3) \quad \frac{5}{\sqrt{5}} - \sqrt{45}$$

$$= \frac{5 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} - 3\sqrt{5} \quad \text{▶ 分母を有理化する}$$

$$= \frac{5\sqrt{5}}{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= -2\sqrt{5}$$

$$\square(4) \quad -\sqrt{27} + \frac{6}{\sqrt{12}}$$

$$= -3\sqrt{3} + \frac{6}{2\sqrt{3}} \quad \text{▶ } \sqrt{\quad} \text{ の中を簡単な数にする}$$

$$= -3\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= -3\sqrt{3} + \frac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \quad \text{▶ 分母を有理化する}$$

$$= -3\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= -2\sqrt{3}$$

9 知・技 次の計算をしなさい。

$$\square(1) \quad \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3) \quad \text{▶ 分配法則}$$

$$= \sqrt{5} \times \sqrt{5} - \sqrt{5} \times 3$$

$$= 5 - 3\sqrt{5}$$

$$\square(2) \quad (2\sqrt{2} + 5)(\sqrt{2} - 3) \quad \text{▶ 順にかけあわせる}$$

$$= 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times 3 + 5\sqrt{2} - 15$$

$$= 4 - 6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 15$$

$$= -11 - \sqrt{2}$$

$$\square(3) \quad (\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 \quad \text{▶ 公式 } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$= (\sqrt{7})^2 - 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

$$= 7 - 2\sqrt{14} + 2$$

$$= 9 - 2\sqrt{14}$$

$$\square(4) \quad (4\sqrt{3} + 1)(4\sqrt{3} - 1) \quad \text{▶ 公式 } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$= (4\sqrt{3})^2 - 1^2$$

$$= 48 - 1$$

$$= 47$$

A 基本を身につけよう

例題 1 平方根の利用

教 p.62

半径 5cm の円 A があります。面積が、
円 A の 2 倍である円をつくるには、半径を
何 cm にすればよいですか。

解 円 A の面積は、

$$\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\triangleright S = \pi r^2$$

面積 半径

面積が 2 倍の円の面積は、

$$25\pi \times 2 = 50\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

この円の半径を r cm とすると、面積は

$$\pi r^2 \text{ cm}^2 \text{ だから、}$$

$$\pi r^2 = 50\pi$$

両辺を π でわって、 $r^2 = 50$ よって、 r は 50 の平方根の正の方だから、

$$r = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

円の半径だから、
正の数

$$5\sqrt{2} \text{ cm}$$

面積を 2 倍にする
には、半径を $\sqrt{2}$ 倍
にすればいいだね。



□ 1 平方根の利用

教 p.62

1 辺が 10cm の正方形 A があります。面積が、
正方形 A の 3 倍である正方形をつくるには、
1 辺を何 cm にすればよいですか。

正方形 A の面積は、

$$10 \times 10 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$

面積が 3 倍の正方形の面積は、

$$100 \times 3 = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、求める 1 辺の長さは、300 の

平方根の正の方だから、

$$\sqrt{300} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

辺の長さだから、
正の数

□ 2 平方根の利用

教 p.62

縦 6cm、横 15cm の長方形と面積が等しい正
方形の 1 辺の長さを求めなさい。

長方形の面積は、

$$6 \times 15 = 90 \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、正方形の面積は 90 cm^2

正方形の 1 辺の長さは、90 の平方根の正の方だから、

$$\sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ (cm)}$$

$$3\sqrt{10} \text{ cm}$$

B 力をつけよう

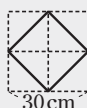
例題 2 平方根の利用

教 p.63

直径 30cm の丸太から、
切り口ができるだけ
大きな正方形の角材を
とるとき、その切り口
の正方形の 1 辺の長さ
は何 cm になりますか。



解 切り口の正方形は、対角線が
丸太の直径と等しくなるとき、
もっとも大きくなる。



このとき、正方形の面積は、

$$30 \times 30 \times \frac{1}{2} = 450 \text{ (cm}^2\text{)}$$

▶ 下記の説明を
参照

よって、正方形の 1 辺の長さは、450 の
平方根の正の方だから、

$$\sqrt{450} = 15\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$15\sqrt{2} \text{ cm}$$

正方形は辺の長さがすべて等しいから、
ひし形だね。
ひし形の面積の公式を使って、正方形の
面積が求められるよ。

$$\text{ひし形の面積} = \text{対角線} \times \text{対角線} \times \frac{1}{2}$$



□ 3 平方根の利用

教 p.63

例題 2 で、直径 40cm の丸太の場合について、その切り口の正方形の 1 辺の長さは何 cm になりますか。

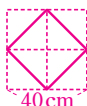
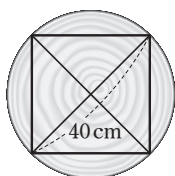
切り口の正方形は、対角線が丸太の直径と等しくなるとき、もっとも大きくなる。

このとき、正方形の面積は、

$$40 \times 40 \times \frac{1}{2} = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、正方形の 1 辺の長さは、800 の平方根の正の方だから、

$$\sqrt{800} = 20\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



$$20\sqrt{2} \text{ cm}$$

□ 4 平方根の利用

教 p.62

半径が 4cm の円と半径が 10cm の円があります。面積が、この 2 つの円の面積の和になる円をつくるとき、その半径は何 cm になりますか。

2 つの円の面積の和は、

$$\pi \times 4^2 + \pi \times 10^2 = 116\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

求める円の半径を r cm とすると、面積は $\pi r^2 \text{ cm}^2$ だから、

$$\pi r^2 = 116\pi$$

両辺を π でわって、 $r^2 = 116$

よって、 r は 116 の平方根の正の方だから、

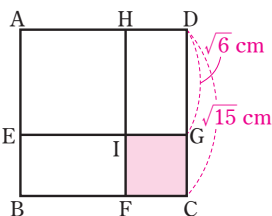
$$r = \sqrt{116} = 2\sqrt{29}$$

$$2\sqrt{29} \text{ cm}$$

□ 5 平方根の利用

教 p.62~63

右の図で、
四角形 ABCD は面積が 15 cm^2 の正方形で、
四角形 AEIH は面積が 6 cm^2 の正方形です。
四角形 IFCG の面積を求めなさい。



四角形 ABCD の 1 辺の長さは $\sqrt{15} \text{ cm}$ 、

四角形 AEIH の 1 辺の長さは $\sqrt{6} \text{ cm}$

四角形 IFCG は正方形で、その 1 辺の長さは $(\sqrt{15} - \sqrt{6}) \text{ cm}$

四角形 IFCG の面積は、

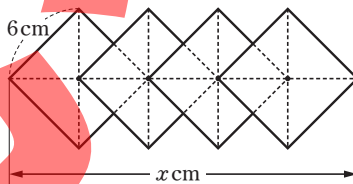
$$\begin{aligned} (\sqrt{15} - \sqrt{6})^2 &= (\sqrt{15})^2 - 2 \times \sqrt{15} \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\ &= 15 - 2 \times \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{2 \times 3} + 6 \\ &= 21 - 6\sqrt{10} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$21 - 6\sqrt{10} \text{ (cm}^2\text{)}$$

□ C チャレンジ



□ 6 下の図のように、1 辺 6cm の正方形が 4 個並んでいます。x の値を求めなさい。



正方形 1 個の面積は、 $6 \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$

正方形の面積 = 対角線 $\times$ 対角線 $\times \frac{1}{2}$ だから、

$$(\text{対角線の長さ})^2 = 36 \times 2 = 72$$

正方形の対角線の長さは、 $\sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$

x は、対角線の 2.5 本分の長さだから、

$$x = 6\sqrt{2} \times 2.5 = 15\sqrt{2}$$



正方形の対角線
何本分の長さかを
考えよう。

$$x = 15\sqrt{2}$$

2章 平方根

教 p.40~67

点

1 知・技 次の数の平方根を求めなさい。

□(1) 400

□(2) $\frac{16}{25}$

$20^2=400, (-20)^2=400$

正と負の2つある。

$\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}, \left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$

1 記 p.26 A 1

8点(各4点)

(1)	± 20
(2)	$\pm \frac{4}{5}$

2 知・技 次の数を, $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

□(1) $\sqrt{64}$

□(2) $-\sqrt{0.49}$

$=\sqrt{8^2}$

$=8$

$=-\sqrt{0.7^2}$

$=-0.7$

2 記 p.26 A 1, p.27 B 5

8点(各4点)

(1)	8
(2)	-0.7

3 知・技 次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

□(1) 5, $\sqrt{24}$

□(2) $-\sqrt{11}$, $-\sqrt{12}$

$5=\sqrt{25}$ で, $25>24$ だから,

$\sqrt{25}>\sqrt{24}$

よって, $5>\sqrt{24}$

$11<12$ だから,

$\sqrt{11}<\sqrt{12}$

よって, $-\sqrt{11}>-\sqrt{12}$

3 記 p.26 A 3

8点(各4点)

(1)	$5>\sqrt{24}$
(2)	$-\sqrt{11}>-\sqrt{12}$

負の数は絶対値が大きいほど小さいね。



4 知・技 次の近似値で, 有効数字が3けたであるとき, 整数部分が1けたの小数と, 10の何乗かの積の形に表しなさい。

□(1) ある鉄橋の長さ 6250 m

$6250=6.25\times 1000$

$=6.25\times 10^3$ (m)

有効数字 6, 2, 5

□(2) ある野球場の面積 13000 m²

$13000=1.30\times 10000$

$=1.30\times 10^4$ (m²)

有効数字 1, 3, 0

4 記 p.31 B 3

8点(各4点)

(1)	6.25×10^3 (m)
(2)	1.30×10^4 (m ²)

5 知・技 次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

□(1) $\sqrt{80}$

$=\sqrt{16\times 5}$

$=\sqrt{16}\times\sqrt{5}$

$=4\sqrt{5}$

□(2) $\sqrt{\frac{5}{16}}$

$=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}}$

$=\frac{\sqrt{5}}{4}$

5 記 p.32 A 3, p.33 B 6

8点(各4点)

(1)	$4\sqrt{5}$
(2)	$\frac{\sqrt{5}}{4}$

6 知・技 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & \sqrt{7} \times \sqrt{5} \\ & = \sqrt{7 \times 5} \\ & = \sqrt{35}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & -\sqrt{6} \div \sqrt{3} \\ & = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{\frac{6}{3}} \\ & = -\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & \sqrt{20} \times (-\sqrt{8}) \\ & = 2\sqrt{5} \times (-2\sqrt{2}) \\ & = 2 \times (-2) \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ & = -4\sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & -\sqrt{10} \times \sqrt{15} \\ & = -\sqrt{2 \times 5 \times 3 \times 5} \\ & = -\sqrt{2 \times 3 \times 5^2} \\ & = -5\sqrt{6}\end{aligned}$$

6 2 p.32 A 1, p.34 A 1 16点(各4点)

(1)	$\sqrt{35}$
(2)	$-\sqrt{2}$
(3)	$-4\sqrt{10}$
(4)	$-5\sqrt{6}$

7 知・技 次の数の分母を有理化しなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & \frac{1}{\sqrt{7}} \\ & = \frac{1 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \\ & = \frac{\sqrt{7}}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & \frac{3}{5\sqrt{2}} \\ & = \frac{3 \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ & = \frac{3\sqrt{2}}{10}\end{aligned}$$

7 2 p.34 A 2 8点(各4点)

(1)	$\frac{\sqrt{7}}{7}$
(2)	$\frac{3\sqrt{2}}{10}$

8 知・技 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & 3\sqrt{5} + \sqrt{5} \\ & = (3+1)\sqrt{5} \\ & = 4\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & \sqrt{75} - \sqrt{48} \\ & = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ & = \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & \sqrt{63} - \sqrt{24} + 2\sqrt{7} \\ & = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{7} \\ & = 5\sqrt{7} - 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & \sqrt{12} + \frac{9}{\sqrt{3}} \\ & = 2\sqrt{3} + \frac{9 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ & = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ & = 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

8 2 p.36 A 1・2 16点(各4点)

(1)	$4\sqrt{5}$
(2)	$\sqrt{3}$
(3)	$5\sqrt{7} - 2\sqrt{6}$
(4)	$5\sqrt{3}$

9 知・技 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & \sqrt{3}(3 + \sqrt{3}) \\ & = \sqrt{3} \times 3 + \sqrt{3} \times \sqrt{3} \\ & = 3\sqrt{3} + 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & (3 - \sqrt{2})^2 \\ & = 3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ & = 9 - 6\sqrt{2} + 2 \quad \text{公式 } (a-b)^2 \\ & = 11 - 6\sqrt{2} \quad \quad \quad = a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (\sqrt{5} + 7)(\sqrt{5} - 7) \\ & = (\sqrt{5})^2 - 7^2 \quad \text{公式 } (a+b)(a-b) \\ & = 5 - 49 \quad \quad \quad = a^2 - b^2 \\ & = -44\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & (\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 2) \\ & = (\sqrt{7})^2 + \{3 + (-2)\}\sqrt{7} - 6 \\ & = 7 + \sqrt{7} - 6 \quad \text{公式 } (x+a)(x+b) \\ & = 1 + \sqrt{7} \quad \quad \quad = x^2 + (a+b)x + ab\end{aligned}$$

9 2 p.38 A 1・2 20点(各5点)

(1)	$3\sqrt{3} + 3$
(2)	$11 - 6\sqrt{2}$
(3)	-44
(4)	$1 + \sqrt{7}$

2章 平方根

教 p.40~67

学習日

得点

点

1 次の問いに答えなさい。

知・技

□(1) 0.0049の平方根を求めなさい。

$$0.07^2 = 0.0049, (-0.07)^2 = 0.0049$$

$$0.0049 = \frac{49}{10000} \text{ だから, } \pm \frac{7}{100} \text{ としてもよい。}$$

知・技

□(2) $-\sqrt{(-3)^2}$ の値を求めなさい。

$$-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{(-3) \times (-3)} = -\sqrt{9} = -3$$

思

□(3) 次の数を, 小さい方から順に並べなさい。

$$\frac{\sqrt{3}}{4}, \sqrt{3}, \sqrt{\frac{3}{4}}, \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{12}, \sqrt{3} = \frac{12\sqrt{3}}{12}, \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{12}, \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{12}$$

知・技 判

□(4) $\frac{1}{6}, -1, \sqrt{3}, \sqrt{16}, -\sqrt{\frac{9}{25}}, \pi$ のうち, 無理数は

どれですか。

$$\frac{1}{6}, -1 = -\frac{1}{1}, \sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1}, -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5} \dots \text{分数の形で表されるから有理数}$$

2 次の計算をしなさい。

知・技

□(1) $-\sqrt{24} \times \sqrt{6}$

$$= -2\sqrt{6} \times \sqrt{6} \\ = -12$$

□(2) $\sqrt{32} \times \sqrt{8}$

$$= 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4 \times 2 \times (\sqrt{2})^2 \\ = 16$$

□(3) $5\sqrt{3} \div \sqrt{5}$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ = \frac{5\sqrt{15}}{5} = \sqrt{15}$$

□(4) $\sqrt{80} \div \sqrt{5} \div \sqrt{8}$

$$= \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5} \times \sqrt{8}} \\ = \sqrt{2}$$

□(5) $(-\sqrt{12}) \times \sqrt{2} \div \sqrt{6}$

$$= -\frac{\sqrt{12} \times \sqrt{2}}{\sqrt{6}} \\ = -2$$

□(6) $3\sqrt{18} \div 2\sqrt{2} \div \sqrt{48}$

$$= \frac{9\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times 4\sqrt{3}} = \frac{9}{8\sqrt{3}} \\ = \frac{9 \times \sqrt{3}}{8\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{24} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

3 次の計算をしなさい。

知・技

□(1) $\sqrt{18} - \sqrt{60} + \sqrt{32}$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{15} + 4\sqrt{2} \\ = 7\sqrt{2} - 2\sqrt{15}$$

□(2) $\sqrt{40} + \sqrt{2} \times \sqrt{5}$

$$= 2\sqrt{10} + \sqrt{10} \\ = 3\sqrt{10}$$

□(3) $\sqrt{18} + \frac{14}{\sqrt{2}}$

(福岡県)

$$= 3\sqrt{2} + \frac{14 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ = 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \\ = 10\sqrt{2}$$

□(4) $\frac{12}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{8}$

(千葉県)

$$= \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - 3\sqrt{2 \times 3} \times 2\sqrt{2} \\ = 4\sqrt{3} - 12\sqrt{3} \\ = -8\sqrt{3}$$

1 p.26~27, p.30, p.35 16点(各4点)

(1)	$\pm 0.07 \left(\pm \frac{7}{100} \right)$
(2)	-3
(3)	$\frac{\sqrt{3}}{4}, \sqrt{\frac{3}{4}}, \sqrt{3}, \frac{4}{\sqrt{3}}$
(4)	$\sqrt{3}, \pi$

2 p.34~35 24点(各4点)

(1)	-12
(2)	16
(3)	$\sqrt{15}$
(4)	$\sqrt{2}$
(5)	-2
(6)	$\frac{3\sqrt{3}}{8}$

3 p.36~37 16点(各4点)

(1)	$7\sqrt{2} - 2\sqrt{15}$
(2)	$3\sqrt{10}$
(3)	$10\sqrt{2}$
(4)	$-8\sqrt{3}$

4 知・技 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}\square(1) \quad & \sqrt{6}(\sqrt{12}-5) \\ & = \sqrt{6} \times \sqrt{6 \times 2} - \sqrt{6} \times 5 \\ & = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(2) \quad & (-\sqrt{30} + \sqrt{45}) \div \sqrt{5} \\ & = -\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} \\ & = -\sqrt{6} + \sqrt{9} = -\sqrt{6} + 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(3) \quad & (2\sqrt{2}-3)(\sqrt{8}+3) \\ & = (2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3) \\ & = (2\sqrt{2})^2 - 3^2 \\ & = 8-9 \\ & = -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(4) \quad & (2\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+3\sqrt{5}) \\ & = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{5} \\ & \quad - \sqrt{5} \times \sqrt{3} - \sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \\ & = 6 + 6\sqrt{15} - \sqrt{15} - 15 \\ & = -9 + 5\sqrt{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(5) \quad & (2-\sqrt{6})(1+\sqrt{6}) \\ & \quad (2020 \text{ 年度・東京都}) \\ & = 2 + 2\sqrt{6} - \sqrt{6} - (\sqrt{6})^2 \\ & = 2 + \sqrt{6} - 6 \\ & = -4 + \sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square(6) \quad & (\sqrt{2}+3)^2 - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} \\ & = (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times 3 + 3^2 - \sqrt{\frac{10}{5}} \\ & = 2 + 6\sqrt{2} + 9 - \sqrt{2} \\ & = 11 + 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

5 思 次の問いに答えなさい。

$$\square(1) \quad 5 < \sqrt{n} < 6 \text{ を満たす自然数 } n \text{ の個数を求めなさい。}$$

(京都府)

$5 = \sqrt{25}$, $6 = \sqrt{36}$ だから, $\sqrt{25} < \sqrt{n} < \sqrt{36}$
これにあてはまる自然数 n は, 26, 27, ..., 35 の 10 個

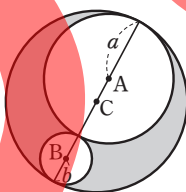
$$\begin{aligned}\square(2) \quad & \sqrt{96n} \text{ の値が整数となるような自然数 } n \text{ のうち、} \\ & \text{もっとも小さいものを求めなさい。} \\ & 96 = 2^5 \times 3 \text{ だから, } \sqrt{96n} = \sqrt{2^5 \times 3 \times n} = 4\sqrt{2 \times 3 \times n} \\ & \text{よって, もっとも小さいものは } n = 2 \times 3, \text{ つまり } n = 6\end{aligned}$$

$$\square(3) \quad a = \sqrt{5} + 3 \text{ のとき, } a^2 - 6a + 9 \text{ の値を求めなさい。}$$

(大分県)

$$\begin{aligned}a^2 - 6a + 9 &= (a-3)^2 \\ &= \{(\sqrt{5}+3)-3\}^2 = (\sqrt{5})^2 = 5\end{aligned}$$

$$\square(6) \quad \text{右の図のように, 3 つの中心が一直線上に並ぶ円 A, B, C があります。円 A の半径が } a = (\sqrt{5}+1) \text{ cm, 円 B の半径が } b = (\sqrt{5}-1) \text{ cm のとき, 色のついた部分の面積を求めなさい。}$$



$$(\text{円 C の半径}) = \frac{2a+2b}{2} = a+b$$

$$\begin{aligned}\text{求める面積は, } & (\text{円 C の面積}) - \{(\text{円 A の面積}) + (\text{円 B の面積})\} \text{ だから,} \\ & \pi(a+b)^2 - (\pi a^2 + \pi b^2) = \pi(a^2 + 2ab + b^2) - \pi a^2 - \pi b^2 \\ & = 2\pi ab \\ & = 2\pi(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) \\ & = 2\pi(5-1) = 8\pi(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

4 p.38~39

24 点 (各 4 点)

(1)	$6\sqrt{2} - 5\sqrt{6}$
(2)	$-\sqrt{6} + 3$
(3)	-1
(4)	$-9 + 5\sqrt{15}$
(5)	$-4 + \sqrt{6}$
(6)	$11 + 5\sqrt{2}$

5 p.27, p.33, p.39 15 点 (各 5 点)

(1)	10 個
(2)	6
(3)	5

6 5 点

$$8\pi \text{ cm}^2$$

二次方程式とその解き方(1)

教 p.70~71



A 基本を身につけよう

例題 1

二次方程式の解

教 p.70

1, 2, 3, 4 のうち, $x^2 - 6x + 8 = 0$ の解であるものをすべて選びなさい。

解) 左辺の x に値をそれぞれ代入して,
 (左辺) = (右辺) となるものが解である。
 左辺の x に値をそれぞれ代入すると,
 $x=1$ のとき, $1^2 - 6 \times 1 + 8 = 3$
 $x=2$ のとき, $2^2 - 6 \times 2 + 8 = 0$ ▶ (左辺) = (右辺)
 $x=3$ のとき, $3^2 - 6 \times 3 + 8 = -1$
 $x=4$ のとき, $4^2 - 6 \times 4 + 8 = 0$ ▶ (左辺) = (右辺)
 よって, 解は, 2, 4

1 知・技 二次方程式の解

教 p.70

次の問いに答えなさい。

□(1) 1, 2, 3, 4 のうち, $x^2 - 5x + 4 = 0$ の解であるものをすべて選びなさい。

左辺の x に値をそれぞれ代入すると,

$$x=1 \text{ のとき, } \boxed{1}^2 - 5 \times \boxed{1} + 4 = \boxed{0} \quad \text{▶ (左辺) = (右辺)}$$

$$x=2 \text{ のとき, } \boxed{2}^2 - 5 \times \boxed{2} + 4 = \boxed{-2}$$

$$x=3 \text{ のとき, } \boxed{3}^2 - 5 \times \boxed{3} + 4 = \boxed{-2}$$

$$x=4 \text{ のとき, } \boxed{4}^2 - 5 \times \boxed{4} + 4 = \boxed{0} \quad \text{▶ (左辺) = (右辺)}$$

よって, 解は, $\boxed{1}, \boxed{4}$

□(2) -2, -1, 0, 1 のうち, $x^2 + x - 2 = 0$ の解であるものをすべて選びなさい。

左辺の x に値をそれぞれ代入すると,

$$x=-2 \text{ のとき, } (-2)^2 + (-2) - 2 = 0 \quad \text{▶ (左辺) = (右辺)}$$

$$x=-1 \text{ のとき, } (-1)^2 + (-1) - 2 = -2$$

$$x=0 \text{ のとき, } 0^2 + 0 - 2 = -2$$

$$x=1 \text{ のとき, } 1^2 + 1 - 2 = 0 \quad \text{▶ (左辺) = (右辺)}$$

よって, 解は, -2, 1

要点のまとめ

二次方程式を成り立たせる文字の値を,
その方程式の解という。

例題 2

 $ax^2 = b, ax^2 - b = 0$ の解き方 教 p.71

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $3x^2 = 21$

(2) $4x^2 - 32 = 0$

解) (1) $3x^2 = 21$
 $x^2 = 7$ ▶ 両辺を 3 でわる

$$x = \pm\sqrt{7}$$

(2) $4x^2 - 32 = 0$

$$4x^2 = 32$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm\sqrt{8}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

2 知・技 $ax^2 = b, ax^2 - b = 0$ の解き方

教 p.71

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $4x^2 = 20$

$$x^2 = \boxed{5}$$

$$x = \boxed{\pm\sqrt{5}}$$

□(2) $2x^2 = 72$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

$$x = \pm 6$$

□(3) $6x^2 - 18 = 0$

$$6x^2 = 18$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

□(4) $x^2 - 45 = 0$

$$x^2 = 45$$

$$x = \pm\sqrt{45}$$

$$x = \pm 3\sqrt{5}$$

$$x = \pm 3\sqrt{5}$$

□(5) $8x^2 - 64 = 0$

$$8x^2 = 64$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm\sqrt{8}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

B 力をつけよう

3 知・技 $ax^2=b$ の解き方

教 p.71

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $9x^2=4$

$$x^2=\frac{4}{9}$$

両辺を9でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{4}{9}} \rightarrow \frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$x=\pm\frac{2}{3}$$

$$x=\pm\frac{2}{3}$$

□(2) $25x^2=6$

$$x^2=\frac{6}{25}$$

両辺を25でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{6}{25}} \rightarrow 25=5^2$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{6}}{5}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{6}}{5}$$

□(3) $2x^2=\frac{1}{8}$

$$x^2=\frac{1}{16}$$

両辺を2でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{1}{16}} \rightarrow \frac{1}{16}=\left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$x=\pm\frac{1}{4}$$

$$x=\pm\frac{1}{4}$$

□(4) $8x^2=20$

$$x^2=\frac{5}{2}$$

両辺を8でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{5}{2}} \rightarrow \sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$$

□(5) $12x^2=56$

$$x^2=\frac{14}{3}$$

両辺を12でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{14}{3}} \rightarrow \sqrt{\frac{14}{3}}=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{14}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{42}}{3}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{42}}{3}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{42}}{3}$$

□(6) $6x^2=99$

$$x^2=\frac{33}{2}$$

両辺を6でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{33}{2}} \rightarrow \sqrt{\frac{33}{2}}=\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{33}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{66}}{2}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{66}}{2}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{66}}{2}$$

4 知・技 $ax^2-b=0$ の解き方

教 p.71

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $4x^2-5=0$

$$4x^2=5$$

-5を移項する

$$x^2=\frac{5}{4}$$

両辺を4でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{5}{4}} \rightarrow 4=2^2$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

□(2) $\frac{1}{2}x^2-12=0$

$$\frac{1}{2}x^2=12$$

-12を移項する

$$x^2=24$$

両辺に2をかける

$$x=\pm\sqrt{24}$$

$\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

$$x=\pm2\sqrt{6}$$

$$x=\pm2\sqrt{6}$$

□(3) $15x^2-3=0$

$$15x^2=3$$

-3を移項する

$$x^2=\frac{1}{5}$$

両辺を15でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$$

□(4) $3x^2-13=0$

$$3x^2=13$$

-13を移項する

$$x^2=\frac{13}{3}$$

両辺を3でわる

$$x=\pm\sqrt{\frac{13}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{13}{3}}=\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{13}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{39}}{3}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{39}}{3}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{39}}{3}$$

C チャレンジ



5 二次方程式 $ax^2-72=0$ の解が

$x=\pm3\sqrt{2}$ のとき、 a の値を求めなさい。

$$x=\pm3\sqrt{2} \text{ より, } x^2=18 \rightarrow (3\sqrt{2})^2=3^2\times(\sqrt{2})^2=9\times2=18$$

$ax^2-72=0$ に $x^2=18$ を代入すると、

$$18a-72=0$$

$$18a=72$$

$$a=4$$

$$a=4$$



A 基本を身につけよう

例題 1 $(x+m)^2=k^2$, $(x+m)^2=n$ の解き方 教 p.72

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $(x+1)^2=16$ (2) $(x-2)^2=5$

解 (1) $(x+1)^2=16$ ▶ $x+1$ を 1 つのもの X とみる
 $x+1=\pm 4$ $X^2=16$ $X=\pm 4$

$x+1=4$ から $x=3$, $x+1=-4$ から $x=-5$
 よって, $x=3, -5$

(2) $(x-2)^2=5$
 $x-2=\pm\sqrt{5}$
 $x=2\pm\sqrt{5}$ ← -2 を移項する

1 知・技 $(x+m)^2=k^2$, $(x+m)^2=n$ の解き方 教 p.72

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $(x+2)^2=49$

$x+2=\boxed{\pm 7}$

$x+2=7$ から $x=\boxed{5}$,

$x+2=\boxed{-7}$ から $x=\boxed{-9}$

よって, $x=\boxed{5}, \boxed{-9}$

□(2) $(x-3)^2=4$

$x-3=\pm 2$

$x-3=2$ から $x=5$, $x-3=-2$ から $x=1$

よって, $x=5, 1$

$x=5, 1$

□(3) $(x-4)^2=6$

$x-4=\pm\sqrt{6}$

$x=4\pm\sqrt{6}$ ← -4 を移項する

$x=4\pm\sqrt{6}$

□(4) $(x+6)^2-36=0$

$(x+6)^2=36$ ← -36 を移項する

$x+6=\pm 6$

$x+6=6$ から $x=0$, $x+6=-6$ から $x=-12$

よって, $x=0, -12$

$x=0, -12$

□(5) $(x-2)^2-12=0$

$(x-2)^2=12$ ← -12 を移項する

$x-2=\pm 2\sqrt{3}$

$x=2\pm 2\sqrt{3}$ ← -2 を移項する

$x=2\pm 2\sqrt{3}$

例題 2 $x^2+px+q=0$ の解き方

教 p.73

二次方程式 $x^2+8x-1=0$ を次のように解きました。①～④にあてはまる数を求めなさい。

$x^2+8x-1=0$

数の項 -1 を移項して,

$x^2+8x=1$

x の係数 8 の半分の 2 乗を両辺にたすと,

$x^2+8x+\text{①}^2=1+4^2$

$(x+\text{②})^2=17$

$x+\text{③}=\pm\sqrt{17}$

$x=\text{④}$

解 $x^2+8x+\text{①}4^2=1+4^2$

$(x+\text{②}4)^2=17$

$x+\text{③}4=\pm\sqrt{17}$

$x=\text{④}-4\pm\sqrt{17}$

□2 知・技 $x^2+px+q=0$ の解き方

教 p.73

二次方程式 $x^2+4x-3=0$ を次のように解きました。□にあてはまる数を書き入れなさい。

$x^2+4x-3=0$

数の項 -3 を移項して,

$x^2+4x=\boxed{3}$

x の係数 4 の半分の 2 乗を両辺にたすと,

$x^2+4x+\boxed{2}^2=3+\boxed{2}^2$

$(x+\boxed{2})^2=7$

$x+\boxed{2}=\pm\sqrt{7}$

$x=\boxed{-2\pm\sqrt{7}}$

考え方

$x^2+4x=3$
 半分の 2 乗
 $x^2+4x+\underline{2}=3+\underline{2}^2$
 $\downarrow$
 $(x+2)^2$

$(x+m)^2=n$ の形にして解くんだね。



B 力をつけよう

3 知・技 $(x+m)^2=k^2$, $(x+m)^2=n$ の解き方 数 p.72

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3(x+1)^2=12$
 $(x+1)^2=4$ ← 両辺を3でわる
 $x+1=\pm 2$
 $x+1=2$ から $x=1$, $x+1=-2$ から $x=-3$
 よって, $x=1, -3$

□(2) $5(x-6)^2-75=0$
 $5(x-6)^2=75$ ← -75 を移項する
 $(x-6)^2=15$ ← 両辺を5でわる
 $x-6=\pm\sqrt{15}$ ← -6 を移項する
 $x=6\pm\sqrt{15}$

□(3) $\frac{1}{2}(x+3)^2=18$
 $(x+3)^2=36$ ← 両辺に2をかける
 $x+3=\pm 6$
 $x+3=6$ から $x=3$, $x+3=-6$ から $x=-9$
 よって, $x=3, -9$

□(4) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$
 $x+\frac{1}{2}=\pm\frac{1}{2}$
 $x+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ から $x=0$, $x+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$ から $x=-1$
 よって, $x=0, -1$

4 知・技 $x^2+px+q=0$ の解き方 数 p.73

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x^2+4x-6=0$
 $x^2+4x=6$ ← -6 を移項する
 $x^2+4x+2^2=6+2^2$ ← x の係数4の半分の2乗を両辺にたす
 $(x+2)^2=10$
 $x+2=\pm\sqrt{10}$
 $x=-2\pm\sqrt{10}$ $x=-2\pm\sqrt{10}$

□(2) $x^2-2x-1=0$
 $x^2-2x=1$
 $x^2-2x+1^2=1+1^2$
 $(x-1)^2=2$
 $x-1=\pm\sqrt{2}$
 $x=1\pm\sqrt{2}$ $x=1\pm\sqrt{2}$

□(3) $x^2+6x-4=0$
 $x^2+6x=4$
 $x^2+6x+3^2=4+3^2$
 $(x+3)^2=13$
 $x+3=\pm\sqrt{13}$
 $x=-3\pm\sqrt{13}$ $x=-3\pm\sqrt{13}$

□(4) $x^2-8x-5=0$
 $x^2-8x=5$
 $x^2-8x+4^2=5+4^2$
 $(x-4)^2=21$
 $x-4=\pm\sqrt{21}$
 $x=4\pm\sqrt{21}$ $x=4\pm\sqrt{21}$

C チャレンジ

□5 二次方程式 $(x-6)^2=a$ の解の1つが4であるとき, もう1つの解を求めなさい。

$(x-6)^2=a$ に $x=4$ を代入すると,

$$(4-6)^2=a$$

$$(-2)^2=a$$

$$a=4$$

よって, 二次方程式は, $(x-6)^2=4$

$$x-6=\pm 2$$

$$x-6=2$$
 から $x=8$, $x-6=-2$ から $x=4$

よって, $x=8, 4$

したがって, もう1つの解は, 8





A 基本を身につけよう

例題
1

解の公式を使って解く①

教 p.75

二次方程式 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ を解きなさい。

解 解の公式で、 $a=2$ 、 $b=-3$ 、 $c=-4$ の場合だから、

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

二次方程式の解の公式

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1 知・技 解の公式を使って解く①

教 p.75

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3x^2 + 7x + 1 = 0$

解の公式で、 $a=3$ 、 $b=7$ 、

$c=1$ の場合だから、

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

□(2) $x^2 + 3x - 5 = 0$

解の公式で、 $a=1$ 、 $b=3$ 、 $c=-5$ の場合だから、

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

□(3) $4x^2 - 7x + 2 = 0$

解の公式で、 $a=4$ 、 $b=-7$ 、 $c=2$ の場合だから、

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 4 \times 2}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{17}}{8}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{8}$$

例題
2

解の公式を使って解く②

教 p.75

二次方程式 $4x^2 + 5x + 1 = 0$ を解きなさい。

解 解の公式で、 $a=4$ 、 $b=5$ 、 $c=1$ の場合だから、

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 4 \times 1}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{-5 \pm 3}{8}$$

$$\frac{-5+3}{8} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{-5-3}{8} = -1$$

よって、 $x = -\frac{1}{4}$ 、 -1

2 知・技 解の公式を使って解く②

教 p.75

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3x^2 + 4x + 1 = 0$

解の公式で、 $a=3$ 、 $b=4$ 、

$c=1$ の場合だから、

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6}$$

$$\frac{-4+2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{-4-2}{6} = -1$$

よって、 $x = -\frac{1}{3}$ 、 -1

□(2) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

解の公式で、 $a=2$ 、 $b=-5$ 、 $c=2$ の場合だから、

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$\frac{5+3}{4} = 2$$

$$\frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$$

よって、 $x=2$ 、 $\frac{1}{2}$

$$x=2, \frac{1}{2}$$

□(3) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

解の公式で、 $a=4$ 、 $b=7$ 、 $c=-2$ の場合だから、

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 4 \times (-2)}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{-7 \pm 9}{8}$$

$$\frac{-7+9}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{-7-9}{8} = -2$$

よって、 $x=\frac{1}{4}$ 、 -2

$$x=\frac{1}{4}, -2$$

B 力をつけよう

3 解の公式を使って解く

数 p.76

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $4x^2 - 6x + 1 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 4 \times 1}}{2 \times 4} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{20}}{8} \\ &= \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{8} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

約分する

$$\frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$$



解の公式で、 b の値が偶数の場合、
解は約分できるよ。

□(2) $x^2 - 10x + 15 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 1 \times 15}}{2 \times 1} \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{40}}{2} \\ &= \frac{10 \pm 2\sqrt{10}}{2} \\ &= 5 \pm \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{10}}{1}$$

$$x = 5 \pm \sqrt{10}$$

□(3) $16x^2 - 2x = 1$

$$\begin{aligned} 16x^2 - 2x - 1 &= 0 \quad (1 \text{ を移項する}) \\ x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 16 \times (-1)}}{2 \times 16} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{68}}{32} \\ &= \frac{2 \pm 2\sqrt{17}}{32} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{17}}{16} \end{aligned}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{17}}{16}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{16}$$

□(4) $6x^2 = -7x + 3$

$$\begin{aligned} 6x^2 + 7x - 3 &= 0 \quad (-7x, 3 \text{ を移項する}) \\ x &= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 6 \times (-3)}}{2 \times 6} \\ &= \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{12} = \frac{-7 \pm 11}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-7+11}{12} &= \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \\ \frac{-7-11}{12} &= \frac{-18}{12} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

よって、 $x = \frac{1}{3}, -\frac{3}{2}$

$$x = \frac{1}{3}, -\frac{3}{2}$$

4 解の公式を使って解く

数 p.76

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x(2x+1) = 4x+3$

$$\begin{aligned} 2x^2 + x &= 4x + 3 \quad (\text{左辺を展開する}) \\ 2x^2 - 3x - 3 &= 0 \\ x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4} \end{aligned}$$

考え方

展開や移項で、
 $ax^2 + bx + c = 0$
の形にしてから、
解の公式を使う。

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

□(2) $(2x+1)(x-2) = 5$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x + x - 2 &= 5 \quad (\text{左辺を展開する}) \\ 2x^2 - 3x - 7 &= 0 \\ x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-7)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{65}}{4} \end{aligned}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{65}}{4}$$

□(3) $(2x-1)^2 = (x+2)^2$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x + 1 &= x^2 + 4x + 4 \quad (\text{両辺を展開する}) \\ 3x^2 - 8x - 3 &= 0 \\ x &= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 3 \times (-3)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{8 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{8 \pm 10}{6} \end{aligned}$$

よって、 $x = 3, -\frac{1}{3}$

$$x = 3, -\frac{1}{3}$$

C チャレンジ



5 二次方程式 $2(x-2)^2 - 3(x-2) + 1 = 0$ を解きなさい。

(埼玉県 2020 年度公立高校入試問題)

$x-2$ を X とすると、

$$\begin{aligned} 2X^2 - 3X + 1 &= 0 \\ X &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm 1}{4} \end{aligned}$$

よって、 $X = 1, \frac{1}{2}$

X をもとにもどすと、 $x-2 = 1, \frac{1}{2}$

$x-2 = 1$ から $x = 3$, $x-2 = \frac{1}{2}$ から $x = \frac{5}{2}$

したがって、 $x = 3, \frac{5}{2}$

左辺を展開しても解けるけど、
 $x-2$ をおきかえれば簡単に
解けるよ。



$$x = 3, \frac{5}{2}$$



A 基本を身につけよう

例題 1 $(x+a)(x+b)=0, x^2+(a+b)x+ab=0$ 教 p.77~78

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $(x+5)(x-7)=0$

(2) $x^2-6x+8=0$

解 (1) $(x+5)(x-7)=0$ ▶ $A \times B=0$ ならば,
 $x+5=0$ または $x-7=0$ $A=0$ または $B=0$

$x+5=0$ のとき $x=-5$

$x-7=0$ のとき $x=7$ $x=-5, 7$

(2) $x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$x-2=0$ または $x-4=0$

よって, $x=2, 4$

1 知・技 $(x+a)(x+b)=0, x^2+(a+b)x+ab=0$ 教 p.77~78

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $(x-1)(x+8)=0$ ▶ $A \times B=0$ ならば,
 $A=0$ または $B=0$

$x-1=0$ または $x+8=0$

$x-1=0$ のとき $x=1$

$x+8=0$ のとき $x=-8$

$x=1, -8$

□(2) $x^2+2x-8=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$(x+4)(x-2)=0$

$x+4=0$ または $x-2=0$

よって, $x=-4, 2$

$x=-4, 2$

□(3) $x^2-6x-7=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$(x+1)(x-7)=0$

$x+1=0$ または $x-7=0$

よって, $x=-1, 7$

$x=-1, 7$

□(4) $x^2-8x+15=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$(x-3)(x-5)=0$

$x-3=0$ または $x-5=0$

よって, $x=3, 5$

$x=3, 5$

□(5) $x^2+12x+32=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$(x+4)(x+8)=0$

$x+4=0$ または $x+8=0$

よって, $x=-4, -8$

$x=-4, -8$

例題 2 $ax^2+bx=0, x^2+2ax+a^2=0$ 教 p.78

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $x^2-6x=0$

(2) $x^2+8x+16=0$

解 (1) $x^2-6x=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$x(x-6)=0$

$x=0$ または $x-6=0$

よって, $x=0, 6$

★両辺を x でわらないように注意!

(2) $x^2+8x+16=0$ ◀ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$(x+4)^2=0$

$x+4=0$

$x=-4$ ▶ 解は1つ

2 知・技 $ax^2+bx=0, x^2+2ax+a^2=0$ 教 p.78

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x^2+7x=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$x(x+7)=0$

$x=0$ または $x+7=0$

よって, $x=0, -7$

□(2) $x^2-5x=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$x(x-5)=0$

$x=0$ または $x-5=0$

よって, $x=0, 5$

$x=0, 5$

□(3) $2x^2=5x$ ◀ $5x$ を移項する

$2x^2-5x=0$

$x(2x-5)=0$ ◀ 左辺を因数分解する

$x=0$ または $2x-5=0$

よって, $x=0, \frac{5}{2}$ $2x=5 \quad x=\frac{5}{2}$

$x=0, \frac{5}{2}$

□(4) $x^2+2x+1=0$ ◀ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$(x+1)^2=0$

$x+1=0$

$x=-1$ ▶ 解は1つ

$x=-1$

$$\square(5) \quad x^2+10x+25=0$$

$$(x+5)^2=0 \quad \leftarrow a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$x+5=0$$

$$x=-5 \quad \text{解は1つ}$$

$$\underline{x=-5}$$

$$\square(6) \quad x^2-12x+36=0$$

$$(x-6)^2=0 \quad \leftarrow a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$x-6=0$$

$$x=6 \quad \text{解は1つ}$$

$$\underline{x=6}$$

B 力をつけよう

3 知・技 $x^2+(a+b)x+ab=0$ 教 p.77~78

次の二次方程式を解きなさい。

$$\square(1) \quad 4x^2+12x-72=0$$

$$x^2+3x-18=0 \quad \leftarrow \text{両辺を4でわる}$$

$$(x+6)(x-3)=0 \quad \leftarrow \text{左辺を因数分解する}$$

$$x=-6, 3$$

$$\underline{x=-6, 3}$$

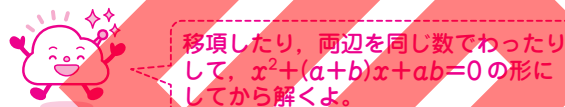
$$\square(2) \quad x^2=x+56$$

$$x^2-x-56=0 \quad \leftarrow \text{移項して、} x^2+(a+b)x+ab=0 \text{ の形にする}$$

$$(x+7)(x-8)=0$$

$$x=-7, 8$$

$$\underline{x=-7, 8}$$



$$\square(3) \quad x^2-8x=-12$$

$$x^2-8x+12=0$$

$$(x-2)(x-6)=0$$

$$x=2, 6$$

$$\underline{x=2, 6}$$

$$\square(4) \quad 2x^2-6=x^2+5x$$

$$2x^2-6-x^2-5x=0$$

$$x^2-5x-6=0$$

$$(x+1)(x-6)=0$$

$$x=-1, 6$$

$$\underline{x=-1, 6}$$

$$\square(5) \quad 3x-9=x^2-5x+6$$

$$3x-9-x^2+5x-6=0$$

$$-x^2+8x-15=0$$

$$x^2-8x+15=0 \quad \leftarrow \text{両辺を-1でわる}$$

$$(x-3)(x-5)=0$$

$$x=3, 5$$

$$\underline{x=3, 5}$$

4 知・技 $ax^2+bx=0, x^2+2ax+a^2=0, x^2-a^2=0$ 教 p.78

次の二次方程式を解きなさい。

$$\square(1) \quad 3x^2+9x=0$$

$$x^2+3x=0 \quad \leftarrow \text{両辺を3でわる}$$

$$x(x+3)=0$$

$$x=0, -3$$

$$\text{別解 } 3x(x+3)=0$$

$$x=0, -3$$

$$\underline{x=0, -3}$$

$$\square(2) \quad 18x^2=-4x$$

$$9x^2=-2x \quad \leftarrow \text{両辺を2でわる}$$

$$9x^2+2x=0$$

$$x(9x+2)=0$$

$$x=0, -\frac{2}{9}$$

$$\text{別解 } 18x^2+4x=0$$

$$2x(9x+2)=0$$

$$x=0, -\frac{2}{9}$$

$$x=0, -\frac{2}{9}$$

$$\underline{x=0, -\frac{2}{9}}$$

$$\square(3) \quad x^2+24x=-144$$

$$x^2+24x+144=0$$

$$(x+12)^2=0 \quad \leftarrow a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$x=-12$$

$$\underline{x=-12}$$

$$\square(4) \quad 5x^2-3=4x^2+13$$

$$5x^2-3-4x^2-13=0$$

$$x^2-16=0$$

$$(x+4)(x-4)=0$$

$$x=-4, 4$$

$$\text{別解 } x^2=16$$

$$x=\pm 4$$

$$x=-4, 4$$

$$\underline{x=-4, 4}$$

$$\square(5) \quad x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=0$$

$$(x+\frac{1}{4})^2=0$$

$$x=-\frac{1}{4}$$

$$\underline{x=-\frac{1}{4}}$$

C チャレンジ

5 二次方程式 $x^2+ax-5a+8=0$ の解の1つが-6であるとき、 a の値を求めなさい。また、もう1つの解を求めなさい。

$$x^2+ax-5a+8=0 \text{ に } x=-6 \text{ を代入すると,}$$

$$(-6)^2+a \times (-6)-5a+8=0$$

$$-11a=-44 \quad a=4$$

よって、二次方程式は、

$$x^2+4x-12=0$$

$$(x+6)(x-2)=0$$

$$x=-6, 2$$

よって、もう1つの解は、2

a の値	4	もう1つの解	2
--------	---	--------	---





A 基本を身につけよう

例題
1

二次方程式の解き方(因数分解を使って) 教 p.79

次の二次方程式を解きなさい。

$$3(x^2-6)=(x-2)(x+6)$$

解) 展開すると,

$$\begin{aligned} 3x^2-18 &= x^2+4x-12 \\ 2x^2-4x-6 &= 0 \\ x^2-2x-3 &= 0 \\ (x+1)(x-3) &= 0 \\ x &= -1, 3 \end{aligned}$$

$ax^2+bx+c=0$
の形にする
両辺を
2でわる
左辺を因数分解
する

知・技

1 二次方程式の解き方(因数分解を使って) 教 p.79

次の二次方程式を解きなさい。

$$\square(1) \quad 3(x^2-4)=(x-2)(x+4)$$

展開すると,

$$\begin{aligned} 3x^2 - \boxed{12} &= x^2 + \boxed{2x} - 8 \\ 2x^2 - \boxed{-2x-4} &= 0 \\ x^2 - \boxed{-x-2} &= 0 \\ (x + \boxed{1})(x - \boxed{2}) &= 0 \\ x &= \boxed{-1}, \boxed{2} \end{aligned}$$

$ax^2+bx+c=0$
の形にする
両辺を2でわる
左辺を因数分解
する

$$\begin{aligned} \square(2) \quad (x+3)(x-2) &= 3x+2 \\ x^2+x-6 &= 3x+2 && \text{展開して, 移項する} \\ x^2-2x-8 &= 0 && \text{左辺を因数分解する} \\ (x+2)(x-4) &= 0 \\ x &= -2, 4 \end{aligned}$$

展開して, $x^2+(a+b)x+ab=0$
の形にしてから, 左辺を因数分解
しよう。



$$\square(3) \quad 2x^2-6=x(x+5)$$

$$\begin{aligned} 2x^2-6 &= x^2+5x && \text{展開して, 移項する} \\ x^2-5x-6 &= 0 \\ (x+1)(x-6) &= 0 && \text{左辺を因数分解する} \\ x &= -1, 6 \end{aligned}$$

$$x = -1, 6$$

$$\square(4) \quad (x+5)(x-5)=5x-25$$

$$\begin{aligned} x^2-25 &= 5x-25 && \text{展開して, 移項する} \\ x^2-5x &= 0 \\ x(x-5) &= 0 && \text{左辺を因数分解する} \\ x &= 0, 5 \end{aligned}$$

$$x = 0, 5$$

$$\square(5) \quad 4x-x(x-2)=8$$

$$\begin{aligned} 4x-x^2+2x &= 8 && \text{展開して, 移項する} \\ -x^2+6x-8 &= 0 \\ x^2-6x+8 &= 0 && \text{両辺を}-1\text{でわる} \\ (x-2)(x-4) &= 0 && \text{左辺を因数分解する} \\ x &= 2, 4 \end{aligned}$$

$$x = 2, 4$$

$$\square(6) \quad 3x(x-3)=(x+6)(x-3)$$

$$\begin{aligned} 3x^2-9x &= x^2+3x-18 && \text{展開して, 移項する} \\ 2x^2-12x+18 &= 0 \\ x^2-6x+9 &= 0 && \text{両辺を2でわる} \\ (x-3)^2 &= 0 && \text{左辺を因数分解する} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$x = 3$$

$$\square(7) \quad 4(x+5)-8=2(x+3)(x-3)$$

$$\begin{aligned} 4x+20-8 &= 2(x^2-9) && \text{展開して, 移項する} \\ 4x+12 &= 2x^2-18 \\ -2x^2+4x+30 &= 0 \\ x^2-2x-15 &= 0 && \text{両辺を}-2\text{でわる} \\ (x+3)(x-5) &= 0 && \text{左辺を因数分解する} \\ x &= -3, 5 \end{aligned}$$

$$x = -3, 5$$

B 力をつけよう

2 いろいろな二次方程式

教 p.79

次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x(2x-1)=3$
 $2x^2-x-3=0$ ← 展開して、移項する

解の公式を使って、

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4}$$

よって、 $x = \frac{3}{2}, -1$

$x = \frac{3}{2}, -1$

□(2) $3x+2=x(x-2)-5$

$$3x+2=x^2-2x-5$$

$$-x^2+5x+7=0$$

$$x^2-5x-7=0$$
 ← 両辺を-1でわる

解の公式を使って、

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-7)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$

□(3) $\frac{(x+1)(x-5)}{4} = \frac{x(x-1)}{3}$
 ← 両辺に12をかける

$$3(x+1)(x-5)=4x(x-1)$$

$$3(x^2-4x-5)=4x^2-4x$$

$$3x^2-12x-15=4x^2-4x$$

$$-x^2-8x-15=0$$

$$x^2+8x+15=0$$
 ← 両辺を-1でわる

$$(x+3)(x+5)=0$$

$$x=-3, -5$$

$x = -3, -5$

□(4) $(x-1)^2-7(x-1)-8=0$ (大阪府)

$$x-1=X \text{ とすると,}$$

$$X^2-7X-8=0$$

$$(X+1)(X-8)=0$$

$$X=-1, 8$$

X をもとにもどすと、

$$x-1=-1 \text{ から } x=0, x-1=8 \text{ から } x=9$$

$$\text{したがって、} x=0, 9$$

$x = 0, 9$



左辺を展開しても解けるけど、 $x-1$ をおきかえれば簡単に解けるよ。

3 いろいろな二次方程式

教 p.79

Aさんが、二次方程式

$3(x^2-8)=(x-8)(x+3)$ を下の【手順】で解いたところ、【手順】の式の中に、正しくないものがありました。

このとき、次の問いに答えなさい。(三重県)

【手順】

$$3(x^2-8)=(x-8)(x+3) \quad \cdots \cdots (i)$$

$$3x^2-24=x^2-5x-24 \quad \cdots \cdots (ii)$$

$$2x^2+5x=0 \quad \cdots \cdots (iii)$$

$$2x+5=0 \quad \cdots \cdots (iv)$$

$$x=-\frac{5}{2} \quad \cdots \cdots (v)$$

□(1) 式の変形として正しくないものはどれか、次のア～エからもっとも適切なものを1つ選び、その記号を書きなさい。

ア (i) から (ii) への変形

イ (ii) から (iii) への変形

ウ (iii) から (iv) への変形

エ (iv) から (v) への変形

ウ

□(2) (1)で選んだ式の変形が正しくない理由を書きなさい。 (説明しよう!!)

理由 (例) $x=0$ の場合、両辺を x でわることはできないから。

正しい解き方 $2x^2+5x=0$

$$x(2x+5)=0$$

$$x=0, -\frac{5}{2}$$

C チャレンジ



□4 $5:x=(x+3):(x+7)$ を満たす正の数 x の値を求めなさい。

$$5:x=(x+3):(x+7)$$

$$5(x+7)=x(x+3)$$

$$5x+35=x^2+3x$$

$$-x^2+2x+35=0$$

$$x^2-2x-35=0$$

$$(x+5)(x-7)=0$$

$$x=-5, 7$$

$$x>0 \text{ だから、} x=7$$

$x = 7$



ドリル 二次方程式

教 p.70~79

1 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $5x^2=30$
 $x^2=6$ ← 両辺を5でわる
 $x=\pm\sqrt{6}$

$x=\pm\sqrt{6}$

□(2) $2x^2-24=0$
 $2x^2=24$ ← -24を移項する
 $x^2=12$ ← 両辺を2でわる
 $x=\pm\sqrt{12}$
 $x=\pm2\sqrt{3}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする

$x=\pm2\sqrt{3}$

□(3) $16x^2=9$
 $x^2=\frac{9}{16}$ ← 両辺を16でわる
 $x=\pm\sqrt{\frac{9}{16}}$ ← $\frac{9}{16}=(\frac{3}{4})^2$
 $x=\pm\frac{3}{4}$

$x=\pm\frac{3}{4}$

2 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $(x+6)^2=2$
 $x+6=\pm\sqrt{2}$
 $x=-6\pm\sqrt{2}$ ← 6を移項する

$x=-6\pm\sqrt{2}$

□(2) $(x-7)^2=9$
 $x-7=\pm3$
 $x-7=3$ から $x=10$, $x-7=-3$ から $x=4$
 よって, $x=10, 4$

$x=10, 4$

□(3) $(x-9)^2-2=0$
 $(x-9)^2=2$ ← -2を移項する
 $x-9=\pm\sqrt{2}$
 $x=9\pm\sqrt{2}$ ← -9を移項する

$x=9\pm\sqrt{2}$

□(4) $3(x-4)^2-12=0$
 $3(x-4)^2=12$ ← -12を移項する
 $(x-4)^2=4$ ← 両辺を3でわる
 $x-4=\pm2$
 $x-4=2$ から $x=6$, $x-4=-2$ から $x=2$
 よって, $x=6, 2$

$x=6, 2$

3 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3x^2+7x-1=0$ ▶ 解の公式で, $a=3, b=7, c=-1$
 $x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$
 $=\frac{-7\pm\sqrt{61}}{6}$
 $x=\frac{-7\pm\sqrt{61}}{6}$

□(2) $2x^2-5x+3=0$ ▶ 解の公式で, $a=2, b=-5, c=3$
 $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times3}}{2\times2}$
 $=\frac{5\pm1}{4}$

よって, $x=\frac{5+1}{4}=\frac{3}{2}$, $x=\frac{5-1}{4}=1$

$x=\frac{3}{2}, 1$

□(3) $x^2-4x-7=0$ ▶ 解の公式で, $a=1, b=-4, c=-7$
 $x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-7)}}{2\times1}$
 $=\frac{4\pm\sqrt{44}}{2}$
 $=\frac{4\pm2\sqrt{11}}{2}$ ← $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にする
 $=2\pm\sqrt{11}$ ← 約分する

$x=2\pm\sqrt{11}$

□(4) $5x^2+x=4$
 $5x^2+x-4=0$ ← 4を移項する
 ▶ 解の公式で, $a=5, b=1, c=-4$
 $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times5\times(-4)}}{2\times5}$
 $=\frac{-1\pm\sqrt{81}}{10}$
 $=\frac{-1\pm9}{10}$

よって, $x=\frac{-1+9}{10}=\frac{4}{5}$, $x=\frac{-1-9}{10}=-1$

$x=\frac{4}{5}, -1$

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は,
 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

4 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

$$\square(1) \quad x^2+6x+8=0$$

$$(x+2)(x+4)=0 \quad \text{左辺を因数分解する}$$

$$x=-2, -4$$

$$\underline{x=-2, -4}$$

$$\square(2) \quad x^2-5x-24=0$$

$$(x+3)(x-8)=0 \quad \text{左辺を因数分解する}$$

$$x=-3, 8$$

$$\underline{x=-3, 8}$$

$$\square(3) \quad x^2-10x=-21$$

$$x^2-10x+21=0 \quad \text{-21を移項する}$$

$$(x-3)(x-7)=0 \quad \text{左辺を因数分解する}$$

$$x=3, 7$$

$$\underline{x=3, 7}$$

$$\square(4) \quad 4x+32=x^2$$

$$-x^2+4x+32=0 \quad \text{x}^2 \text{を移項する}$$

$$x^2-4x-32=0 \quad \text{両辺を-1でわる}$$

$$(x+4)(x-8)=0 \quad \text{左辺を因数分解する}$$

$$x=-4, 8$$

$$\underline{x=-4, 8}$$

5 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

$$\square(1) \quad x^2-14x=0$$

$$x(x-14)=0 \quad \text{左辺を因数分解する}$$

$$x=0, 14$$

$$\underline{x=0, 14}$$

$$\square(2) \quad 2x^2=x$$

$$2x^2-x=0 \quad \text{xを移項する}$$

$$x(2x-1)=0 \quad \text{左辺を因数分解する}$$

$$2x=1 \quad x=\frac{1}{2}$$

$$x=0, \frac{1}{2}$$

$$\underline{x=0, \frac{1}{2}}$$

$$\square(3) \quad x^2+16x+64=0$$

$$(x+8)^2=0 \quad \text{a}^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$x=-8$$

$$\underline{x=-8}$$

$$\square(4) \quad x^2-14x+49=0$$

$$(x-7)^2=0 \quad \text{a}^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$x=7$$

$$\underline{x=7}$$

$$\square(5) \quad x^2-81=0$$

$$(x+9)(x-9)=0 \quad \text{a}^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$x=-9, 9$$

別解 平方根の考えを使って解く。

$$x^2-81=0$$

$$x^2=81$$

$$x=\pm 9$$

$$\underline{x=-9, 9}$$

6 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

$$\square(1) \quad x(x+6)=-5$$

$$x^2+6x=-5 \quad \text{左辺を展開して, 移項する}$$

$$x^2+6x+5=0 \quad \text{左辺を因数分解する}$$

$$(x+1)(x+5)=0$$

$$x=-1, -5$$

$$\underline{x=-1, -5}$$

$$\square(2) \quad 2x-(x+1)(x-3)=7$$

$$2x-(x^2-2x-3)=7 \quad \text{左辺を展開して, 移項する}$$

$$2x-x^2+2x+3=7$$

$$-x^2+4x-4=0 \quad \text{両辺を-1でわる}$$

$$x^2-4x+4=0 \quad \text{左辺を因数分解する}$$

$$(x-2)^2=0$$

$$x=2$$

$$\underline{x=2}$$

$$\square(3) \quad 3(x+2)=x^2-5$$

$$3x+6=x^2-5 \quad \text{左辺を展開して, 移項する}$$

$$-x^2+3x+11=0 \quad \text{両辺を-1でわる}$$

$$x^2-3x-11=0$$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 1\times(-11)}}{2\times 1}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{53}}{2}$$

$$\underline{x=\frac{3\pm\sqrt{53}}{2}}$$

$$\square(4) \quad (x+1)^2+5=-3(x^2-3)$$

$$x^2+2x+1+5=-3x^2+9 \quad \text{展開して, 移項する}$$

$$4x^2+2x-3=0$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 4\times(-3)}}{2\times 4}$$

$$=\frac{-2\pm\sqrt{52}}{8}$$

$$=\frac{-2\pm 2\sqrt{13}}{8}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{4}$$

$$\underline{x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{4}}$$

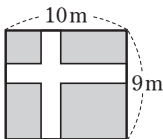


A 基本を身につけよう

□1 土地の問題

教 p.82~83

右の図のような、縦の長さが9m、横の長さが10mの長方形の土地に、同じ幅の通路が2本ある花だんをつくりま
す。花だんの面積が 72m^2 に
なるようにするには、通路の幅を何mにす
ればよいですか。



通路を土地の端に移動して考える。

通路の幅を $x\text{m}$ とすると、

$$(9-x)(10-x)=72$$

$$x^2-19x+18=0$$

$$(x-1)(x-18)=0$$

$$x=1, 18$$

長方形の土地の縦の長さは9mだから、

$x=18$ は問題にあわない。また、

$x=1$ は問題にあっている。

通路の幅は、1m

例題 1

整数の問題

教 p.84

連続する2つの正の整数があります。

それぞれを2乗した数の和が61になると
き、これら2つの整数を求めなさい。

解 連続する2つの正の整数のうち、
小さい方の整数を x とすると、
大きい方の整数は $x+1$ となり、

$$x^2+(x+1)^2=61$$

$$x^2+(x^2+2x+1)=61$$

$$2x^2+2x-60=0$$

$$x^2+x-30=0 \quad \leftarrow \text{両辺を2でわる}$$

$$(x+6)(x-5)=0 \quad x=-6, 5$$

x は正の整数だから、 $x=-6$ は問題にあ
わない。 $x=5$ のとき、求める2つの整数
は5、6となり、これは問題にあっている。

2つの整数は、5と6

□2 整数の問題

教 p.84

連続する2つの正の整数で、2つの数の積が
72になるとき、これら2つの整数を求めなさい。

連続する2つの正の整数のうち、小さい方の整数
を x とすると、大きい方の整数は $x+1$ となり、

$$x(x+1)=72$$

$$x^2+x-72=0$$

$$(x+9)(x-8)=0$$

$$x=-9, 8$$

x は正の整数だから、

$x=-9$ は問題にあわない。

$x=8$ のとき、求める2つの整数は8、9

となり、これは問題にあっている。

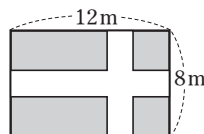
2つの整数は、8と9

B 力をつけよう

□3 土地の問題

教 p.82~83

右の図のような、縦の長
さが8m、横の長さが
12mの長方形の土地に、
同じ幅の通路が2本あ
る畑をつくりま
す。畑の



面積が 60m^2 になるようにするには、通路の
幅を何mにすればよいですか。

通路を土地の端に移動して考える。

通路の幅を $x\text{m}$ とすると、

$$(8-x)(12-x)=60$$

$$96-20x+x^2=60$$

$$x^2-20x+36=0$$

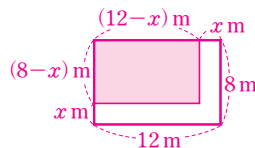
$$(x-2)(x-18)=0$$

$$x=2, 18$$

長方形の土地の縦の長さは8mだから、

$x=18$ は問題にあわない。

$x=2$ は問題にあっている。



2m

□4 整数の問題

数 p.84

連続する3つの正の整数があります。もっとも小さい数を2乗すると、ほかの2つの数の和に等しくなるとき、これら3つの整数を求めなさい。

連続する3つの正の整数のうち、もっとも小さい数を x とすると、3つの整数は $x, x+1, x+2$ となり、

$$x^2 = (x+1) + (x+2)$$

$$x^2 = 2x + 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1, 3$$

x は正の整数だから、 $x = -1$ は問題にあわない。
 $x = 3$ のとき、求める3つの整数は3, 4, 5となり、これは問題にあっている。

3と4と5

□5 整数の問題

数 p.84

ある数 x を、2倍しなければならなかったところを、間違えて2乗したため、計算の結果は63だけ大きくなりました。この数 x を求めなさい。

$$x^2 - 2x = 63$$

$$x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$(x+7)(x-9) = 0$$

$$x = -7, 9$$

$x = -7$ も $x = 9$ も問題にあっている。

 $x = -7, 9$

□6 整数の問題

数 p.84

大小2つの整数があります。その差は2で、積は48です。この2つの整数を求めなさい。

大小2つの整数のうち、小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+2$ となり、

$$x(x+2) = 48$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x-6)(x+8) = 0$$

$$x = 6, -8$$

$x = 6$ も $x = -8$ も問題にあっている。

$x = 6$ のとき、小さい方の整数は6、

大きい方の整数は、 $6+2=8$

$x = -8$ のとき、小さい方の整数は-8、

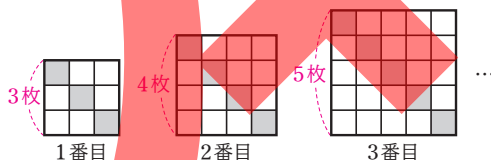
大きい方の整数は、 $-8+2=-6$

6と8, -8と-6

C チャレンジ



7 下の図のように、同じ大きさの白と黒の正方形のタイルを規則的に並べます。次の問いに答えなさい。



□(1) n 番目の図形に使われる白のタイルの枚数を、 n を使って表しなさい。

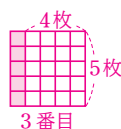
上の図より、 n 番目の図形の全部の枚数は、 $(n+2)^2$ 枚

また、 n 番目の図形の黒の枚数は、 $(n+2)$ 枚

(白の枚数) = (全部の枚数) - (黒の枚数) だから、

$$(n+2)^2 - (n+2) = n^2 + 4n + 4 - n - 2 = n^2 + 3n + 2 \text{ (枚)}$$

別解 右の図のように、黒のタイルを寄せて考えると、 n 番目の図形の白のタイルは、縦に $(n+2)$ 枚、横に $(n+1)$ 枚並ぶ。



$$(n+2)(n+1) = n^2 + 3n + 2 \text{ (枚)}$$

$$n^2 + 3n + 2 \text{ (枚)}$$

□(2) 白のタイルの枚数が、黒のタイルの枚数より120枚多くなるのは、何番目の図形ですか。

$$n^2 + 3n + 2 = (n+2) + 120$$

$$n^2 + 2n - 120 = 0$$

$$(n+12)(n-10) = 0$$

$$n = -12, 10$$

$n \geq 1$ だから、 $n = -12$ は問題にあわない。

$n = 10$ は問題にあっている。

10番目



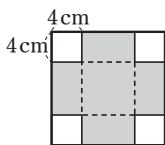
A 基本を身につけよう

1 容積の問題

教 p.85

正方形の紙があります。

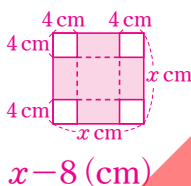
この四すみから1辺が4cmの正方形を切り取り、ふたのない直方体の容器をつくと、その容積は 196cm^3 になりました。



- (1) 直方体の底面は正方形になります。はじめの紙の1辺の長さを $x\text{cm}$ とすると、直方体の底面の1辺の長さを、 x を使って表しなさい。

1辺の長さは、

$$x - 4 \times 2 = x - 8 \text{ (cm)}$$



- (2) はじめの紙の1辺の長さを求めなさい。

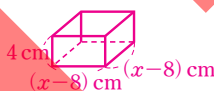
$$4(x-8)^2 = 196$$

$$(x-8)^2 = 49$$

$$x-8 = \pm 7$$

$$x = 8 \pm 7 \quad x = 15, 1$$

四すみから1辺が4cmの正方形を切り取るためには、 $x > 8$ だから、 $x=1$ は問題にあわない。
 $x=15$ は問題にあっている。



15cm

2 動く点の問題

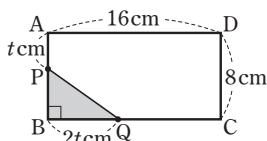
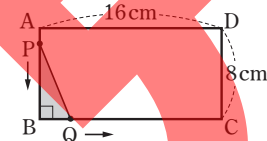
教 p.86

$AB=8\text{cm}$,
 $BC=16\text{cm}$ の
長方形ABCD
があります。

点Pは、辺AB上を毎秒1cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺BC上を毎秒2cmの速さでBからCまで動きます。P、Qが同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。

- (1) P、Qが出発してから t 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を、 t を使って表しなさい。

P、Qが出発してから t 秒後のPB、BQの長さは、それぞれ、



$$PB = AB - AP$$

$$= 8 - t \text{ (cm)}$$

$$BQ = 2t \text{ (cm)}$$

だから、 $\triangle PBQ$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 2t \times (8-t) = -t^2 + 8t \text{ (cm}^2\text{)}$$

- (2) $\triangle PBQ$ の面積が 15cm^2 になるのは、P、Qが出発してから何秒後ですか。

(1)から、 $\triangle PBQ$ の面積が 15cm^2 になるとき、

$$-t^2 + 8t = 15$$

$$t^2 - 8t + 15 = 0$$

$$(t-3)(t-5) = 0 \quad t = 3, 5$$

点PはAからBまで、点QはBからCまで動くので、 $0 \leq t \leq 8$ だから、 $t=3$ も $t=5$ も問題にあっている。

3秒後と5秒後

B 力をつけよう

3 容積の問題

教 p.85

横が縦より6cm長い
長方形の紙があります。
この四すみから1辺が
2cmの正方形を切り取
り、ふたのない直方

体の容器をつくと、その容積は 40cm^3 になりました。はじめの紙の縦と横の長さを求めなさい。

はじめの紙の縦の長さを
 $x\text{cm}$ とすると、

$$2(x-4)(x+2) = 40$$

高さ 縦 横 容積

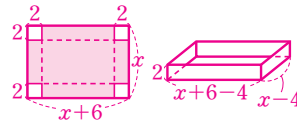
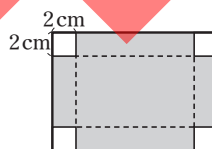
$$(x-4)(x+2) = 20$$

$$x^2 - 2x - 28 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-28)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{116}}{2} = 1 \pm \sqrt{29} \quad \sqrt{116} = 2\sqrt{29}$$

四すみから1辺が2cmの正方形を切り取るためには、 $x > 4$ だから、 $x=1-\sqrt{29}$ は問題にあわない。
 $x=1+\sqrt{29}$ のとき、はじめの紙の横の長さは $(7+\sqrt{29})\text{cm}$ となり、これは問題にあっている。

縦 $1 + \sqrt{29} \text{ (cm)}$ 横 $7 + \sqrt{29} \text{ (cm)}$

□ 4 面積の問題

教 p.85

周の長さが40cmで、面積が75cm²の長方形をつくるとき、この長方形の2辺の長さは、それぞれ何cmになりますか。

周の長さが40cmだから、縦と横の長さの和は20cmであり、
 $\triangleright$ (縦+横)×2=周の長さ より、
 縦+横=(周の長さ)÷2
 縦の長さを x cm とすると、

横の長さは、 $(20-x)$ cmと表される。

面積が75cm²だから、

$$x(20-x)=75$$

$$x^2-20x+75=0$$

$$(x-5)(x-15)=0$$

$$x=5, 15$$

$x=5$ のとき、横の長さは、 $20-5=15$ (cm)

$x=15$ のとき、横の長さは、 $20-15=5$ (cm)

となり、これらは問題にあっている。

5 cm と 15 cm

□ 5 動く点の問題

教 p.87

AB=12cm,
 BC=36cm,
 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形ABC
 があります。

点Pは、辺AB上を毎秒1cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺BC上を毎秒3cmの速さでBからCまで動きます。P、Qが同時に出発するとき、 $\triangle PBQ$ の面積が48cm²になるのは何秒後ですか。

P、Qが出発してから t 秒後

に、 $\triangle PBQ$ の面積が48cm²になったとすると、

$$\frac{1}{2} \times 3t \times (12-t) = 48$$

これを解くと、

$$t^2-12t+32=0$$

$$(t-4)(t-8)=0 \quad t=4, 8$$

点PはAからBまで、点QはBからCまで動くので、
 $0 \leq t \leq 12$ だから、 $t=4$ も $t=8$ も問題にあっている。

4 秒後と 8 秒後

C チャレンジ



6 1 辺の長さが10cm

の正方形ABCDがあり

ます。点Pは、辺BC

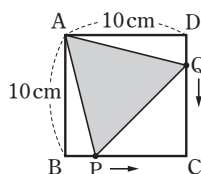
上を毎秒1cmの速さで

BからCまで動き、

点Qは、辺DC上を毎

秒1cmの速さでDからCまで動きます。P、

Qが同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。



□(1) P、Qが出発してから t 秒後の $\triangle APQ$ の面積を、 t を使って表しなさい。

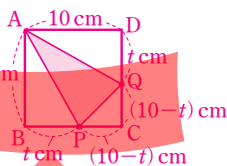
$$BP=DQ=t \text{ cm}$$

$$PC=QC=10-t \text{ (cm)}$$

だから、 $\triangle APQ$ の面積は、

$$10^2 - \left(\frac{1}{2} \times t \times 10 \right) \times 2 - \frac{1}{2} \times (10-t)^2$$

$$= -\frac{1}{2}t^2 + 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$



$$\triangleright \triangle ABP \equiv \triangle ADQ$$

$$-\frac{1}{2}t^2 + 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$

□(2) $\triangle APQ$ の面積が正方形ABCDの面積の

$\frac{1}{4}$ になるのは、P、Qが出発してから何秒後ですか。

(1)から、 $\triangle APQ$ の面積が正方形ABCDの面積の $\frac{1}{4}$ になるとき、

$$-\frac{1}{2}t^2 + 50 = 25$$

$$\frac{1}{2}t^2 = 25$$

$$t^2 = 50 \quad t = \pm 5\sqrt{2}$$

$0 \leq t \leq 10$ だから、 $t = -5\sqrt{2}$ は問題にあわない。

$t = 5\sqrt{2}$ は問題にあっている。

$5\sqrt{2}$ 秒後

- 1 次の㉑～㉔の方程式のうち、解の1つが3であるものをすべて選びなさい。

㉑ $x^2+2x-3=0$ ㉒ $x^2-5x+6=0$
 ㉓ $x^2-2x=3$ ㉔ $2(x^2-6)=x(x+1)$

$x=3$ を㉑～㉔の式に代入して、等式が成り立つかどうかを確認する。

㉑ (左辺) $=3^2+2 \times 3-3=12$, (右辺) $=0$
 ㉒ (左辺) $=3^2-5 \times 3+6=0$, (右辺) $=0$
 ㉓ (左辺) $=3^2-2 \times 3=3$, (右辺) $=3$
 ㉔ (左辺) $=2 \times (3^2-6)=6$, (右辺) $=3 \times (3+1)=12$

1 2 p.48 A 1

5 点

㉑, ㉓

- 2 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $3x^2=12$

$x^2=4$
 $x=\pm 2$

□(2) $(x-1)^2=49$

$x-1=\pm 7$
 $x=1\pm 7$
 $x=8, -6$

□(3) $4x^2-3x-2=0$

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4 \times 4 \times (-2)}}{2 \times 4}$
 $=\frac{3\pm\sqrt{41}}{8}$

□(4) $3x^2+5x-2=0$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$
 $=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{6}=\frac{-5\pm 7}{6}$
 $x=\frac{-5+7}{6}=\frac{1}{3}, x=\frac{-5-7}{6}=-2$

□(5) $x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0$
 $x=-6, 2$

□(6) $x^2-7x+10=0$

$(x-2)(x-5)=0$
 $x=2, 5$

□(7) $x^2+6x=0$

$x(x+6)=0$
 $x=0, -6$

□(8) $x^2+18x+81=0$

$(x+9)^2=0$
 $x=-9$

□(9) $x^2-100=0$

$x^2-10^2=0$
 $(x+10)(x-10)=0$
 $x=-10, 10$

別解

$x^2=100$
 $x=\pm 10$

□(10) $x(x+4)=-2x-8$

$x^2+4x=-2x-8$
 $x^2+6x+8=0$
 $(x+2)(x+4)=0$
 $x=-2, -4$

2 2 p.48~56

50 点(各 5 点)

(1)	$x=\pm 2$
(2)	$x=8, -6$
(3)	$x=\frac{3\pm\sqrt{41}}{8}$
(4)	$x=\frac{1}{3}, -2$
(5)	$x=-6, 2$
(6)	$x=2, 5$
(7)	$x=0, -6$
(8)	$x=-9$
(9)	$x=-10, 10$
(10)	$x=-2, -4$

3 例 p.55 例 5

12点(各6点)

- 3 二次方程式 $x^2 - ax - 4a - 2 = 0$ の解の1つが -2 であるとき、 a の値を求めなさい。また、もう1つの解を求めなさい。

$$x^2 - ax - 4a - 2 = 0 \text{ に } x = -2 \text{ を代入すると,}$$

$$(-2)^2 - a \times (-2) - 4a - 2 = 0$$

$$-2a = -2 \quad a = 1$$

よって、二次方程式は、

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

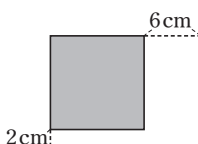
$$x = -2, 3$$

したがって、もう1つの解は、3

4 例 p.60 例 1

9点

- 4 正方形の縦の長さを2cm、横の長さを6cm長くして、面積が 192cm^2 の長方形をつくりました。はじめの正方形の1辺の長さを求めなさい。



はじめの正方形の1辺の長さを $x\text{cm}$ とすると、

$$(x+2)(x+6) = 192$$

$$x^2 + 8x + 12 = 192$$

$$x^2 + 8x - 180 = 0$$

$$(x+18)(x-10) = 0$$

$$x = -18, 10$$

$x > 0$ だから、 $x = -18$ は問題にあわない。

$x = 10$ は問題にあっている。

5 例 p.61 例 4

24点(各3点)

- 5 連続する3つの正の整数があります。まん中の数を2乗すると、3つの数の和に等しくなります。これら3つの整数を次のように求めました。ア〜クにあてはまる式や数を答えなさい。ただし、同じ記号には同じものがはいるものとします。

連続する3つの正の整数のうち、まん中の数を x とすると、

3つの整数は [ア], x , [イ] となり、

$$x^2 = ([ア]) + x + ([イ])$$

$$x^2 = [ウ]$$

$$x^2 - [ウ] = 0$$

$$x([エ]) = 0$$

$$x = 0, [オ]$$

x は正の整数だから、 $x = 0$ は問題にあわない。

$x = [オ]$ のとき、3つの整数は [カ], [キ],

[ク] となり、これは問題にあっている。

[カ] と [キ] と [ク]

ア	$x-1$
イ	$x+1$
ウ	$3x$
エ	$x-3$
オ	3
カ	2
キ	3
ク	4

ア、イは逆でもよい。

カ、キ、クは、順序が違ってよい。

3章 二次方程式

教 p.68~91

学習日

得点

点

3章

二次方程式

1 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $x^2 + 2x - 24 = 0$

$$(x-4)(x+6) = 0$$

$$x = 4, -6$$

□(3) $x^2 + 5x + 3 = 0$ (兵庫県)

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

□(5) $x^2 - 30 = 7x$

$$x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$(x+3)(x-10) = 0$$

$$x = -3, 10$$

□(7) $2x^2 = 6x$

$$2x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x = 0, 3$$

別解

$$2x^2 - 6x = 0$$

$$2x(x-3) = 0$$

$$x = 0, 3$$

2 知・技 次の二次方程式を解きなさい。

□(1) $2x^2 + 5x + 3 = x^2 + 6x + 6$

(愛知県改題)

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

□(3) $x(x+9) = 4(3x+7)$

$$x^2 + 9x = 12x + 28$$

$$x^2 - 3x - 28 = 0$$

$$(x+4)(x-7) = 0$$

$$x = -4, 7$$

□(2) $3x^2 - \frac{1}{3} = 0$

$$3x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x^2 = \frac{1}{9} \quad x = \pm \frac{1}{3}$$

□(4) $(2x-7)^2 = 18$

$$2x-7 = \pm \sqrt{18}$$

$$2x-7 = \pm 3\sqrt{2}$$

$$2x = 7 \pm 3\sqrt{2}$$

$$x = \frac{7 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

□(6) $x^2 - 6x - 5 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{56}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$= 3 \pm \sqrt{14}$$

□(8) $18x^2 + 2 = 12x$

$$18x^2 - 12x + 2 = 0$$

$$9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(3x-1)^2 = 0$$

$$3x-1 = 0 \quad x = \frac{1}{3}$$

□(2) $(x-1)^2 + 4x = -2(x^2-3)$

$$(x^2 - 2x + 1) + 4x = -2x^2 + 6$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{-2 \pm 8}{6}$$

$$\text{よって, } x = 1, -\frac{5}{3}$$

□(4) $2(x+3)^2 = (x+4)(x-4) + 7$

$$2(x^2 + 6x + 9) = (x^2 - 16) + 7$$

$$2x^2 + 12x + 18 = x^2 - 9$$

$$x^2 + 12x + 27 = 0$$

$$(x+3)(x+9) = 0$$

$$x = -3, -9$$

1 知・技 p.48~55

40点(各5点)

(1)	$x = 4, -6$
(2)	$x = \pm \frac{1}{3}$
(3)	$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$
(4)	$x = \frac{7 \pm 3\sqrt{2}}{2}$
(5)	$x = -3, 10$
(6)	$x = 3 \pm \sqrt{14}$
(7)	$x = 0, 3$
(8)	$x = \frac{1}{3}$

2 知・技 p.53~57

20点(各5点)

(1)	$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$
(2)	$x = 1, -\frac{5}{3}$
(3)	$x = -4, 7$
(4)	$x = -3, -9$

- 3 ^思 ある正の数 x から 6 をひいて 2 乗するところを、間違えて 6 をたして 2 倍したため、計算の結果は 264 だけ小さくなりました。この数 x を求めなさい。

$$(x-6)^2 - 2(x+6) = 264$$

$$x^2 - 14x - 240 = 0$$

$$(x+10)(x-24) = 0 \quad x = -10, 24$$

x は正の数だから、 $x = -10$ は問題にあわない。 $x = 24$ は問題にあっている。

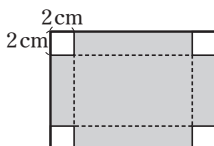
3 p.61 B 5

10 点

$x =$

24

- 4 ^思 周の長さが 48cm の長方形の紙があります。この四すみから 1 辺が 2cm の正方形を切り取り、ふたのない直方体の容器をつくると、その容積は 120cm^3 になりました。はじめの紙の縦と横の長さを求めなさい。ただし、横の長さは縦の長さより長いものとします。



4 p.62 B 3

10 点 (完答)

縦

10cm

横

14cm

周の長さが 48cm の長方形だから、縦と横の長さの和は、 $48 \div 2 = 24$ (cm)

よって、はじめの紙の縦の長さを x cm とすると、横の長さは $(24-x)$ cm と表される。

$$(x-4)(20-x) \times 2 = 120 \quad \text{縦} \times \text{横} \times \text{高さ} = \text{容積}$$

$$x^2 - 24x + 140 = 0$$

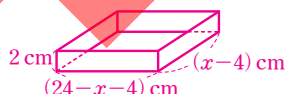
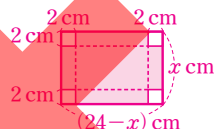
$$(x-10)(x-14) = 0 \quad x = 10, 14$$

$x = 10$ のとき、はじめの紙の縦の長さは 10cm、横の長さは $24 - 10 = 14$ (cm)

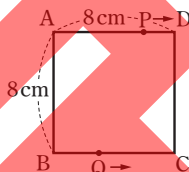
横 > 縦だから、 $x = 10$ は問題にあっている。

$x = 14$ のとき、はじめの紙の縦の長さは 14cm、横の長さは $24 - 14 = 10$ (cm)

横 < 縦だから、 $x = 14$ は問題にあわない。



- 5 ^思 1 辺の長さが 8cm の正方形 ABCD があります。点 P は、辺 AD、DC 上を毎秒 2cm の速さで A から C まで動き、点 Q は、辺 BC 上を毎秒 1cm の速さで B から C まで動きます。P、Q が同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。



5 p.63 B 5

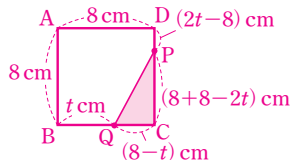
20 点 (各 10 点)

(1)

$$t^2 - 16t + 64 \text{ (cm}^2\text{)}$$

(2)

5 秒後



- (1) P、Q が出発してから t 秒後 ($4 \leq t \leq 8$) の $\triangle PQC$ の面積を、 t を使って表しなさい。

t 秒後 ($4 \leq t \leq 8$) の PC、QC の長さは、

$$PC = AD + DC - (\text{点 P の動いた長さ}) = 8 + 8 - 2t = 16 - 2t \text{ (cm)}, \quad QC = BC - BQ = 8 - t \text{ (cm)}$$

$$\text{だから、} \triangle PQC \text{ の面積は、} \frac{1}{2} \times (8-t) \times (16-2t) = t^2 - 16t + 64 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- (2) (1) のとき、 $\triangle PQC$ の面積が 9cm^2 になるのは、P、Q が出発してから何秒後ですか。

$$t^2 - 16t + 64 = 9$$

$$t^2 - 16t + 55 = 0$$

$$(t-5)(t-11) = 0 \quad t = 5, 11$$

$4 \leq t \leq 8$ だから、 $t = 11$ は問題にあわない。 $t = 5$ は問題にあっている。



A 基本を身につけよう

1 関数 $y=ax^2$ 教 p.94~95

底面の1辺の長さが x cm, 高さが 12 cm の正四角錐の体積を y cm³ とします。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

体積 = $\frac{1}{3} \times$ 底面積 $\times$ 高さ だから、

$$y = \frac{1}{3} \times x^2 \times 12 = 4x^2$$

答 $y = 4x^2$

□(2) 下の表の□にあてはまる数を書き入れなさい。

x	1	2	3	4	5	6
y	4	16	36	64	100	144

$$y = 4 \times 2^2 = 16 \quad y = 4 \times 3^2 = 36 \quad y = 4 \times 6^2 = 144$$

□(3) x の値が 2 倍, 3 倍になると, y の値は何倍になりますか。

4 倍, 9 倍になる。

要点のまとめ

x と y の関係が, $y=ax^2$ (a は定数) で表されるとき, y は x の 2 乗に比例するといひ, a を比例定数という。

$$y = ax^2$$

比例定数

例題 1 関数 $y=ax^2$ の式を求める 教 p.96

y は x の 2 乗に比例し, $x=3$ のとき $y=45$ です。 x と y の関係を式に表しなさい。

解 比例定数を a とすると, $y=ax^2$

$x=3$ のとき $y=45$ だから、

$$45 = a \times 3^2 \quad \rightarrow 9a = 45$$

$$a = 5$$

したがって, $y = 5x^2$

2 関数 $y=ax^2$ の式を求める 教 p.96

次の x と y の関係を式に表しなさい。

□(1) y は x の 2 乗に比例し, $x=2$ のとき

$y=24$ である。

比例定数を a とすると, $y=ax^2$

$x=2$ のとき $y=24$ だから、

$$24 = a \times 2^2 \quad \rightarrow 4a = 24$$

$$a = 6$$

したがって, $y = 6x^2$

x と y の値が 1 組わかれば, 式が求められるよ。



□(2) y は x の 2 乗に比例し, $x=-4$ のとき

$y=32$ である。

比例定数を a とすると, $y=ax^2$

$x=-4$ のとき $y=32$ だから、

$$32 = a \times (-4)^2 \quad \rightarrow 16a = 32$$

$$a = 2$$

$$y = 2x^2$$

□(3) y は x の 2 乗に比例し, $x=2$ のとき

$y=-16$ である。

比例定数を a とすると, $y=ax^2$

$x=2$ のとき $y=-16$ だから、

$$-16 = a \times 2^2 \quad \rightarrow 4a = -16$$

$$a = -4$$

$$y = -4x^2$$

□(4) y は x の 2 乗に比例し, $x=-5$ のとき

$y=-75$ である。

比例定数を a とすると, $y=ax^2$

$x=-5$ のとき $y=-75$ だから、

$$-75 = a \times (-5)^2 \quad \rightarrow 25a = -75$$

$$a = -3$$

$$y = -3x^2$$

B 力をつけよう

3 関数 $y=ax^2$ 数 p.94~95

底面の半径が $x\text{cm}$ 、高さが 5cm の円柱の体積を $y\text{cm}^3$ とします。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

円柱の体積 = 底面積 $\times$ 高さ だから、

$$\uparrow \pi \times (\text{半径})^2$$

$$y = \pi x^2 \times 5 = 5\pi x^2$$

$$y = 5\pi x^2$$

□(2) x の値が n 倍になると、 y の値は何倍になりますか。

$$n^2 \text{ 倍}$$

4 関数 $y=ax^2$ の式を求める 数 p.96

次の問いに答えなさい。

(1) y は x の2乗に比例し、 $x=-2$ のとき $y=2$ です。

□① x と y の関係を式に表しなさい。

$y=ax^2$ に $x=-2$ 、 $y=2$ を代入すると、

$$2 = a \times (-2)^2 \quad \rightarrow 4a = 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

□② $x=10$ のとき、 y の値を求めなさい。

$y = \frac{1}{2}x^2$ に $x=10$ を代入すると、

$$y = \frac{1}{2} \times 10^2 = 50$$

$$y = 50$$

□(2) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=3$ のとき $y=-1$ です。

$x=-9$ のとき、 y の値を求めなさい。

$y=ax^2$ に $x=3$ 、 $y=-1$ を代入すると、

$$-1 = a \times 3^2 \quad a = -\frac{1}{9}$$

よって、 $y = -\frac{1}{9}x^2$ であり、これに $x=-9$ を代入すると、

$$y = -\frac{1}{9} \times (-9)^2 = -9$$

$$y = -9$$

□(3) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=-4$ のとき $y=2$ です。

$x=-2$ のとき、 y の値を求めなさい。

$y=ax^2$ に $x=-4$ 、 $y=2$ を代入すると、

$$2 = a \times (-4)^2 \quad a = \frac{1}{8}$$

よって、 $y = \frac{1}{8}x^2$ であり、これに $x=-2$ を代入すると、

$$y = \frac{1}{8} \times (-2)^2 = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

5 関数 $y=ax^2$ 数 p.96

関数 $y=ax^2$ で、 x と y の関係が下の表のようになるとき、表の空欄をうめなさい。

x	-6	-1	3	9	12
y	12	$\frac{1}{3}$	3	27	48

$y=ax^2$ に $x=3$ 、 $y=3$ を代入すると、

$$3 = a \times 3^2 \quad a = \frac{1}{3} \quad \text{したがって、} y = \frac{1}{3}x^2$$

$y = \frac{1}{3}x^2$ に $x=-6$ を代入すると、 $y = \frac{1}{3} \times (-6)^2 = 12$

$y = \frac{1}{3}x^2$ に $x=-1$ を代入すると、 $y = \frac{1}{3} \times (-1)^2 = \frac{1}{3}$

$y = \frac{1}{3}x^2$ に $x=9$ を代入すると、 $y = \frac{1}{3} \times 9^2 = 27$

$y = \frac{1}{3}x^2$ に $y=48$ を代入すると、

$$48 = \frac{1}{3}x^2 \quad x^2 = 144 \quad x = \pm 12$$

表より、 $x > 9$ だから、 $x=12$

C チャレンジ

6 右の図のように、

ボールが斜面をころがっ

ています。ボールがころ

がりはじめてからの時間を x 秒、その間にころがった距離を $y\text{m}$ とすると、 y は x の2乗に比例しました。また、ころがりはじめてから3秒間にころがった距離は27mでした。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

$y=ax^2$ に $x=3$ 、 $y=27$ を代入すると、

$$27 = a \times 3^2$$

$$a = 3$$

$$y = 3x^2$$

□(2) ボールがこの斜面をころがりはじめてから

48m ころがるのに、何秒かかりますか。

$y=3x^2$ に $y=48$ を代入すると、

$$48 = 3x^2$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$x > 0$ だから、 $x=4$

$$4 \text{ 秒}$$

関数 $y=ax^2$ のグラフ

教 p.97~103

A 基本を身につけよう

例題
1関数 $y=ax^2$ のグラフ

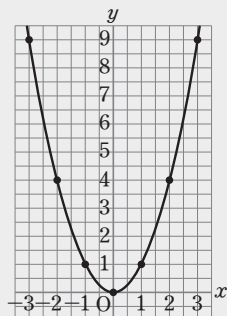
教 p.97~99

下の表は、関数 $y=x^2$ の x と y の関係を表したものです。この表をもとにして、関数 $y=x^2$ のグラフをかきなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

解

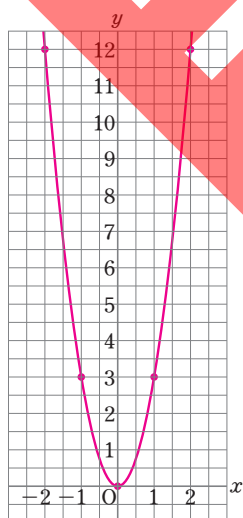
対応する点をとって、なめらかな曲線で結ぼう。

1 関数 $y=ax^2$ のグラフ

教 p.97~100

□(1) 関数 $y=3x^2$ について、表の□にあてはまる数を書き入れなさい。また、グラフをかきなさい。

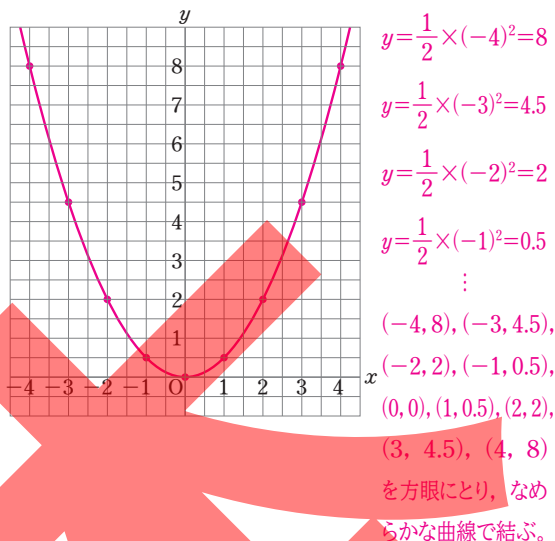
x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	12	3	0	3	12	...



考え方

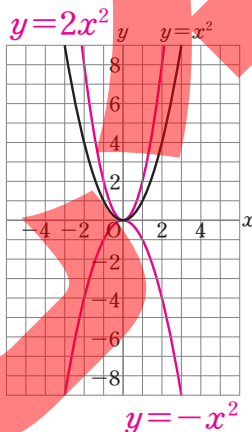
$(-2, 12)$, $(-1, 3)$,
 $(0, 0)$, $(1, 3)$,
 $(2, 12)$ を方眼にとり、
なめらかな曲線で結ぶ。

□(2) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。

2 関数 $y=ax^2$ のグラフ

教 p.98~101

関数 $y=x^2$ のグラフをもとにして、関数 $y=2x^2$ と関数 $y=-x^2$ のグラフをかきなさい。



考え方

$y=2x^2$ の y 座標は、
 $y=x^2$ の y 座標の
 2 倍になっている。
 $y=x^2$ と $y=-x^2$ の
 グラフは、 x 軸について
 対称になっている。

3 関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴

教 p.102~103

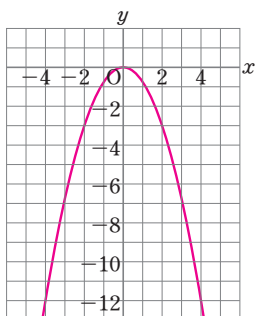
□にあてはまる記号やことばを書き入れなさい。

- (1) 関数 $y=ax^2$ のグラフは **放物線** で、
 その軸は **y** 軸、頂点は **原点** である。
- (2) 関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき、 x 軸の上側にあり、**上** に開いている。 $a<0$ のとき、 x 軸の **下側** にあり、下を開いている。
- (3) 関数 $y=ax^2$ のグラフは、比例定数 a の絶対値が大きいほど、開き方が **小さく** なる。

B 力をつけよう

□4 関数 $y=ax^2$ のグラフ 教 p.100~101

関数 $y=-\frac{3}{4}x^2$ のグラフをかきなさい。



$$y = -\frac{3}{4} \times (-4)^2 = -12$$

$$y = -\frac{3}{4} \times (-2)^2 = -3$$

⋮

$$(-4, -12), (-2, -3),$$

$$(0, 0), (2, -3),$$

$$(4, -12)$$

を方眼にとり、なめらかな
曲線で結ぶ。

□5 グラフから式を求める 教 p.97~101

右の図の放物線①、

②の式を求めなさい。

式を $y=ax^2$ とする。

①のグラフは

点(2, 2)を通るから、

$$2 = a \times 2^2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

②のグラフは点(1, -2)を通るから、

$$-2 = a \times 1^2 \quad a = -2$$

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = -2x^2$

□6 関数 $y=ax^2$ のグラフ 教 p.100~101

次の㉗~㉜の関数のグラフで、 x 軸について対称なものはどれとどれですか。

㉗ $y=3x^2$ ㉙ $y=-\frac{1}{5}x^2$

㉘ $y=\frac{1}{4}x^2$ ㉚ $y=-3x^2$ ㉜ $y=4x^2$

関数 $y=ax^2$ のグラフで、 a の絶対値が等しく、
符号が反対のもの。

㉗と㉚

□7 関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴 教 p.102~103

右の図は、3つの関数

㉗ $y=\frac{1}{2}x^2$,

① $y=-\frac{1}{4}x^2$,

㉘ $y=-x^2$

のグラフをかいたもの
です。①, ②, ③は、
それぞれ㉗, ①, ㉘の
どのグラフになってい
ますか。

①は上に開いているから、比例定数は正。

よって、①は㉗

②, ③は下に開いているから、比例定数は負。

②のグラフは③のグラフより開き方が小さいから、

②の方が比例定数の絶対値が大きい。

よって、②は㉘, ③は①

① ㉗ ② ㉘ ③ ①

C チャレンジ

8 右の図で、①は
 $y=x^2$ 、②は
 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ

です。①の $x>0$ の

部分に点Aをとり、

Aを通り y 軸に平行な

直線と②との交点をB、

また、点Bを通り x 軸に平行な直線と②との

交点をCとします。

□(1) 点Aの x 座標を t としたとき、A, B, C の
座標を t を使って表しなさい。

▶ 点Bの x 座標は t

▶ 点Cは、 y 軸について点Bと対称な点

A (t, t^2) B $(t, -\frac{1}{4}t^2)$ C $(-t, -\frac{1}{4}t^2)$

□(2) $\triangle ABC$ が直角二等辺三角形になるとき、

点Aの座標を求めなさい。

AB=BC だから、▶ AB=(Aの y 座標)-(Bの y 座標)

$$t^2 - \left(-\frac{1}{4}t^2\right) = t - (-t) \quad \text{BC} = (\text{Bの } x \text{ 座標}) - (\text{Cの } x \text{ 座標})$$

$$5t^2 - 8t = 0 \quad t(5t - 8) = 0 \quad t = 0, \frac{8}{5}$$

$$t > 0 \text{ だから, } t = \frac{8}{5}$$

点Aの y 座標は、 $\left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{64}{25}$ $\left(\frac{8}{5}, \frac{64}{25}\right)$



A 基本を身につけよう

例題
1

変域とグラフ

教 p.107

関数 $y=x^2$ について、 x の変域が
 $-2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域を求めなさい。



グラフは左の図の放物線の実線部分。

y は、 $x=0$ のとき
最小で、 $y=0 \rightarrow y=0^2$

y は、 $x=3$ のとき
最大で、 $y=9 \rightarrow y=3^2$

よって、 y の変域は、
 $0 \leq y \leq 9$



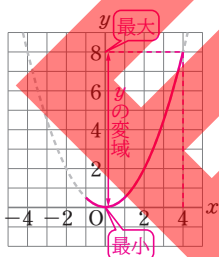
x の変域に 0 がふくまれるかどうかには注意しよう。

1 変域とグラフ

教 p.107

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が次のとき
の y の変域を求めなさい。

□(1) $-1 \leq x \leq 4$



y は、 $x=0$ のとき

最小で、 $y=0$

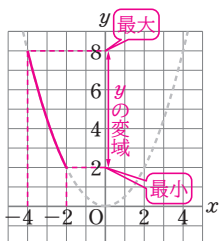
y は、 $x=4$ のとき

最大で、 $y=8 \rightarrow y=\frac{1}{2} \times 4^2$

よって、 y の変域は、

$0 \leq y \leq 8$

□(2) $-4 \leq x \leq -2$



y は、 $x=-2$ のとき最小で、

$y=2 \rightarrow y=\frac{1}{2} \times (-2)^2$

y は、 $x=-4$ のとき最大で、

$y=8 \rightarrow y=\frac{1}{2} \times (-4)^2$

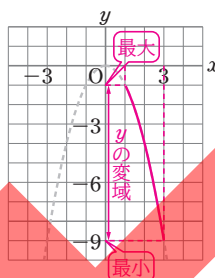
$2 \leq y \leq 8$

2 変域とグラフ

教 p.107

関数 $y=-x^2$ について、 x の変域が次のときの
 y の変域を求めなさい。

□(1) $1 \leq x \leq 3$



y は、 $x=3$ のとき最小で、

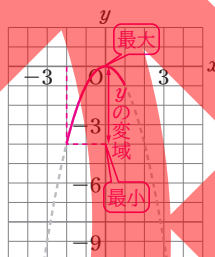
$y=-9 \rightarrow y=-3^2$

y は、 $x=1$ のとき最大で、

$y=-1 \rightarrow y=-1^2$

$-9 \leq y \leq -1$

□(2) $-2 \leq x \leq 1$



y は、 $x=-2$ のとき最小で、

$y=-4 \rightarrow y=-(-2)^2$

y は、 $x=0$ のとき最大で、

$y=0$

$-4 \leq y \leq 0$

B 力をつけよう

3 関数 $y=ax^2$ の値の増減

教 p.105~106

次の㉑~㉔の関数について、下の(1)、(2)にあてはまるものをすべて選びなさい。

㉑ $y=2x^2$

㉒ $y=-\frac{1}{2}x^2$

㉓ $y=-\frac{3}{4}x^2$

㉔ $y=x^2$

㉕ $y=3x^2$

□(1) $x \geq 0$ の範囲で x の値が増加するとき、 y の値が減少するもの

関数 $y=ax^2$ で、 $x \geq 0$ の範囲で x の値が増加すると y の値が減少するのは、 $a < 0$ の場合だから、㉒、㉓

㉒、㉓

□(2) $x=0$ のとき、 y の値が最小となるもの

関数 $y=ax^2$ で、 $x=0$ のとき y の値が最小となるのは、 $a > 0$ の場合だから、㉑、㉔、㉕

㉑、㉔、㉕

4 変域とグラフ

教 p.107

次の関数について、 y の変域を求めなさい。

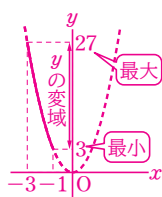
□(1) $y=3x^2$ ($-3 \leq x \leq -1$)

y は、 $x=-1$ のとき最小で、

$$y=3 \times (-1)^2=3$$

y は、 $x=-3$ のとき最大で、

$$y=3 \times (-3)^2=27$$



$$3 \leq y \leq 27$$

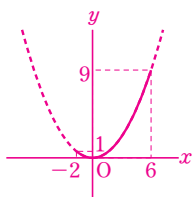
□(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ ($-2 \leq x \leq 6$)

y は、 $x=0$ のとき最小で、

$$y=0$$

y は、 $x=6$ のとき最大で、

$$y=\frac{1}{4} \times 6^2=9$$



$$0 \leq y \leq 9$$

□(3) $y=-2x^2$ ($2 \leq x \leq 5$)

y は、 $x=5$ のとき最小で、

$$y=-2 \times 5^2=-50$$

y は、 $x=2$ のとき最大で、

$$y=-2 \times 2^2=-8$$



$$-50 \leq y \leq -8$$

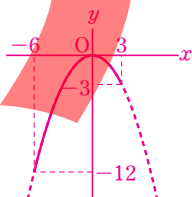
□(4) $y=-\frac{1}{3}x^2$ ($-6 \leq x \leq 3$)

y は、 $x=-6$ のとき最小で、

$$y=-\frac{1}{3} \times (-6)^2=-12$$

y は、 $x=0$ のとき最大で、

$$y=0$$



$$-12 \leq y \leq 0$$

5 変域とグラフ

教 p.107

次の問いに答えなさい。

□(1) 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が

$-6 \leq x \leq 5$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 4$ です。

このとき、 a の値を求めなさい。

y の変域に正の数をふくむから、

$$a > 0$$

また、 y は $x=-6$ のとき

最大になる。

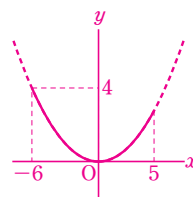
$x=-6$ のとき、

$$y=a \times (-6)^2=36a$$

これが4と等しいから、 y の最大の値は4

$$36a=4 \quad a=\frac{1}{9}$$

$$a=\frac{1}{9}$$



□(2) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が

$a \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域は $-8 \leq y \leq 0$ です。

このとき、 a の値を求めなさい。

$x=3$ のとき、 $y=-\frac{1}{2} \times 3^2=-\frac{9}{2}$ $\rightarrow y=-8$ ではない

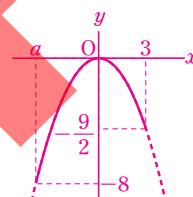
よって、 $x=a$ のとき $y=-8$

である。したがって、

$$-\frac{1}{2}a^2=-8 \quad a^2=16 \quad a=\pm 4$$

$a \leq 3$ だから、 $a=-4$

x の変域は、 $a \leq x \leq 3$



$$a=-4$$

C チャレンジ



□6 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が

$-3 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $-9 \leq y \leq b$

です。

このとき、 a 、 b の値を求めなさい。

y の変域に負の数をふくむから、 $a < 0$

また、 x の変域に0をふくむから、

y の最大の値は0

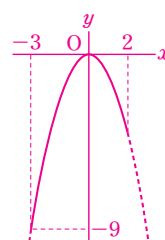
つまり、 $b=0$ である。

y は $x=-3$ のとき最小になる。

$$x=-3 \text{ のとき、} y=a \times (-3)^2=9a$$

これが-9と等しいから、 y の最小

$$9a=-9 \quad a=-1 \quad \text{の値は}-9$$



$$a=-1 \quad b=0$$

関数 $y=ax^2$ の変化の割合

教 p.108~111



A 基本を身につけよう

例題 1 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

関数 $y=x^2$ について、 x の値が 2 から 5 ま
で増加するときの変化の割合を求めなさい。

解 x の増加量は、 $5-2=3$ y の増加量は、 $25-4=21$ だから、 x が 2 から 5 まで

増加するときの変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{21}{3} = 7$$

		3
x	2	5
y	4	25

$\uparrow 21$
 $y=2^2$ $y=5^2$

関数 $y=ax^2$ の変化の
割合は一定ではないよ。

1 知・技 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

関数 $y=3x^2$ について、 x の値が、次のよう
に増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(1) 1 から 3 まで

$$x \text{ の増加量は、} 3 - 1 = 2$$

$$y \text{ の増加量は、} 27 - 3 = 24 \quad \blacktriangleright 3 \times 3^2 - 3 \times 1^2$$

だから、 x が 1 から 3 まで増加するときの
変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{24}{2} = 12$$

□(2) 2 から 6 まで

$$x \text{ の増加量は、} 6 - 2 = 4$$

$$y \text{ の増加量は、} 108 - 12 = 96 \quad \blacktriangleright 3 \times 6^2 - 3 \times 2^2$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{96}{4} = 24$$

□(3) -5 から -3 まで

$$x \text{ の増加量は、} -3 - (-5) = 2$$

$$y \text{ の増加量は、} 27 - 75 = -48 \quad \blacktriangleright 3 \times (-3)^2 - 3 \times (-5)^2$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{-48}{2} = -24$$

2 知・技 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

関数 $y=-2x^2$ について、 x の値が、次のよう
に増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(1) 2 から 4 まで

$$x \text{ の増加量は、} 4 - 2 = 2$$

$$y \text{ の増加量は、} -32 - (-8) = -24$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{-24}{2} = -12$$

$$\blacktriangleright -2 \times 4^2 - (-2 \times 2^2)$$

$$-12$$

□(2) -6 から -1 まで

$$x \text{ の増加量は、} -1 - (-6) = 5$$

$$y \text{ の増加量は、} -2 - (-72) = 70$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\blacktriangleright -2 \times (-1)^2 - \{-2 \times (-6)^2\}$$

$$14$$

3 知・技 判 一次関数 $y=ax+b$ と関数 $y=ax^2$ 教 p.111

次の㉗~㉜の関数について、下の(1)~(5)にあて
はまるものをすべて選びなさい。

㉗ $y=3x+5$

㉑ $y=3x^2$

㉘ $y=-x$

㉔ $y=\frac{3}{2}x^2$

㉜ $y=-\frac{1}{4}x^2$

□(1) グラフが放物線である。

関数 $y=ax^2$

①, ㉑, ㉜

□(2) x の値が増加すると、 y の値がつねに増加する。一次関数 $y=ax+b$ で、比例定数 a が正

㉗

□(3) $x \geq 0$ の範囲でのみ、 x の値が増加すると、
 y の値が増加する。関数 $y=ax^2$ で、比例定数 a が正

①, ㉑

□(4) 変化の割合が一定ではない。

関数 $y=ax^2$

①, ㉑, ㉜

□(5) グラフが原点を通る。

関数 $y=ax^2$ と比例 $y=ax$

①, ㉘, ㉔, ㉜

B 力をつけよう

4 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が2から5まで増加するときの変化の割合が42であるとき、 a の値を求めなさい。

$$x \text{ の増加量は, } 5-2=3$$

$$y \text{ の増加量は, } a \times 5^2 - a \times 2^2 = 21a$$

$$\text{だから, 変化の割合は, } \frac{21a}{3} = 7a \rightarrow \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

$$\text{これが42と等しいから, } 7a=42 \quad a=6$$

$$a=6$$

- (2) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が-5から-1まで増加するときの変化の割合が4であるとき、 a の値を求めなさい。

$$x \text{ の増加量は, } -1-(-5)=4$$

$$y \text{ の増加量は, } a \times (-1)^2 - a \times (-5)^2 = -24a$$

$$\text{だから, 変化の割合は, } \frac{-24a}{4} = -6a$$

$$\text{これが4と等しいから, } -6a=4 \quad a=-\frac{2}{3}$$

$$a=-\frac{2}{3}$$

5 関数 $y=ax^2$ の変化の割合 教 p.108~109

2つの関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=2x-3$ について、 x の値が、 a から $a+4$ まで増加するときの変化の割合が等しくなります。このとき、 a の値を求めなさい。

$$\text{関数 } y=\frac{1}{4}x^2 \text{ について,}$$

$$x \text{ の増加量は, } (a+4)-a=4$$

$$y \text{ の増加量は,}$$

$$\frac{1}{4}(a+4)^2 - \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}(a^2+8a+16) - \frac{1}{4}a^2 = 2a+4$$

$$\text{よって, 変化の割合は, } \frac{2a+4}{4} = \frac{a+2}{2} \rightarrow \text{約分する}$$

$$y=2x-3 \text{ の変化の割合は2だから,}$$

$$\frac{a+2}{2}=2 \quad a+2=4 \quad a=2$$

$$a=2$$

一次関数 $y=ax+b$ の変化の割合は一定で、 a に等しいね。



6 平均の速さ

教 p.110~111

ボールが落下しはじめてからの時間を x 秒、その間に落下する距離を y m とすると、 $y=5x^2$ という関係があります。次の場合の平均の速さを求めなさい。

- (1) 落下しはじめてから2秒後まで

$$x=0 \text{ のとき, } y=0$$

▶ 落下しはじめる

$$x=2 \text{ のとき, } y=5 \times 2^2=20$$

▶ 2秒後

$$\text{よって, 平均の速さ} = \frac{20-0}{2-0} = 10 \rightarrow \text{進んだ道のり} / \text{かかった時間}$$

秒速 10m

考え方

$$\text{平均の速さ} = \frac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

- (2) 3秒後から5秒後まで

$$x=3 \text{ のとき, } y=5 \times 3^2=45$$

$$x=5 \text{ のとき, } y=5 \times 5^2=125$$

$$\text{よって, 平均の速さ} = \frac{125-45}{5-3} = 40$$

秒速 40m

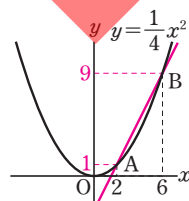
C チャレンジ

- 7 右の図のように、

$$\text{関数 } y=\frac{1}{4}x^2 \text{ のグラフ上}$$

に2点A, Bがあります。

2点A, Bの x 座標がそれぞれ2, 6であるとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が2から6まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$$x \text{ の増加量は, } 6-2=4$$

$$y \text{ の増加量は, } 9-1=8 \rightarrow \frac{1}{4} \times 6^2 - \frac{1}{4} \times 2^2$$

$$\text{だから, 変化の割合は, } \frac{8}{4} = 2$$

2

- (2) 直線 AB の式を求めなさい。

考え方

(1)より、直線 AB の傾きは2
だから、求める式を $y=2x+b$ とする。この直線は、A(2, 1) を通るから、

$$1=2 \times 2 + b \quad b=-3$$

$$\text{よって, } y=2x-3$$

$y=\frac{1}{4}x^2$ で、 x の値が2から6まで増加するときの変化の割合は、直線 AB の傾きに等しい。

$$y=2x-3$$

1 半径 $2x\text{cm}$ の円の面積を $y\text{cm}^2$ とします。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

円の面積 $= \pi \times (\text{半径})^2$ だから、

$$y = \pi \times (2x)^2$$

$$= 4\pi x^2$$

$$\begin{aligned} S &= \pi r^2 \\ \text{面積} & \quad \text{半径} \end{aligned}$$

$$y = 4\pi x^2$$

□(2) 半径が4倍になると、面積は何倍になりますか。

$$4^2 = 16 \text{ (倍) になる。}$$

16 倍

2 次の問いに答えなさい。

□(1) y は x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき

$y=18$ です。 x と y の関係を式に表しなさい。

$y=ax^2$ に $x=3$ 、 $y=18$ を代入すると、

$$18 = a \times 3^2 \quad \rightarrow 9a = 18$$

$$a = 2$$

$$y = 2x^2$$

□(2) y は x の2乗に比例し、 $x=-2$ のとき

$y=-4$ です。 x と y の関係を式に表しなさい。

$y=ax^2$ に $x=-2$ 、 $y=-4$ を代入すると、

$$-4 = a \times (-2)^2 \quad \rightarrow 4a = -4$$

$$a = -1$$

$$y = -x^2$$

□(3) y は x の2乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=20$

です。 $x=3$ のとき、 y の値を求めなさい。

$y=ax^2$ に $x=2$ 、 $y=20$ を代入すると、

$$20 = a \times 2^2 \quad \rightarrow 4a = 20$$

$$a = 5$$

よって、 $y=5x^2$ であり、これに $x=3$ を代入すると、

$$y = 5 \times 3^2 = 45$$

$$y = 45$$

□(4) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=4$ のとき $y=-4$ です。

$x=-2$ のとき、 y の値を求めなさい。

$y=ax^2$ に $x=4$ 、 $y=-4$ を代入すると、

$$-4 = a \times 4^2 \quad \rightarrow 16a = -4$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

よって、 $y = -\frac{1}{4}x^2$ であり、これに $x=-2$ を代入

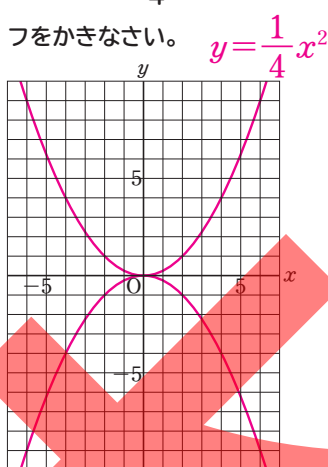
すると、

$$y = -\frac{1}{4} \times (-2)^2 = -1$$

$$y = -1$$

3 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ と関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラ

フをかきなさい。



$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ と}$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 \text{ の}$$

グラフは、 x 軸について対称だね。

4 右の放物線の式を求めなさい。

式を $y=ax^2$ とする。

グラフは点 $(6, -12)$

を通るから、

$$-12 = a \times 6^2 \quad a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x^2$$



グラフ上の1点がわかれば、式が求められるね。

5 右の図は、3つの関数

$$\textcircled{ア} \quad y = \frac{1}{3}x^2,$$

$$\textcircled{イ} \quad y = x^2,$$

$$\textcircled{ウ} \quad y = -3x^2$$

のグラフをかいたもので

す。①、②、③は、それ

ぞれ⑦、①、⑦のどのグラフになっていますか。

①、②は上に開いているから、比例定数は正。

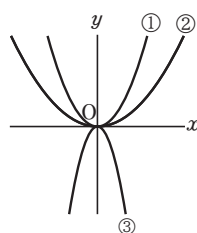
①のグラフは②のグラフより開き方が小さいから、

①の方が比例定数の絶対値が大きい。

よって、①は①、②は⑦

また、③は下に開いているから、比例定数は負。

よって、③は⑦



① ① ② ⑦ ③ ⑦

⑥ 知・技 判 次の⑦～⑩の関数について、下の問いに答えなさい。

⑦ $y=5x^2$

① $y=-6x^2$

⑧ $y=\frac{3}{4}x^2$

② $y=-\frac{1}{5}x^2$

⑨ $y=6x^2$

□(1) $x \leq 0$ の範囲で x の値が増加するとき、 y の値が減少するものはどれですか。

関数 $y=ax^2$ で、 $a>0$ のとき。

⑦, ⑧, ⑨

□(2) $x=0$ のとき y の値が最大となるものはどれですか。

関数 $y=ax^2$ で、 $a<0$ のとき。

①, ②

□(3) グラフが、 x 軸について対称なものはどれとどれですか。

比例定数の絶対値が等しく、符号が反対のものを選ぶ。

①と②

7 知・技 次の関数について、 y の変域を求めなさい。

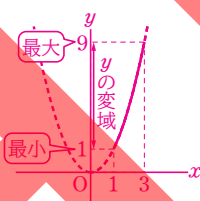
□(1) $y=x^2$ ($1 \leq x \leq 3$)

y は、 $x=1$ のとき最小で、

$$y=1^2=1$$

y は、 $x=3$ のとき最大で、

$$y=3^2=9$$



$$1 \leq y \leq 9$$

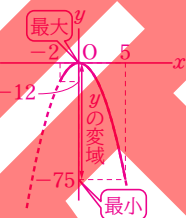
□(2) $y=-3x^2$ ($-2 \leq x \leq 5$)

y は、 $x=5$ のとき最小で、

$$y=-3 \times 5^2 = -75$$

y は、 $x=0$ のとき最大で、

$$y=0$$



$$-75 \leq y \leq 0$$

8 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 32$ です。このとき、 a の値を求めなさい。

y の変域に正の数をふくむから、

$$a>0$$

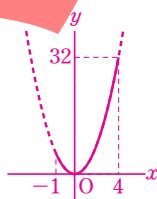
また、 y は $x=4$ のとき最大になる。

$$x=4 \text{ のとき, } y=a \times 4^2 = 16a$$

これが 32 と等しいから、

$$16a=32 \quad \rightarrow y \text{ の最大の値は } 32$$

$$a=2$$



$$a=2$$

9 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(1) 1 から 3 まで

$$x \text{ の増加量は, } 3-1=2$$

$$y \text{ の増加量は, } 18-2=16 \quad \rightarrow 2 \times 3^2 - 2 \times 1^2$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{16}{2} = 8$$

$$8$$

□(2) -5 から -2 まで

$$x \text{ の増加量は, } -2 - (-5) = 3$$

$$y \text{ の増加量は, } 8-50=-42 \quad \rightarrow 2 \times (-2)^2 - 2 \times (-5)^2$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{-42}{3} = -14$$

$$-14$$

10 知・技 関数 $y=-x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(1) 2 から 6 まで

$$x \text{ の増加量は, } 6-2=4$$

$$y \text{ の増加量は, } -36 - (-4) = -32 \quad \rightarrow -6^2 - (-2^2)$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{-32}{4} = -8$$

$$-8$$

□(2) -3 から -1 まで

$$x \text{ の増加量は, } -1 - (-3) = 2$$

$$y \text{ の増加量は, } -1 - (-9) = 8 \quad \rightarrow -(-1)^2 - \{-(-3)^2\}$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{8}{2} = 4$$

$$4$$

11 知・技 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が 2 から 8 まで増加するときの変化の割合が 30 であるとき、 a の値を求めなさい。

$$x \text{ の増加量は, } 8-2=6$$

$$y \text{ の増加量は, } a \times 8^2 - a \times 2^2 = 60a$$

$$\text{だから, 変化の割合は, } \frac{60a}{6} = 10a \quad \rightarrow \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

これが 30 と等しいから、

$$10a=30 \quad a=3$$

$$a=3$$

関数 $y=ax^2$ の利用

教 p.112~115

A 基本を身につけよう

例題
1

制動距離

教 p.112~114

時速 x km で走る自動車の制動距離を y m とすると、 y は x の2乗に比例することが知られています。ある自動車は、時速 60 km のときの制動距離が 24 m でした。 x と y の関係を式に表しなさい。

【解】 比例定数を a とすると、 $y=ax^2$

$x=60$ のとき $y=24$ だから、

$$24=a \times 60^2 \quad a=\frac{24}{60^2}=\frac{1}{150}$$

$$y=\frac{1}{150}x^2$$

1 制動距離

教 p.112~114

時速 x km で走る自動車の制動距離を y m とすると、 y は x の2乗に比例することが知られています。ある自動車は、時速 40 km のときの制動距離が 8 m でした。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

比例定数を a とすると、 $y=ax^2$

$x=40$ のとき $y=8$ だから、

$$\boxed{8} = a \times \boxed{40}^2 \quad \rightarrow a = \frac{8}{40^2} = \frac{8}{40 \times 40}$$

$$a = \boxed{\frac{1}{200}} \quad \text{よって、} y = \boxed{\frac{1}{200}x^2}$$

(2) この自動車が、次の速さで走るときの制動距離を求めなさい。

□① 時速 50 km

$$y = \frac{1}{200}x^2 \text{ に } x=50 \text{ を代入すると、}$$

$$y = \frac{1}{200} \times 50^2 = 12.5$$

12.5 m

□② 時速 60 km

$$y = \frac{1}{200}x^2 \text{ に } x=60 \text{ を代入すると、}$$

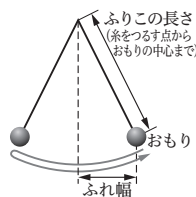
$$y = \frac{1}{200} \times 60^2 = 18$$

18 m

2 振りこの長さや周期

教 p.114

振りこが1往復するのにかかる時間は、おもりの重さやふれ幅に関係なく一定で、それを周期といいます。周期が x 秒の振りこの長さを y m とする



と、およそ $y = \frac{1}{4}x^2$ という関係があります。

□(1) 周期が2秒である振りこをつくるには、振りこの長さを約何 m にすればよいですか。

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ に } x=2 \text{ を代入すると、}$$

$$y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$$

約 1 m

□(2) 長さが9 m の振りこの周期は、約何秒になりますか。

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ に } y=9 \text{ を代入すると、}$$

$$9 = \frac{1}{4}x^2 \quad x^2 = 36 \quad x = \pm 6$$

$$x > 0 \text{ だから、} x = 6$$

約 6 秒

ここでも、解が問題の条件にあって
いるかどうかを確かめよう。



□(3) 周期が2倍、3倍になると、振りこの長さは約何倍になりますか。

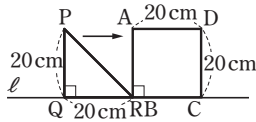
x の値が2倍、3倍になると、 y の値は約 $2^2=4$ (倍)、 $3^2=9$ (倍) になる。

約 4 倍、9 倍になる。

B 力をつけよう

3 図形が重なってできる部分の面積 教 p.115

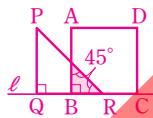
右の図のように、正方形 ABCD と直角二等辺三角形



$\triangle PQR$ が直線 ℓ 上

に並んでいて、点 R と点 B は重なっています。 $\triangle PQR$ は、直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒 4 cm の速さで、点 R が点 C に重なるまで動きます。 $\triangle PQR$ が動きはじめてから x 秒後に、2 つの図形が重なってできる部分の面積を $y \text{ cm}^2$ とします。

- (1) 正方形 ABCD と直角二等辺三角形 $\triangle PQR$ が重なってできる部分は、どのような形になりますか。



直角二等辺三角形

- (2) x と y の関係を式に表しなさい。

また、 x の変域も求めなさい。

x 秒後の BR の長さは、

$$4 \times x = 4x \text{ (cm)}$$

よって、 x 秒後の重なってできる部分は、底辺と高さがともに

$4x \text{ cm}$ の直角二等辺三角形だから、

$$y = \frac{1}{2} \times \underbrace{4x}_{\text{底辺}} \times \underbrace{4x}_{\text{高さ}} = 8x^2$$

また、 $BC = 20 \text{ cm}$ だから、点 R が点 C まで動くのにかかる時間は、 $20 \div 4 = 5$ (秒)

よって、 $0 \leq x \leq 5$

式 $y = 8x^2$ 変域 $0 \leq x \leq 5$

- (3) 重なってできる部分の面積が、 120 cm^2 になるのは何秒後ですか。

$y = 8x^2$ に $y = 120$ を代入すると、

$$120 = 8x^2 \quad x^2 = 15 \quad x = \pm \sqrt{15}$$

$0 \leq x \leq 5$ だから、 $x = \sqrt{15}$

$\sqrt{15}$ 秒後

C チャレンジ



- 4 ある電車が駅を出発してから x 秒間に進む道のりを $y \text{ m}$ とすると、 $0 \leq x \leq 60$ のとき、 y は x の 2 乗に比例し、20 秒間に進んだ道のりは 100 m でした。

- (1) $0 \leq x \leq 60$ のときの、 x と y の関係を式に表しなさい。

比例定数を a とすると、 $y = ax^2$

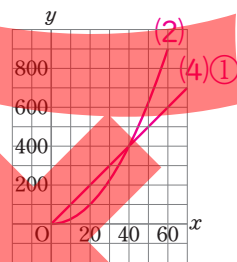
$x = 20$ のとき $y = 100$ だから、

$$100 = a \times 20^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

- (2) x と y の関係を表すグラフを右の図にかき入れなさい。



- (3) 電車が駅を出発してから 30 秒間に進んだ道のりは何 m ですか。

$y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 30$ を代入すると、

$$y = \frac{1}{4} \times 30^2 = 225$$

225 m

- (4) 線路に平行な道を、電車と同じ方向に秒速 10 m で走っていた自動車が、電車が駅を出発したのと同時に、駅を通過しました。

→ グラフは原点を通る

- ① この自動車が x 秒間に進む道のりを $y \text{ m}$ として、 x と y の関係を表すグラフを(2)の図にかき入れなさい。

自動車は秒速 10 m で走っているから、60 秒間で $10 \times 60 = 600 \text{ (m)}$ 進む。

よって、2 点 $(0, 0)$ 、 $(60, 600)$ を通る直線をひく。

- ② 電車が自動車に追いつくのは、電車が駅を出発してから何秒後ですか。

2 つのグラフの交点の座標は $(40, 400)$ だから、

電車は、40 秒後に駅から 400 m の地点で自動車に追いつく。

40 秒後

A 基本を身につけよう

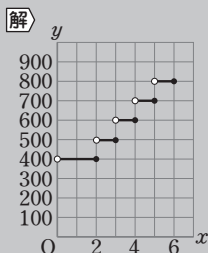
例題
1

いろいろな関数の利用

教 p.116~117

下の表は、ある駐車場で、自動車を x 時間
駐車するときの料金 y 円を表したものです。
 x と y の関係を表すグラフを、右下の図に
かき入れなさい。

$0 < x \leq 2$	$y = 400$
$2 < x \leq 3$	$y = 500$
$3 < x \leq 4$	$y = 600$
$4 < x \leq 5$	$y = 700$
$5 < x \leq 6$	$y = 800$



端の点をふくむ場合は・、
ふくまない場合は○で
表すよ。

1 知・技 いろいろな関数の利用

教 p.116~117

右の表は、ある駐
車場で、自動車を
駐車するときの時
間とそのときの料
金の関係を表した
ものです。

料金表

60分まで	300円
90分まで	500円
120分まで	700円
150分まで	900円

□(1) 80分駐車したときの料金は何円ですか。

60分までは300円、90分までは500円だから、80分
のときは500円となる。

500円

(2) 自動車を駐車する時間を x 分、そのときの料
金を y 円とします。

□① にあてはまる数を書き入れなさい。

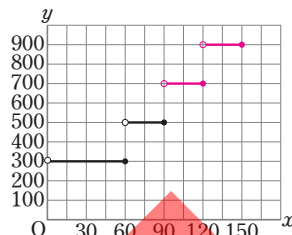
$0 < x \leq 60$ のとき、 $y = 300$

$60 < x \leq$ のとき、 $y = 500$

$< x \leq$ のとき、 $y = 700$

$120 < x \leq 150$ のとき、 $y =$

□② x と y の関係を表すグラフを、下の図にか
き入れて完成させなさい。



B 力をつけよう

2 いろいろな関数の利用

教 p.116~117

$0 \leq x \leq 4$ の数 x について、 x の小数第1位を
四捨五入した数を y とします。

知・技 (1) x の値が次のとき、 y の値を求めなさい。

□① $x = 1.3$

1.3の小数第1位を四捨五入すると1となる。

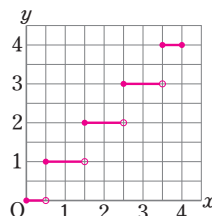
$y = 1$

□② $x = 2.5$

2.5の小数第1位を四捨五入すると3となる。

$y = 3$

思 □(2) x と y の関係を表すグラフを、下の図にか
き入れなさい。



$0 \leq x < 0.5$ のとき、 $y = 0$

$0.5 \leq x < 1.5$ のとき、 $y = 1$

$1.5 \leq x < 2.5$ のとき、 $y = 2$

$2.5 \leq x < 3.5$ のとき、 $y = 3$

$3.5 \leq x \leq 4$ のとき、 $y = 4$

3 いろいろな関数の利用

教 p.116~117

運送会社 A, B は、運賃を、それぞれ次の表 1, 2 のように決めています。

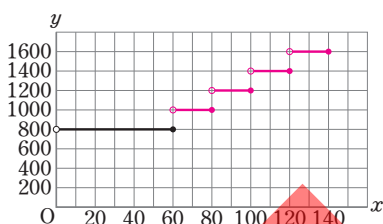
表 1 A 社の運賃

縦, 横, 高さの合計	運賃
60cm まで	800 円
80cm まで	1000 円
100cm まで	1200 円
120cm まで	1400 円
140cm まで	1600 円

表 2 B 社の運賃

重量	運賃
2kg まで	600 円
5kg まで	800 円
10kg まで	1200 円
15kg まで	1400 円
20kg まで	1500 円

- (1) A 社の運賃表で、縦, 横, 高さの合計が x cm のときの運賃を y 円とします。 x と y の関係を表すグラフを、下の図にかき入れて完成させなさい。



縦, 横, 高さの合計を決めると運賃がただ 1 つに決まるから、「運賃は、縦, 横, 高さの合計の関数である」といえるよ。

- (2) 縦, 横, 高さの合計が 90 cm で重さが 9 kg の荷物と、縦, 横, 高さの合計が 120 cm で重さが 4 kg の荷物を 1 つずつ送ります。A 社, B 社のうち、どちらか 1 社だけを利用する場合、どちらの会社を利用した方が安いかが答えなさい。

A 社 90 cm は 1200 円, 120 cm は 1400 円
合計 $1200 + 1400 = 2600$ (円)

B 社 9 kg は 1200 円, 4 kg は 800 円
合計 $1200 + 800 = 2000$ (円)

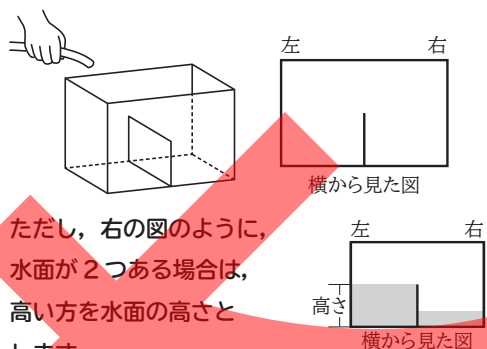
よって、B 社の方が 600 円安い。

B 社

4 いろいろな関数の利用

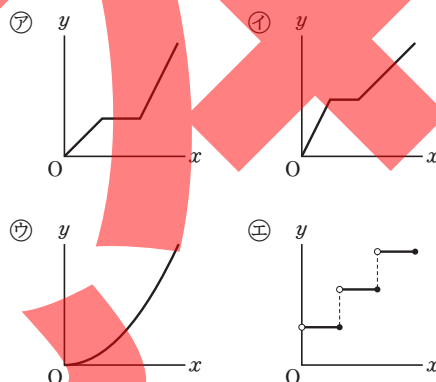
教 p.116~117

下の図のように、中央がうすいプラスチックで仕切られている直方体の水そうがあります。この水そうに、水そうの左端から、毎分同じ割合で水を入れます。水を入れはじめてからの時間を x 分、水面の高さを y cm とすると、 y は x の関数です。



ただし、右の図のように、水面が 2 つある場合は、高い方を水面の高さとしします。

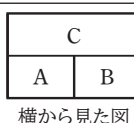
この関数を表すグラフは、次の㉖~㉙のどれですか。□にあてはまる記号やことばを書き入れて答えなさい。



右の図で、水は、

A → **B** → **C**

の順にたまる。



A がいっぱいになったあと、B がいっぱいになるまで、水面の高さは **変わらない**。

C の底面積は、A の底面積より

大きい ので、B がいっぱいになったあと

の水面の上がる速さは、A がいっぱいになるまでより **遅く** なる。

よって、あてはまるグラフは、

㉘

別解
一定である、
同じである

4章 関数 $y=ax^2$

教 p.92~121

点

- 1** 知・技 底辺が $x\text{cm}$ で、高さが $x\text{cm}$ の三角形の面積を $y\text{cm}^2$ とします。

□(1) x と y の関係を式に表しなさい。

三角形の面積 $= \frac{1}{2} \times \text{底辺} \times \text{高さ}$ だから、

$$y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$$

□(2) x の値が5倍になると、 y の値は何倍になりますか。

$5^2 = 25$ (倍) になる。

- 2** 知・技 次の x と y の関係を式に表しなさい。

□(1) y は x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=36$ である。

$y=ax^2$ に $x=3$, $y=36$ を代入すると、

$$36 = a \times 3^2$$

$$a = 4$$

□(2) y は x の2乗に比例し、 $x=-4$ のとき $y=-48$ である。

$y=ax^2$ に $x=-4$, $y=-48$ を代入すると、

$$-48 = a \times (-4)^2$$

$$a = -3$$

- 3** 知・技 次の関数のグラフをかきなさい。

- (1) $y=x^2$ 対応する x と y の値の組を座標とする点を取り、なめらかな曲線で結ぶ。(1)と(3)は、 x 軸より上側、
- (2) $y=-2x^2$ (2)と(4)は、 x 軸より下側のグラフとなり、(3)と(4)は、 x 軸について対称である。
- (3) $y=\frac{1}{3}x^2$
- (4) $y=-\frac{1}{3}x^2$

- **4** 知・技 判 $x \geq 0$ の範囲で x の値が増加するとき、 y の値が減少する関数を、㉖～㉚からすべて選びなさい。

㉖ $y=7x^2$ ㉗ $y=-7x+1$ ㉚ $y=-\frac{1}{7}x^2$

関数 $y=ax^2$ では、 $a < 0$ の場合。

関数 $y=ax+b$ では、 $a < 0$ の場合。この場合、 x の範囲にかかわらず x の値が増加すると、 y の値は減少する。

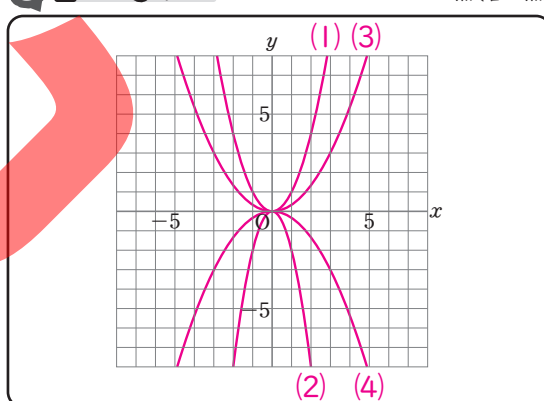
- 1** 判 p.68 **A 1**, p.69 **B 3** 10点(各5点)

(1)	$y = \frac{1}{2}x^2$
(2)	25 倍

- 2** 判 p.68 **A 2** 10点(各5点)

(1)	$y = 4x^2$
(2)	$y = -3x^2$

- 3** 判 p.70 **A 1, 2** 20点(各5点)



- 4** 判 p.72 **B 3** 6点

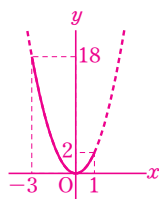
㉖, ㉚

5 知・技 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=2x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のときの y の変域を求めなさい。

y は、 $x=0$ のとき最小で、 $y=0$

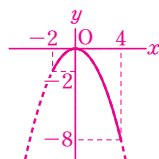
y は、 $x=-3$ のとき最大で、 $y=2 \times (-3)^2=18$



- (2) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

y は、 $x=4$ のとき最小で、 $y=-\frac{1}{2} \times 4^2=-8$

y は、 $x=0$ のとき最大で、 $y=0$



5 2 p.72~73

12点(各6点)

(1)	$0 \leq y \leq 18$
(2)	$-8 \leq y \leq 0$

6 知・技 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=3x^2$ について、 x の値が2から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

x の増加量は、 $4-2=2$

y の増加量は、 $48-12=36$

だから、変化の割合は、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{36}{2} = 18$

- (2) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が -6 から -3 まで増加するときの変化の割合が -3 であるとき、 a の値を求めなさい。

x の増加量は、 $-3-(-6)=3$

y の増加量は、 $a \times (-3)^2 - a \times (-6)^2 = -27a$

だから、変化の割合は、 $\frac{-27a}{3} = -9a$ これが -3 と等しいから、 $-9a = -3$ $a = \frac{1}{3}$

6 2 p.74 1, p.75 B 4

12点(各6点)

(1)	18
(2)	$a = \frac{1}{3}$

7 知・技 縦が6cm、横が12cm

の長方形ABCDがあります。
点Pは、辺AB上を毎秒2cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺AD上を毎秒4cmの速さでAからDまで動きます。点P、Qが点Aを同時に出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とすると、 x と y の関係を表す式と x の変域を、次のように求めました。ア～オにあてはまる式または数を答えなさい。ただし、同じ記号には同じものがはいるものとしします。

x 秒後のAP、AQの長さは、

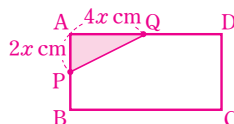
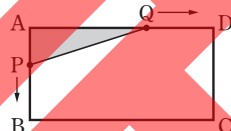
AP=2xcm、AQ=アcmだから、

$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times 2x \times \text{ア} = \text{イ} (\text{cm}^2)$

よって、求める式は、ウ

また、点P、Qが、それぞれ点B、Dに着くのは

エ秒後だから、 x の変域は、オ



7 2 p.79 B 3

30点(各6点)

ア	$4x$
イ	$4x^2$
ウ	$y=4x^2$
エ	3
オ	$0 \leq x \leq 3$

4章 関数 $y=ax^2$

教 p.92~121

学習日

得点

点

1 思 次の問いに答えなさい。

- (1) y は x の2乗に比例し、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $-3 \leq y \leq 0$ となります。

y を x の式で表しなさい。

(島根県)

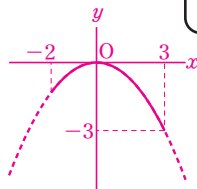
比例定数を a とすると、 $y=ax^2$

y の変域に負の数をふくむから、 $a < 0$

また、 y は $x=3$ のとき最小になる。

$x=3$ のとき、 $y=a \times 3^2 = 9a$

これが -3 と等しいから、 $9a = -3$ $a = -\frac{1}{3}$



1 2 p.73 3 5, p.75 3 5 20点(各10点)

(1) $y = -\frac{1}{3}x^2$

(2) $a = 9$

- (2) 関数 $y = -2x^2$ について、 x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が -40 です。このとき、 a の値を求めなさい。

(京都府)

x の増加量は、 $(a+2) - a = 2$

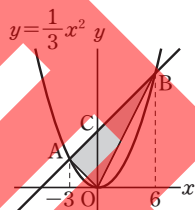
y の増加量は、 $-2(a+2)^2 - (-2a^2) = -2(a^2 + 4a + 4) + 2a^2 = -8a - 8$

よって、変化の割合は、 $\frac{-8a-8}{2} = -4a-4$

変化の割合は -40 だから、 $-4a-4 = -40$ $a = 9$

2 思 右の図は、関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグ

ラフで、2点A、Bはこのグラフ上の点です。点A、Bの x 座標はそれぞれ -3 、 6 で、直線ABと y 軸との交点をCとします。



- (1) 直線ABの式を求めなさい。

点Aの y 座標は、 $y = \frac{1}{3} \times (-3)^2 = 3$ 点Bの y 座標は、 $y = \frac{1}{3} \times 6^2 = 12$

よって、 $A(-3, 3)$ 、 $B(6, 12)$

直線ABの傾きは、 $\frac{12-3}{6-(-3)} = 1$ だから、直線ABの式を $y = x + b$ とする。

この直線は、 $A(-3, 3)$ を通るから、 $3 = -3 + b$ $b = 6$

したがって、 $y = x + 6$

- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

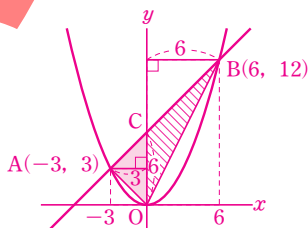
(1)より、点Cの y 座標は6

$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$ で、

$$\triangle OAC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$$

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$$

よって、 $\triangle OAB = 9 + 18 = 27$



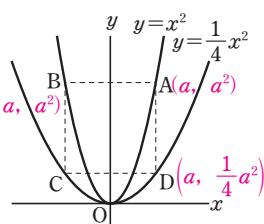
2 2 p.75 3 7

20点(各10点)

(1) $y = x + 6$

(2) 27

- 3 右の図で、2点A, Bは関数 $y=x^2$ のグラフ上の点、2点C, Dは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点です。点A, Bのy座標が等しく、四角形ABCDが正方形であるとき、点Aの座標を求めなさい。



点Aのx座標を a とすると、 $A(a, a^2)$, $B(-a, a^2)$, $D(a, \frac{1}{4}a^2)$ と表される。

四角形ABCDは正方形だから、 $AB=AD$

$$a - (-a) = a^2 - \frac{1}{4}a^2 \quad \begin{array}{l} \text{AB} = (\text{Aのx座標}) - (\text{Bのx座標}) \\ \text{AD} = (\text{Aのy座標}) - (\text{Dのy座標}) \end{array}$$

$$3a^2 - 8a = 0 \quad a(3a - 8) = 0 \quad a = 0, \frac{8}{3}$$

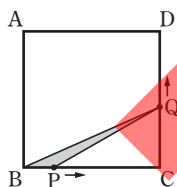
$$a > 0 \text{ より, } a = \frac{8}{3} \quad \text{点Aのy座標は, } \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}$$

3 p.71 8

20点

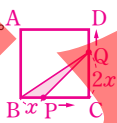
$$\left(\frac{8}{3}, \frac{64}{9}\right)$$

- 4 右の図のように、1辺の長さが8cmの正方形ABCDがあります。点Pは辺BC上を毎秒1cmの速さで動き、Cに到着するととまります。点Qは辺CD, DA, AB上を毎秒2cmの速さで動き、Bに到着するととまります。点P, Qがそれぞれ点B, 点Cを同時に出発してから x 秒後の $\triangle BPQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とします。



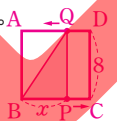
- (1) $0 \leq x \leq 4$ のとき、 x と y の関係を式に表しなさい。

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$$



- (2) $4 \leq x \leq 8$ のとき、 x と y の関係を式に表しなさい。

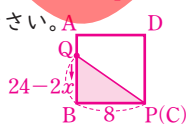
$$y = \frac{1}{2} \times x \times 8 = 4x$$



- (3) $8 \leq x \leq 12$ のとき、 x と y の関係を式に表しなさい。

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (24 - 2x) = -8x + 96$$

$$\begin{array}{l} \text{QB} = (\text{CD} + \text{DA} + \text{AB}) - (\text{Qが動いた長さ}) \\ = 24 - 2x \text{ (cm)} \end{array}$$



- (4) x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

- (5) $\triangle BPQ$ の面積が 12 cm^2 になるのは何秒後ですか。

すべて答えなさい。

グラフより、 $0 \leq x \leq 4$ のときと $8 \leq x \leq 12$ のときの2回ある。

$0 \leq x \leq 4$ のとき、 $y = x^2$ であり、 $y = 12$ を代入すると、

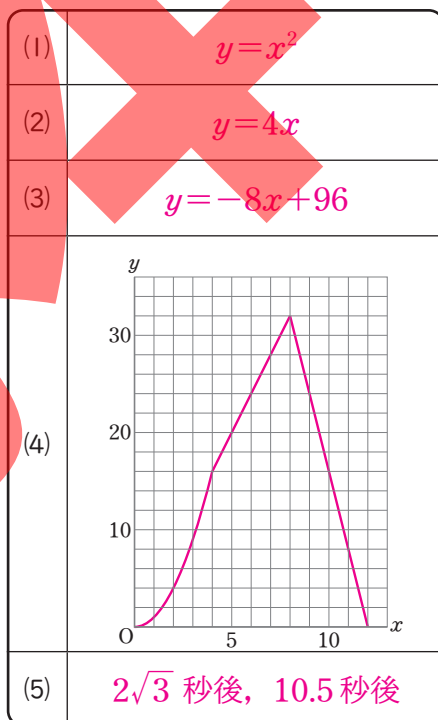
$$12 = x^2 \quad x = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3} \quad 0 \leq x \leq 4 \text{ より, } x = 2\sqrt{3}$$

$8 \leq x \leq 12$ のとき、 $y = -8x + 96$ であり、 $y = 12$ を代入すると、

$$12 = -8x + 96 \quad 8x = 84 \quad x = 10.5$$

4 p.79 3

40点((1), (2)各5点, (3)~(5)各10点)



点Qは、 $0 \leq x \leq 4$ のとき、辺CD上、 $4 \leq x \leq 8$ のとき、辺DA上、 $8 \leq x \leq 12$ のとき、辺AB上にあるね。



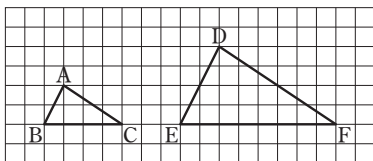


A 基本を身につけよう

1 相似な三角形

教 p.124~125

下の図の△DEFは、△ABCを2倍に拡大したものです。次の□にあてはまるものを書き入れなさい。



△ABCと△DEFで、

AB:DE=1:□2□, BC:EF=1:2,

CA:FD=1:2

∠A=∠□D□, ∠□B□=∠E,

∠C=∠□F□

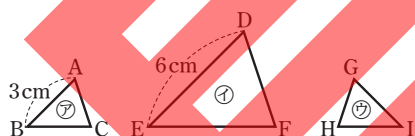
2つの三角形が相似であることを、記号〃を使って表すと、△ABC〃△

DEF

2 相似な三角形と相似比

教 p.125~126

下の3つの三角形で、⑦と⑧は相似です。また、⑨は⑦を裏返したもので、①と⑨も相似です。



□(1) ①と⑨が相似であることを、記号〃を使って表しなさい。

△DEF〃△

GIH

対応する頂点の順に書こう。

□(2) △ABCと△DEFの相似比を求めなさい。

相似比は、対応する線分の長さの比。

辺ABと辺DEが対応しているから、相似比は、

AB:DE=3:6=1:2

1:2

□(3) ①と⑨について、∠Cと等しい角を、それぞれ答えなさい。

相似な図形では、対応する角の大きさは、

それぞれ等しい。

①

∠F

⑨

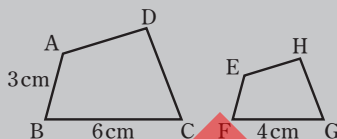
∠H

例題1

比の性質を使って辺の長さを求める

教 p.127

下の図で、四角形ABCD〃四角形EFGHであるとき、EFの長さを求めなさい。



解) AB:EF=BC:FG

▶相似な図形では、対応する辺の比は等しい

だから、EF=xcmとすると、

$$3:x=6:4$$

$$6x=12$$

$$x=2$$

a:b=c:dならば、

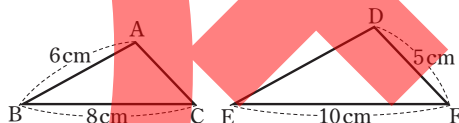
$$ad=bc$$

EF=2cm

3 比の性質を使って辺の長さを求める

教 p.127

下の図で、△ABC〃△DEFであるとき、次の辺の長さを求めなさい。



□(1) 辺DE

AB:DE=BC:EF

EF

▶相似な図形では、対応する辺の比は等しい

だから、DE=xcmとすると、

$$6:x=8:10$$

$$8x=60$$

$$x=7.5$$

$$DE=7.5\text{ cm}$$

a:b=c:dならば、

$$ad=bc$$

□(2) 辺AC

AC:DF=BC:EF

だから、AC=y cmとすると、

$$y:5=8:10$$

$$10y=40 \quad y=4$$

4cm

要点のまとめ

相似な図形の性質

① 相似な図形では、対応する線分の長さの比は、すべて等しい。

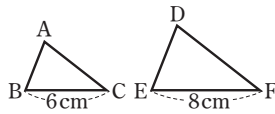
② 相似な図形では、対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

B 力をつけよう

4 相似な三角形と相似比

教 p.126

右の図で、
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
です。



□(1) $\triangle ABC$ と

$\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

相似比は、対応する線分の長さの比。

辺BCと辺EFが対応しているから、相似比は、

$$BC:EF=6:8=3:4$$

3:4

□(2) DEの長さはABの長さの何倍ですか。

(1)から、 $\triangle DEF$ は $\triangle ABC$ を $\frac{4}{3}$ 倍に拡大したものである。よって、DEの長さはABの長さの $\frac{4}{3}$ 倍。

$\frac{4}{3}$ 倍

□(3) ACの長さはDFの長さの何倍ですか。

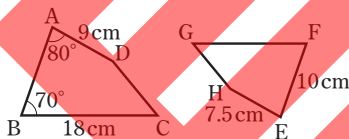
(1)から、 $\triangle ABC$ は $\triangle DEF$ を $\frac{3}{4}$ 倍に縮小したものである。よって、ACの長さはDFの長さの $\frac{3}{4}$ 倍。

$\frac{3}{4}$ 倍

5 相似な四角形

教 p.127

下の図で、四角形ABCD $\sim$ 四角形EFGHです。



□(1) $\angle F$ の大きさを求めなさい。

相似な図形では、対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

$$\angle F = \angle B = 70^\circ$$

70°

□(2) 辺FGの長さを求めなさい。

$$BC:FG=AD:EH$$

だから、 $FG=x$ cmとすると、

$$18:x=9:7.5$$

$$9x=135 \quad x=15$$

15cm

□(3) 辺ABの長さを求めなさい。

$$AB:EF=AD:EH$$

だから、 $AB=y$ cmとすると、

$$y:10=9:7.5$$

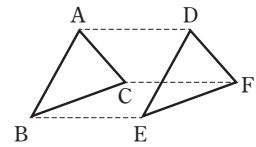
$$7.5y=90 \quad y=12$$

12cm

6 相似な三角形と相似比

教 p.126

右の図の $\triangle DEF$ は、
 $\triangle ABC$ を平行移動
したものです。



□(1) $\triangle ABC$ と

$\triangle DEF$ の相似比を

求めなさい。

平行移動した図形は、形も大きさも、もとの図形と同じ。

1:1

□(2) この2つの三角形はどんな関係にありますか。

合同

C チャレンジ



7 右の図で、

$\triangle ABC \sim \triangle EBD$

です。

□(1) $\triangle ABC$ と

$\triangle EBD$ の相似比を

求めなさい。

辺ACと辺EDが対応しているから、相似比は、

$$AC:ED=6:2.4=5:2$$

5:2

□(2) BCの長さを求めなさい。

辺BCに対応する辺は辺BDである。

相似比が5:2だから、 $BC:BD=5:2$

よって、 $BC=x$ cmとすると、

$$x:4=5:2$$

$$2x=20$$

$$x=10$$

10cm

□(3) ADの長さを求めなさい。

(2)より、 $BC=10$ cmだから、

$$BE=BC-EC=10-7=3(\text{cm}) \quad \cdots \text{①}$$

辺ABに対応する辺は辺EBで、相似比は5:2だから、

$$AB:EB=5:2$$

したがって、 $AB=y$ cmとすると、①より、

$$y:3=5:2$$

$$2y=15$$

$$y=7.5 \quad AB=7.5\text{cm}$$

よって、 $AD=AB-DB$

$$=7.5-4=3.5(\text{cm})$$

3.5cm

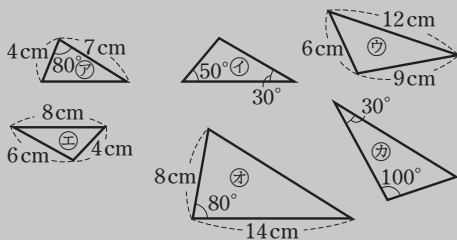
A 基本を身につけよう

例題
1

三角形の相似条件

教 p.128~130

下の㉗~㉙の三角形を、相似な三角形の組に分けなさい。また、そのとき使った相似条件を答えなさい。



解) 相似な三角形

㉗と㉘

相似条件

2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。
 $\triangleright 4:8=1:2, 7:14=1:2$

相似な三角形

㉘と㉙

相似条件

$\triangleright 180^\circ - (50^\circ + 30^\circ) = 100^\circ$
 2組の角が、それぞれ等しい。

相似な三角形

㉗と㉙

相似条件

$\triangleright 6:4=3:2, 9:6=3:2, 12:8=3:2$
 3組の辺の比が、すべて等しい。

三角形の相似条件

2つの三角形は、次のそれぞれの場合に相似である。

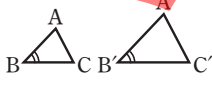
① 3組の辺の比が、

すべて等しいとき



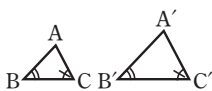
② 2組の辺の比と

その間の角が、
それぞれ等しいとき



③ 2組の角が、

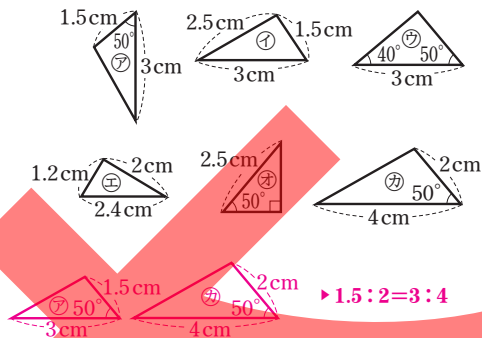
それぞれ等しいとき



□ 1 知・技 三角形の相似条件

教 p.128~130

下の㉗~㉙の三角形を、相似な三角形の組に分けなさい。また、そのとき使った相似条件を答えなさい。



相似な三角形

㉗と㉘

相似条件

2組の辺の比とその間の角が、
それぞれ等しい。



相似な三角形

㉘と㉙

相似条件

3組の辺の比が、すべて等しい。



相似な三角形

㉗と㉙

相似条件

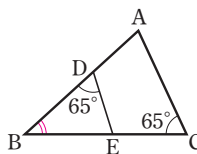
2組の角が、それぞれ等しい。

□ 2 知・技 三角形の相似条件

教 p.130

次の(1)~(3)のそれぞれの図について、相似な三角形の組を見つけ、その関係を記号 $\sim$ を使って表しなさい。また、そのとき使った相似条件を答えなさい。

□(1)

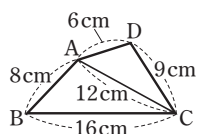


$\angle BCA = \angle BDE = 65^\circ,$
 $\angle ABC = \angle EBD$ (共通)

$\triangle ABC \sim \triangle EBD$

相似条件 2組の角が、それぞれ等しい。

□(2)



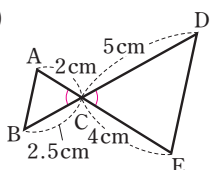
$$\begin{aligned} AB:DA &= 8:6 = 4:3, \\ BC:AC &= 16:12 = 4:3, \\ CA:CD &= 12:9 = 4:3 \end{aligned}$$

だから、 $AB:DA=BC:AC=CA:CD$

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

相似条件 3組の辺の比が、すべて等しい。

□(3)



$$\begin{aligned} AC:EC &= 2:4 = 1:2, \\ BC:DC &= 2.5:5 = 1:2 \\ \text{だから、} AC:EC &= BC:DC \\ \text{また、対頂角は等しいから、} \\ \angle ACB &= \angle ECD \end{aligned}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle EDC$$

2組の辺の比とその間の角が、
相似条件 それぞれ等しい。

B 力をつけよう

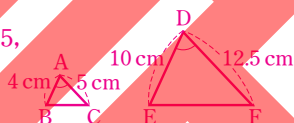
3 三角形の相似条件

教 p.128~130

2つの三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $AB=4\text{cm}$ 、 $AC=5\text{cm}$ 、 $DE=10\text{cm}$ 、 $DF=12.5\text{cm}$ 、 $\angle A=\angle D$ となっています。

□(1) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ を示す相似条件を答えなさい。

$$\begin{aligned} AB:DE &= 4:10 = 2:5, \\ AC:DF &= 5:12.5 = 2:5, \\ \angle A &= \angle D \end{aligned}$$



2組の辺の比とその間の角が、
それぞれ等しい。

□(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

(1)より、 $AB:DE=2:5$ ($AC:DF=2:5$)だから、
相似比は、 $2:5$

$$2:5$$

□(3) $BC=8\text{cm}$ のとき、 EF の長さを求めなさい。

相似比が $2:5$ だから、 $BC:EF=2:5$

よって、 $EF=x\text{cm}$ とすると、

$$\begin{aligned} 8:x &= 2:5 \\ 2x &= 40 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

$a:b=c:d$ ならば、 $ad=bc$

$$20\text{cm}$$

4 三角形の相似条件

教 p.128~130

右の図で、

$\angle ABC = \angle DAC$ です。

□(1) 相似な三角形の組を

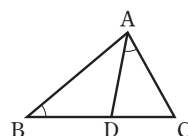
見つけ、その関係を記号

〃を使って表しなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ で、

$\angle ABC = \angle DAC$ (仮定)、 $\angle ACB = \angle DCA$ (共通)

2組の角が、それぞれ等しい。



$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

□(2) $AB=9\text{cm}$ 、 $BC=10\text{cm}$ 、 $AC=6\text{cm}$ のとき、
線分 DC の長さを求めなさい。

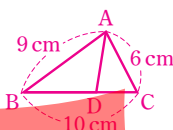
$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ より、
 $AC:DC=BC:AC$

よって、 $DC=x\text{cm}$ とすると、

$$6:x=10:6$$

$$10x=36$$

$$x=3.6$$



$$3.6\text{cm}$$

C チャレンジ



□5 右の図の $\angle A=90^\circ$ の

$\triangle ABC$ で、 AB 上の点 D

から BC に垂線 DE をひく

とき、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ で

あることを次のように証明します。□をうめ

て、証明を完成させなさい。

[証明]

$\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ で、

仮定より、

$$\angle BAC = \angle \boxed{BED} = \boxed{90}^\circ \dots\dots ①$$

$\angle B$ は共通だから、

$$\angle ABC = \angle \boxed{EBD} \dots\dots ②$$

①、②から、

2組の角が、それぞれ等しい

ので、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

相似の証明については、次で
くわしく学習するよ。





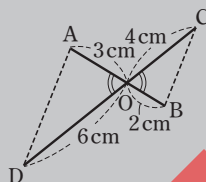
A 基本を身につけよう

例題
1

三角形の相似条件を使った証明

教 p.131 ~ 133

右の図のように、2つの線分ABとCDが点Oで交わっています。 $\triangle ADO \sim \triangle BCO$ であることを証明しなさい。



解〔証明〕 $\triangle ADO$ と $\triangle BCO$ で、

$$AO : BO = 3 : 2$$

$$DO : CO = 6 : 4 = 3 : 2$$

$$\text{よって、} AO : BO = DO : CO \quad \cdots \cdots ①$$

$$\text{対頂角は等しいから、} \angle AOD = \angle BOC \quad \cdots \cdots ②$$

①、②から、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADO \sim \triangle BCO$$

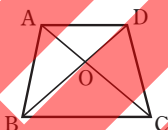
対応する辺の比や角を調べ、三角形の相似条件のどれが使えるかを考えよう。



□ 1 知・技 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131 ~ 133

下の図のような、 $AD \parallel BC$ の台形 ABCD があり、点 O は対角線の交点です。

$\triangle AOD \sim \triangle COB$ であることを、次の□をうめて証明しなさい。



〔証明〕 $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ で、

対頂角は等しいから、

$$\angle AOD = \angle \boxed{\text{COB}} \quad \cdots \cdots ① \quad \text{▶ 対応する頂点の順に書く}$$

平行線の錯角は等しいので、 $AD \parallel BC$ から、

$$\angle DAO = \angle \boxed{\text{BCO}} \quad \cdots \cdots ②$$

①、②から、

2組の角が、それぞれ等しい

ので、 $\triangle AOD \sim \triangle COB$

2 知・技 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131 ~ 133

右の図について、次の問いに答えなさい。

□(1) $\triangle ABC \sim \triangle AED$

であることを、次の

□をうめて証明しなさい。

〔証明〕 $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ で、

$$AB : AE = \boxed{6} : 3 = \boxed{2} : 1 \quad \text{▶ } AB = 4 + 2 = 6 \text{ (cm)}$$

$$AC : AD = \boxed{8} : 4 = \boxed{2} : 1 \quad \text{▶ } AC = 3 + 5 = 8 \text{ (cm)}$$

$$\text{よって、} AB : AE = AC : AD \quad \cdots \cdots ①$$

また、 $\angle A$ は共通だから、

$$\angle BAC = \angle \boxed{\text{EAD}} \quad \cdots \cdots ②$$

①、②から、

2組の辺の比とその間の角

が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$

□(2) BC の長さを求めなさい。

(1)より、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ だから、

$$BC : ED = AB : AE$$

よって、 $BC = x \text{ cm}$ とすると、

$$x : 5 = 6 : 3 \quad 3x = 30 \quad x = 10$$

別解 (1)より、 $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ の相似比は

$$2 : 1 \text{ だから、} BC = 2ED = 2 \times 5 = 10 \text{ (cm)}$$

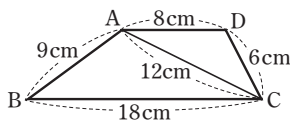
10cm

B 力をつけよう

□3 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131~133

下の図で、 $AD \parallel BC$ であることを、次の

□をうめて証明しなさい。



〔証明〕 $\triangle ABC$ と $\triangle DCA$ で、

$$AB : \boxed{DC} = 9 : \boxed{6} = 3 : \boxed{2}$$

$$BC : \boxed{CA} = 18 : \boxed{12} = 3 : \boxed{2}$$

$$CA : \boxed{AD} = 12 : \boxed{8} = 3 : \boxed{2}$$

よって、 $AB : DC = BC : CA = CA : AD$

3組の辺の比が、すべて等しい

ので、 $\triangle ABC \sim \triangle \boxed{DCA}$

相似な図形では、対応する角の大きさは等しいの

で、 $\angle ACB = \angle \boxed{DAC}$

よって、錯角が等しいので、 $AD \parallel \boxed{BC}$

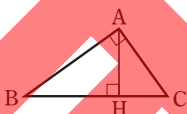
4 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131~133

右の図の $\angle A = 90^\circ$ の直

角三角形 ABC で、点 A

から斜辺 BC に垂線 AH

をひきます。



□(1) $\triangle HBA \sim \triangle ABC$ であることを証明しなさい。

〔証明〕 $\triangle HBA$ と $\triangle ABC$ で、

$\angle B$ は共通だから、

$$\angle HBA = \angle ABC \quad \dots\dots ①$$

仮定より、

$$\angle BHA = \angle BAC = 90^\circ \quad \dots\dots ②$$

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle HBA \sim \triangle ABC$$

□(2) $AB = 4\text{cm}$ 、 $BC = 5\text{cm}$ 、 $CA = 3\text{cm}$ のとき、

AH の長さを求めなさい。

(1)より、 $\triangle HBA \sim \triangle ABC$ だから、

$$AH : CA = BA : BC$$

よって、 $AH = x\text{cm}$ とすると、

$$x : 3 = 4 : 5$$

$$5x = 12$$

$$x = 2.4$$

2.4cm

□5 三角形の相似条件を使った証明 教 p.131~133

右の図は、 $AB = \sqrt{3}\text{cm}$ 、

$BC = 3\text{cm}$ の平行四角形

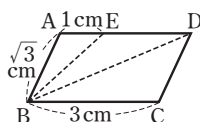
$ABCD$ です。辺 AD 上に

$AE = 1\text{cm}$ となる点 E を

とるとき、 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$ であることを証明

しなさい。

(2020年度・青森県改題)



〔証明〕 $\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ で、

平行四角形の向かいあう角は等しいから、

$$\angle BAE = \angle BCD \quad \dots\dots ①$$

平行四角形の向かいあう辺は等しいから、

$CD = \sqrt{3}\text{cm}$ であり、

$$AE : CD = 1 : \sqrt{3} \quad \dots\dots ②$$

また、 $AB : CB = \sqrt{3} : 3$

$$= 1 : \sqrt{3} \quad \dots\dots ③$$

②、③から、

$$AE : CD = AB : CB \quad \dots\dots ④$$

①、④から、2組の辺の比とその間の角が、

それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \sim \triangle CBD$$

C チャレンジ

□6 右の図の $\angle B = 90^\circ$ の直角

三角形 ABC で、点 B から斜辺

AC に垂線 BH をひきます。こ

のとき、 $\triangle ABH \sim \triangle BCH$ であ

ることを証明しなさい。

〔証明〕 $\triangle ABH$ と $\triangle BCH$ で、

仮定より、

$$\angle AHB = \angle BHC = 90^\circ \quad \dots\dots ①$$

$\triangle ABH$ で、内角の和は 180° だから、

$$\angle BAH = 180^\circ - (90^\circ + \angle ABH)$$

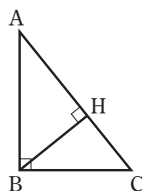
$$= 90^\circ - \angle ABH \quad \dots\dots ②$$

また、 $\angle CBH = 90^\circ - \angle ABH$ $\dots\dots ③$

②、③から、 $\angle BAH = \angle CBH$ $\dots\dots ④$

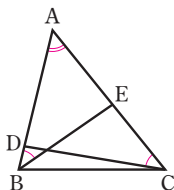
①、④から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABH \sim \triangle BCH$$





- 1 右の図の $\triangle ABC$ で、
辺 AB , AC 上に、
 $\angle ABE = \angle ACD$ となる
ように、それぞれ、点 D ,
 E をとります。



□(1) $\triangle ABE \sim \triangle ACD$

であることを、次の□をうめて証明しなさい。

〔証明〕

$\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ で、

仮定より、

$$\angle ABE = \angle \boxed{\text{ACD}} \quad \cdots \cdots ①$$

$\angle A$ は共通だから、

$$\angle BAE = \angle \boxed{\text{CAD}} \quad \cdots \cdots ②$$

①, ②から、

2組の角が、それぞれ等しい

ので、

$$\triangle ABE \sim \triangle ACD$$

- (2) $\angle BEC = 95^\circ$ のとき、 $\angle ADC$ の大きさは何
度ですか。次の□をうめて求めなさい。

$$\angle AEB = \boxed{180}^\circ - \angle BEC = \boxed{85}^\circ$$

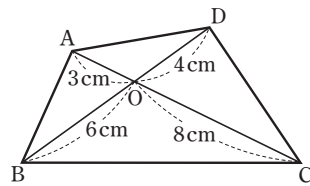
(1)より、 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ だから、

相似な図形では、対応する角の大きさは等しい

ので、

$$\angle ADC = \angle \boxed{\text{AEB}} = \boxed{85}^\circ$$

- 2 右の図の
四角形 $ABCD$
で、点 O は、
 AC , BD の
交点です。



□(1) $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ であることを、次の

□をうめて証明しなさい。

〔証明〕

$\triangle AOB$ と $\triangle DOC$ で、

$$AO : DO = 3 : \boxed{4}$$

$$BO : \boxed{CO} = 6 : 8 = 3 : \boxed{4}$$

よって、

$$AO : DO = BO : \boxed{CO} \quad \cdots \cdots ①$$

対頂角は等しいから、

$$\angle AOB = \angle \boxed{\text{DOC}} \quad \cdots \cdots ②$$

①, ②から、

2組の辺の比とその間の角

が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AOB \sim \triangle DOC$$

- (2) $DC = 5\text{cm}$ のとき、 AB の長さは何 cm です
か。次の□をうめて求めなさい。

(1)より、 $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ だから、

$$AB : \boxed{\text{DC}} = AO : DO$$

よって、 $AB = x\text{cm}$ とすると、

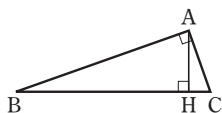
$$x : \boxed{5} = 3 : 4$$

$$4x = \boxed{15}$$

$$x = \boxed{\frac{15}{4}}$$

したがって、 AB の長さは、 $\boxed{\frac{15}{4}}\text{cm}$

- ③ 右の図の $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形 ABC で、点 A から斜辺 BC に垂線 AH をひきます。



□(1) $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ であることを証明しなさい。

〔証明〕

$\triangle ABC$ と $\triangle HAC$ で、

$\angle C$ は共通だから、

$$\angle ACB = \angle HCA \quad \dots\dots ①$$

仮定より、

$$\angle BAC = \angle AHC = 90^\circ \quad \dots\dots ②$$

①, ② から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABC \sim \triangle HAC$

□(2) $AC = 6\text{cm}$, $HC = 2\text{cm}$ のとき、BC の長さを求めなさい。

(1) より、 $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ だから、

$$BC : AC = AC : HC$$

よって、 $BC = x\text{cm}$ とすると、

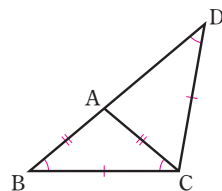
$$x : 6 = 6 : 2$$

$$2x = 36$$

$$x = 18$$



- ④ 右の図の $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC で、直線 BA 上に、 $CD = CB$ となる点 D をとります。



□(1) $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ であることを証明しなさい。

〔証明〕

$\triangle ABC$ と $\triangle CBD$ で、

$\angle B$ は共通だから、

$$\angle ABC = \angle CBD \quad \dots\dots ①$$

$\triangle ABC$ は、 $AB = AC$ の二等辺三角形だから、

$$\angle ABC = \angle ACB \quad \dots\dots ②$$

$\triangle CBD$ は、 $CD = CB$ の二等辺三角形だから、

$$\angle ABC = \angle CDB \quad \dots\dots ③$$

②, ③ から、 $\angle ACB = \angle CDB$ $\dots\dots ④$

①, ④ から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABC \sim \triangle CBD$

□(2) $AB = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$ のとき、AD の長さを求めなさい。

(1) より、 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ だから、

$$AB : CB = BC : BD$$

よって、 $BD = x\text{cm}$ とすると、

$$8 : 12 = 12 : x$$

$$8x = 144$$

$$x = 18$$

$$AD = BD - BA = 18 - 8 = 10\text{ (cm)}$$

平行線と線分の比(1)

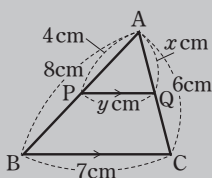
教 p.135~139

A 基本を身につけよう

例題 1 平行線と線分の比

教 p.135~137

右の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。



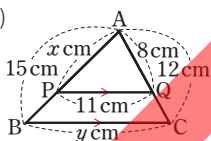
解) $AP : AB = AQ : AC$ $\triangleright PQ \parallel BC$ のとき、
 $4 : 8 = x : 6$ ① $AP : AB = AQ : AC$
 $8x = 24$ $x = 3$ ② $AP : PB = AQ : QC$
 $AP : AB = PQ : BC$
 $4 : 8 = y : 7$
 $8y = 28$ $y = 3.5$

1 知・技 平行線と線分の比

教 p.135~137

次の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

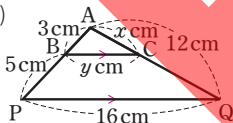
□(1)



$AP : AB = AQ : AC$
 $x : 15 = 8 : 12$
 $12x = 120$ $x = 10$
 $AQ : AC = PQ : BC$
 $8 : 12 = 11 : y$
 $8y = 132$ $y = 16.5$

$x = 10$ $y = 16.5$

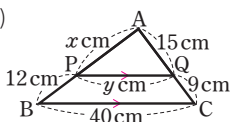
□(2)



$AP : AB = AQ : AC$
 $(3+5) : 3 = 12 : x$
 $8x = 36$ $x = 4.5$
 $AP : AB = PQ : BC$
 $(3+5) : 3 = 16 : y$
 $8y = 48$ $y = 6$

$x = 4.5$ $y = 6$

□(3)



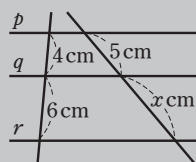
$AP : PB = AQ : QC$
 $x : 12 = 15 : 9$
 $9x = 180$ $x = 20$
 $AQ : AC = PQ : BC$
 $15 : (15+9) = y : 40$
 $24y = 600$ $y = 25$

$x = 20$ $y = 25$

例題 2

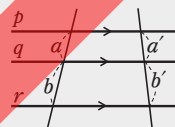
平行線にはさまれた線分の比 教 p.138~139

右の図で、直線 p 、 q 、 r が平行のとき、 x の値を求めなさい。

解) $4 : 6 = 5 : x$

$4x = 30$
 $x = 7.5$

下の図で、直線 p 、 q 、 r が平行のとき



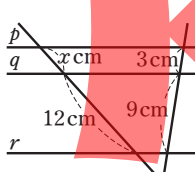
- ① $a : b = a' : b'$
 ② $a : a' = b : b'$

2

知・技 平行線にはさまれた線分の比 教 p.138~139

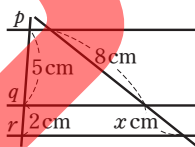
次の図で、直線 p 、 q 、 r が平行のとき、 x の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)



$x : 12 = 3 : 9$
 $9x = 36$
 $x = 4$

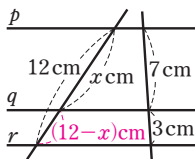
□(2)



$5 : 2 = 8 : x$
 $5x = 16$
 $x = 3.2$

$x = 3.2$

□(3)



$x : (12-x) = 7 : 3$
 $3x = 7(12-x)$
 $3x = 84 - 7x$
 $10x = 84$
 $x = 8.4$

$x = 8.4$

対応する線分を間違えないようにしよう。



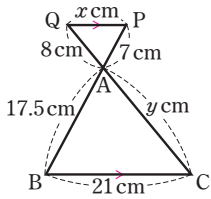
B 力をつけよう

3 平行線と線分の比

教 p.135~137

次の図で、 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

□(1) $PQ \parallel BC$



$$AP : AB = PQ : BC$$

$$7 : 17.5 = x : 21$$

$$17.5x = 147 \quad x = 8.4$$

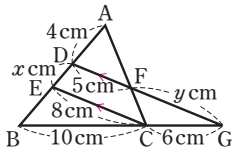
$$AP : AB = AQ : AC$$

$$7 : 17.5 = 8 : y$$

$$7y = 140 \quad y = 20$$

$$x = 8.4 \quad y = 20$$

□(2) $DG \parallel EC$



$$AD : AE = DF : EC \rightarrow DF \parallel EC$$

$$4 : (4+x) = 5 : 8$$

$$5(4+x) = 32$$

$$5x = 12 \quad x = 2.4$$

$$BC : BG = EC : DG \rightarrow DG \parallel EC$$

$$10 : (10+6) = 8 : (5+y)$$

$$10(5+y) = 128$$

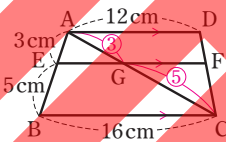
$$10y = 78 \quad y = 7.8$$

$$x = 2.4 \quad y = 7.8$$

4 平行線と線分の比

教 p.135~137

右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形ABCDで、 $EF \parallel BC$ です。ACとEFとの交点をGとします。



□(1) 線分EGの長さを求めなさい。

$$EG \parallel BC \text{ より, } AE : AB = EG : BC$$

$$3 : (3+5) = EG : 16$$

$$8EG = 48 \quad EG = 6 \text{ (cm)}$$

$$6 \text{ cm}$$

□(2) 線分EFの長さを求めなさい。

まず、線分GFの長さを求める。

$$EG \parallel BC \text{ より, } AG : GC = AE : EB = 3 : 5$$

$$AD \parallel GF \text{ より, } GF : AD = CG : CA$$

$$GF : 12 = 5 : (5+3)$$

$$8GF = 60 \quad GF = 7.5 \text{ (cm)}$$

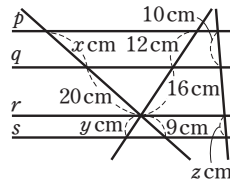
これと(1)から、

$$EF = EG + GF = 6 + 7.5 = 13.5 \text{ (cm)}$$

$$13.5 \text{ cm}$$

□5 平行線にはさまれた線分の比 教 p.138~139

次の図で、直線 p 、 q 、 r 、 s が平行のとき、 x 、 y 、 z の値を求めなさい。



$$x : 20 = 12 : 16$$

$$16x = 240 \quad x = 15$$

$$16 : y = 20 : 9$$

$$20y = 144 \quad y = 7.2$$

$$x : 9 = 10 : z$$

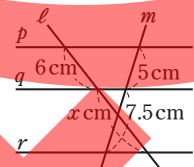
$$15 : 9 = 10 : z$$

$$15z = 90 \quad z = 6$$

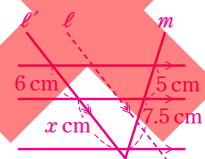
$$x = 15 \quad y = 7.2 \quad z = 6$$

□6 平行線にはさまれた線分の比 教 p.138~139

右の図で、直線 p 、 q 、 r が平行のとき、 x の値を求めなさい。



下の図のように、直線 ℓ を平行移動させる。



$$6 : x = 5 : 7.5$$

$$5x = 45$$

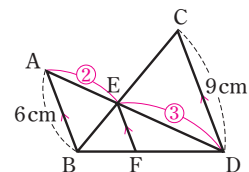
$$x = 9$$

$$x = 9$$

C チャレンジ



□7 右の図で、AB、CD、EFは平行です。AB=6cm、CD=9cmのとき、EFの長さを求めなさい。



$\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ で、 $AB \parallel CD$ だから、

$$AE : DE = AB : DC = 6 : 9 = 2 : 3$$

$\triangle ABD$ で、 $EF \parallel AB$ だから、

$$EF : AB = DE : DA$$

$$EF : 6 = 3 : (3+2)$$

$$5EF = 18$$

$$EF = 3.6 \text{ (cm)}$$

$$3.6 \text{ cm}$$

平行線と線分の比(2)

教 p.139~142

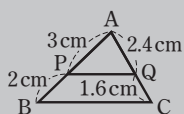
A 基本を身につけよう

例題
1

線分の比と平行線

教 p.139~141

右の図で、 $PQ \parallel BC$ といえますか。理由もあわせて書きなさい。



解 AP : PB = 3 : 2

▶ 次のことが成り立つ。

$$AQ : QC = 2.4 : 1.6 \\ = 3 : 2$$

よって、

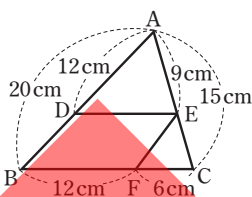
$$AP : PB = AQ : QC$$

だから、 $PQ \parallel BC$ といえる。① $AP : AB = AQ : AC$ ならば、 $PQ \parallel BC$ ② $AP : PB = AQ : QC$ ならば、 $PQ \parallel BC$ この問題では、②を利用している。

1 知・技判 線分の比と平行線

教 p.139~141

右のような図形があるとき、次のことがいえますか。

□(1) $DE \parallel BC$ $\triangle ABC$ で、

$$AD : AB = 12 : 20 = 3 : 5$$

$$AE : AC = 9 : 15 = 3 : 5$$

よって、 $AD : AB = AE : AC$ だから、 $DE \parallel BC$ と いえる。□(2) $EF \parallel AB$ $\triangle CAB$ で、

$$CE : EA = (15 - 9) : 9 = 2 : 3$$

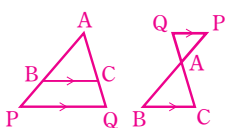
$$CF : FB = 6 : 12 = 1 : 2$$

よって、 $CE : EA$ と $CF : FB$ は等しくないから、 EF と AB は平行ではない。

いえません



2点P、Qが、右の図のような位置にあるときも、上の例題の①、②は成り立つよ。



B 力をつけよう

2

知・技判

線分の比と平行線

教 p.139~141

右の図で、次の線分は平行といえますか。

□(1) AB と CD

$$OA : OD$$

$$= 2 : (1.5 + 1)$$

$$= 4 : 5$$

$$OB : OC = 2.4 : (1.8 + 1.4)$$

$$= 3 : 4$$

よって、 $OA : OD$ と $OB : OC$ は等しくないから、 AB と CD は平行ではない。

いえません

□(2) AB と EF

$$OA : OF = 2 : 1.5 = 4 : 3$$

$$OB : OE = 2.4 : 1.8 = 4 : 3$$

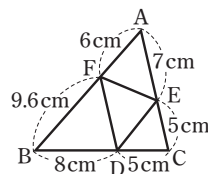
よって、 $OA : OF = OB : OE$ だから、 $AB \parallel EF$ といえる。

いえる

3 知・技判 線分の比と平行線

教 p.139~141

右の図の DE 、 EF 、 FD のうち、 $\triangle ABC$ の辺に平行な線分はどれですか。



$$\cdot CD : DB = 5 : 8,$$

$$CE : EA = 5 : 7$$

よって、 DE と BA は平行ではない。

$$\cdot AE : EC = 7 : 5, AF : FB = 6 : 9.6 = 5 : 8$$

よって、 EF と CB は平行ではない。

$$\cdot BD : DC = 8 : 5, BF : FA = 9.6 : 6 = 8 : 5$$

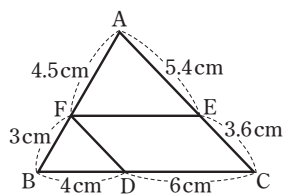
よって、 $FD \parallel AC$

線分 FD

□ 4 線分の比と平行線

教 p.139~141

右の図で、四角形 FDCE は平行四辺形であることを証明しなさい。



〔証明〕

$$AF : FB = 4.5 : 3 = 3 : 2 \quad \cdots \cdots ①$$

$$CD : DB = 6 : 4 = 3 : 2 \quad \cdots \cdots ②$$

$$AE : EC = 5.4 : 3.6 = 3 : 2 \quad \cdots \cdots ③$$

①, ②より, $AF : FB = CD : DB$ だから,

$FD \parallel AC$ よって, $FD \parallel EC$ $\cdots \cdots ④$

①, ③より, $AF : FB = AE : EC$ だから,

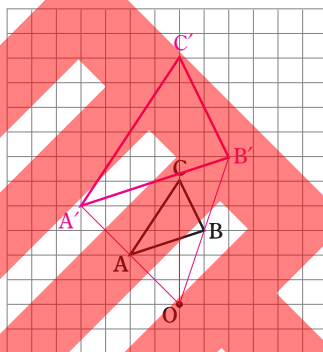
$FE \parallel BC$ よって, $FE \parallel DC$ $\cdots \cdots ⑤$

④, ⑤から, 2組の向かいあう辺が, それぞれ平行なので, 四角形 FDCE は平行四辺形である。

□ 5 拡大図

教 p.141~142

下の図で、点 O を中心として、 $\triangle ABC$ を 2 倍に拡大した $\triangle A'B'C'$ をかきなさい。



中心とする点が図形の外にあっても拡大図はかけるよ。

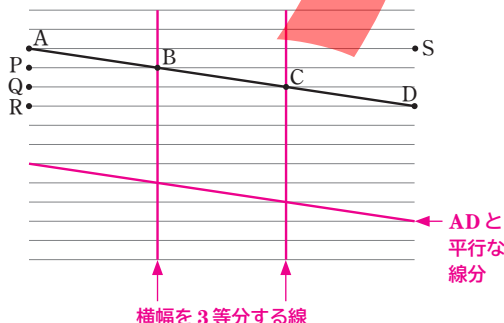


6 平行線と線分の比の性質の利用

教 p.142

下の図のように、ノートの罫線を使って、ノートの横幅を 3 等分する線にかく方法を考えます。

(例)



知・技

□ (1) 2 点 B, C が線分 AD を 3 等分する点であることを, 次の $\square$ をうめて証明しなさい。

〔証明〕 左下の図で, 直線 AS, PB, QC は平行だから, 平行線と線分の比の性質より,

$$AB : BC = AP : PQ = \square 1 : 1$$

また, 直線 PB, QC, RD は平行だから, 平行線と線分の比の性質より,

$$BC : CD = \square PQ : QR = 1 : \square 1$$

したがって,

$$AB : BC : CD = \square 1 : \square 1 : 1$$

であるから, 2 点 B, C は, 線分 AD を 3 等分する点である。

思

□ (2) 左下の図に, ノートの横幅を 3 等分する線をかきなさい。

C チャレンジ



思

□ 7 右の図のような,

AD $\parallel$ BC の台形 ABCD があります。

線分 DB, AC 上に,

$$DP : PB = 5 : 3,$$

$$AQ : QC = 5 : 3$$

となるように, それ

ぞれ, 点 P, Q をとるとき, PQ の長さを求めなさい。

$$DP : PB = AQ : QC = 5 : 3$$

より, $PQ \parallel BC$

これと AD $\parallel$ BC より,

$$AD \parallel PQ \parallel BC$$

直線 PQ と AB との交点を E とする。

EQ $\parallel$ BC より,

$$AQ : AC = EQ : BC$$

$$5 : (5 + 3) = EQ : 12$$

よって, $EQ = 7.5 \text{ cm}$

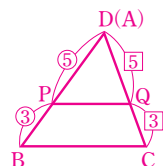
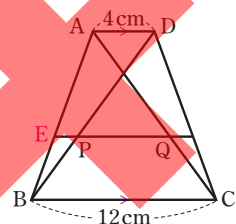
また, EP $\parallel$ AD より,

$$BP : BD = EP : AD$$

$$3 : (3 + 5) = EP : 4$$

よって, $EP = 1.5 \text{ cm}$

したがって, $PQ = EQ - EP = 7.5 - 1.5 = 6 \text{ (cm)}$



6 cm

中点連結定理

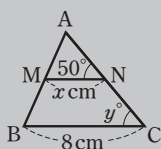
教 p.143~144

A 基本を身につけよう

例題 1 中点連結定理

教 p.143

右の図の $\triangle ABC$ で、点M、Nは、それぞれ、辺AB、ACの中点です。 x 、 y の値を求めなさい。



解 点M、Nは、それぞれ、辺AB、ACの中点だから、

中点連結定理より、 $MN \parallel BC$ 、 $MN = \frac{1}{2}BC$

$MN = \frac{1}{2}BC$ より、 $x = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

平行線の同位角は等しいので、

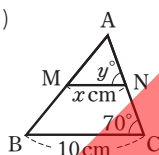
$MN \parallel BC$ から、 $y = 50$ $x = 4$ 、 $y = 50$

1 中点連結定理

教 p.143

次の図の $\triangle ABC$ で、点M、Nは、それぞれ、辺AB、ACの中点です。 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)



点M、Nは、それぞれ、辺AB、ACの中点だから、中点連結定理より、 $MN \parallel BC$ 、

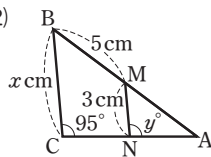
$$MN = \frac{1}{2}BC$$

$$MN = \frac{1}{2}BC \text{ より、} x = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

平行線の同位角は等しいので、

$$MN \parallel BC \text{ から、} y = 70$$

□(2)



点M、Nは、それぞれ、辺AB、ACの中点だから、中点連結定理より、

$$MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC$$

$$MN = \frac{1}{2}BC \text{ だから、} BC = 2MN \text{ であり、} x = 2 \times 3 = 6$$

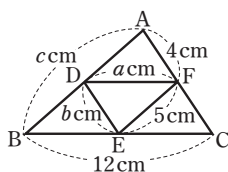
平行線の同位角は等しいので、 $MN \parallel BC$ から、 $y = 95$

$$x = 6 \quad y = 95$$

2 中点連結定理

教 p.143

右の図は、 $\triangle ABC$ の辺AB、BC、CAの中点を、それぞれ、D、E、Fとしたものです。 a 、 b 、 c の値を求めなさい。



中点連結定理より、

$$DF = \frac{1}{2}BC \text{ だから、} a = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$DE = \frac{1}{2}AC = AF \text{ だから、} b = 4$$

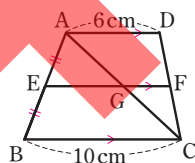
$$FE = \frac{1}{2}AB \text{ だから、} AB = 2FE \text{ であり、} c = 2 \times 5 = 10$$

$$a = 6 \quad b = 4 \quad c = 10$$

3 中点連結定理

教 p.143

右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形ABCDで、Eは辺ABの中点です。点Eを通りBCに平行な直線をひき、DCとの交点をF、ACとの交点をGとします。



□(1) AG : GC を求めなさい。

$\triangle ABC$ で、 $EG \parallel BC$ より、

$$AG : GC = AE : EB = 1 : 1 \quad \text{▶ 平行線の性質を利用}$$

$$1 : 1$$

□(2) 線分EFの長さを求めなさい。

(1)より、点Gは線分ACの中点である。

$\triangle ABC$ で、中点連結定理より、▶点E、Gは中点

$$EG = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)} \quad \text{.....①}$$

また、 $\triangle CAD$ で、 $GF \parallel AD$ より、

$$DF : FC = AG : GC = 1 : 1 \quad \text{▶ 平行線の性質を利用}$$

よって、点Fは辺DCの中点である。

$\triangle CAD$ で、中点連結定理より、▶点F、Gは中点

$$GF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)} \quad \text{.....②}$$

$$\text{①, ②から、} EF = EG + GF = 5 + 3 = 8 \text{ (cm)}$$

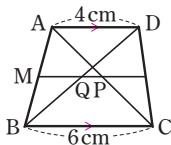
$$8 \text{ cm}$$

B 力をつけよう

4 中点連結定理

教 p. 143

右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ で、辺 AB 、対角線 AC の中点を、それぞれ、 M 、 P とします。また、直線 MP と対角線 DB との交点を Q とします。次の線分の長さを求めなさい。



□(1) MP

$\triangle ABC$ で、中点連結定理より、 $\blacktriangleright$ 点 M 、 P は中点

$$MP = \frac{1}{2}BC \text{ だから、} MP = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)}$$

3cm

□(2) MQ

$\triangle ABC$ で、中点連結定理より、 $MP \parallel BC$

また、 $AD \parallel BC$ だから、 $MP \parallel AD$

つまり、 $MQ \parallel AD$

$\triangle BAD$ で、平行線と線分の比の性質から、

$$MQ : AD = BM : BA = 1 : 2$$

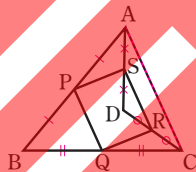
$$\text{よって、} MQ = \frac{1}{2}AD \text{ だから、} MQ = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$$

2cm

5 中点連結定理

教 p. 143 ~ 144

右の図で、 AB 、 BC 、 CD 、 DA の中点を、それぞれ、 P 、 Q 、 R 、 S とします。



□(1) 四角形 $PQRS$ が平行四辺形であることを証明しなさい。

〔証明〕

A と C を結ぶ。

$\triangle ABC$ で、点 P 、 Q は、それぞれ、辺 AB 、 BC の中点だから、中点連結定理より、

$$PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2}AC \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

同様に、 $\triangle ADC$ で、

$$SR \parallel AC, SR = \frac{1}{2}AC \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①、②から、 $PQ \parallel SR$ 、 $PQ = SR$

1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるので、四角形 $PQRS$ は平行四辺形である。



□(2) $AC = BD$ のとき、四角形 $PQRS$ はどんな四角形になりますか。

B と D を結ぶ。(1)と同じように、

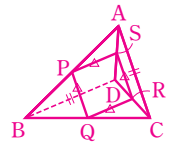
$$\triangle ABD \text{ で、} PS = \frac{1}{2}BD \quad \triangle CDB \text{ で、} QR = \frac{1}{2}BD$$

$$\text{よって、} PS = QR = \frac{1}{2}BD$$

$$\text{また、(1)より、} PQ = SR = \frac{1}{2}AC$$

$AC = BD$ のとき、 $PQ = QR = RS = SP$ となり、

4つの辺がすべて等しいので、四角形 $PQRS$ はひし形である。

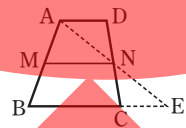


ひし形



C チャレンジ

□6 右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ で、2辺 AB 、 DC の中点を、それぞれ M 、 N とすると、 $MN \parallel BC$ 、



$$MN = \frac{1}{2}(AD + BC) \text{ となります。下の証明の}$$

続きを書き、これを証明しなさい。

〔証明〕 AN を延長した直線と BC を延長した直線との交点を E とする。

$\triangle ADN$ と $\triangle ECN$ で、

点 N は辺 DC の中点だから、

$$DN = CN \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

対頂角は等しいから、

$$\angle AND = \angle ENC \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

平行線の錯角は等しいので、 $AD \parallel CE$ から、

$$\angle ADN = \angle ECN \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①、②、③から、1組の辺とその両端の角が、

それぞれ等しいので、 $\triangle ADN \cong \triangle ECN$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AD = EC \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

また、 $AN = EN$ だから、点 N は線分 AE の中点である。

$\triangle ABE$ で、点 M 、 N は、それぞれ、辺 AB 、 AE の

中点だから、中点連結定理より、

$$MN \parallel BE, \text{ つまり、} MN \parallel BC$$

$$\text{また、} MN = \frac{1}{2}BE \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ から、} MN = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}(EC + BC)$$

$$= \frac{1}{2}(AD + BC)$$

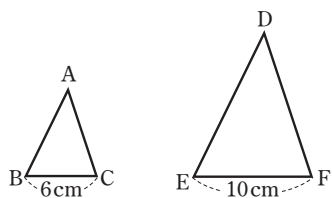


A 基本を身につけよう

1 相似な図形の面積

教 p.146~148

下の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似です。



□(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

$$BC : EF = 6 : 10 = 3 : 5$$

よって、相似比は、 $3 : 5$

□(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の面積の比を求めなさい。

相似比が $m:n$ ならば、面積の比は

$m^2 : n^2$ だから、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の

$$\text{面積の比は、} 3^2 : 5^2 = 9 : 25$$

2 相似な図形の面積

教 p.146~148

右の図で、 $DE \parallel BC$ です。

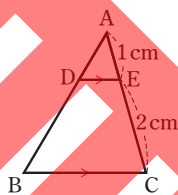
□(1) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の相

似比を求めなさい。

$DE \parallel BC$ より、

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$

相似比は、 $AE : AC = 1 : (1+2) = 1 : 3$



$$1 : 3$$

□(2) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比を求めなさい。

相似比は $1 : 3$ だから、

面積の比は、 $1^2 : 3^2 = 1 : 9$

▶相似比が $m:n$ ならば、
面積の比は $m^2:n^2$

$$1 : 9$$

□(3) $\triangle ADE$ と四角形DBCEの面積の比を求めなさい。

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比は、 $1 : 9$

四角形DBCE = $\triangle ABC - \triangle ADE$ だから、

$\triangle ADE$ と四角形DBCEの面積の比は、

$$1 : (9-1) = 1 : 8$$

$$1 : 8$$

□(4) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の周の長さの比を求めなさい。

相似な三角形の周の長さの比は、相似比に等しい。

$$1 : 3$$

例題 1

相似比を使って面積を求める

教 p.148

相似比が $3:2$ の相似な2つの図形F、Gがあります。Fの面積が 450cm^2 のとき、Gの面積を求めなさい。

解) 相似比が $3:2$ だから、面積の比は $3^2:2^2$ となる。Gの面積を $x\text{cm}^2$ とすると、

$$450 : x = 3^2 : 2^2$$

$$9x = 450 \times 4$$

$$x = 200$$

$$200\text{cm}^2$$

3 相似比を使って面積を求める

教 p.148

相似比が $3:4$ の相似な2つの図形F、Gがあります。

□(1) Fの面積が 108cm^2 のとき、Gの面積を求めなさい。

相似比が $3:4$ だから、面積の比は $3^2:4^2$ となる。Gの面積を $x\text{cm}^2$ とすると、

$$108 : x = 3^2 : 4^2$$

$$9x = 108 \times 16 \quad x = 192$$

よって、Gの面積は、 192cm^2

□(2) Gの面積が 112cm^2 のとき、Fの面積を求めなさい。

FとGの面積の比は $3^2:4^2$ だから、Fの面積を $y\text{cm}^2$ とすると、 $y : 112 = 3^2 : 4^2$

$$16y = 112 \times 9$$

$$y = 63$$

$$63\text{cm}^2$$

4 相似比を使って面積を求める

教 p.148

対応する辺の長さが 2cm と 7cm の相似な2つの五角形FとGがあります。Fの面積が 80cm^2 のとき、Gの面積を求めなさい。

FとGの面積の比は $2^2:7^2$ だから、Gの面積を $x\text{cm}^2$ とすると、 $80 : x = 2^2 : 7^2$

$$4x = 80 \times 49$$

$$x = 980$$

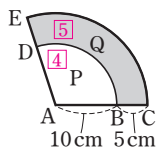
$$980\text{cm}^2$$

B 力をつけよう

□5 相似な図形の面積

教 p.146~148

右の図のおうぎ形で、
 $AB=10\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$
 です。Pの部分の面積が
 $32\pi\text{cm}^2$ のとき、Qの部分
 の面積を求めなさい。



おうぎ形 ABDとおうぎ形 ACEは相似で、その相似比は、

$$AB:AC=10:(10+5)=2:3$$

したがって、面積の比は、 $2^2:3^2=4:9$

よって、

$$(P\text{の面積}): (Q\text{の面積})=4:(9-4)=4:5$$

Pの面積は $32\pi\text{cm}^2$ だから、

$$32\pi:(Q\text{の面積})=4:5$$

$$(Q\text{の面積})\times 4=32\pi\times 5$$

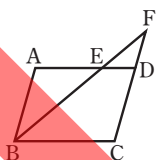
$$(Q\text{の面積})=40\pi(\text{cm}^2)$$

$$40\pi\text{cm}^2$$

6 相似な図形の面積

教 p.146~148

右の図の $\square ABCD$ で、点E
 は辺ADを2:1に分ける
 点です。また、BEの延長と
 CDの延長との交点をFとし
 ます。



□(1) $\triangle FED$ と $\triangle FBC$ の面積の比を求めなさい。

ED//BCより、 $\triangle FED\sim\triangle FBC$ で、

右の図から、 $ED:BC=1:3$

よって、その相似比は1:3だから、

面積の比は、 $1^2:3^2=1:9$

$$1:9$$

□(2) $\triangle FED$ と $\triangle ABE$ の面積の比を求めなさい。

FD//ABより、 $\triangle FED\sim\triangle BEA$ で、

$$ED:EA=1:2$$

よって、その相似比は1:2だから、

面積の比は、 $1^2:2^2=1:4$

$$1:4$$

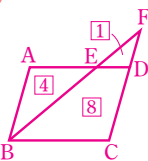
□(3) $\triangle ABE$ と台形EBCDの面積の比を求めなさい。

(1)より、 $\triangle FED$ と台形EBCDの面積
 の比は、 $1:(9-1)=1:8$

これと(2)の結果を図に表すと、右の図
 のようになるから、 $\triangle ABE$ と台形EBCDの面積の比は、

$$4:8=1:2$$

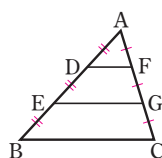
$$1:2$$



7 相似な図形の面積

教 p.146~148

右の図の $\triangle ABC$ で、D、Eは
 辺ABを、F、Gは辺ACを、
 それぞれ3等分した点です。



□(1) $\triangle ADF$ と台形DEGFの

面積の比を求めなさい。

$\triangle ADF\sim\triangle AEG$ で、相似比は $AD:AE=1:2$ だから、
 面積の比は、 $1^2:2^2=1:4$

よって、 $\triangle ADF$ と台形DEGFの面積の比は、

$$1:(4-1)=1:3$$

$$1:3$$

□(2) 台形DEGFと台形EBCGの面積の比を求
 めなさい。

$\triangle ADF$ の面積をSとすると、(1)から、

$$\text{台形DEGF}=3S$$

$\triangle ADF\sim\triangle ABC$ で、相似比は $AD:AB=1:3$

だから、面積の比は、 $1^2:3^2=1:9$

よって、 $\triangle ABC=9S$ で、

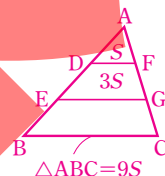
右の図から、

$$\text{台形EBCG}=9S-(S+3S)=5S$$

よって、台形DEGFと台形EBCG

の面積の比は、 $3S:5S=3:5$

$$3:5$$



C チャレンジ



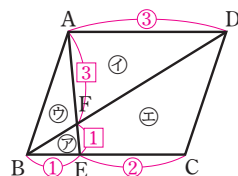
□8 $\square ABCD$ で、BC

上に $BE:EC=1:2$

となる点Eをとり、線

分AE、BDで平行四

辺形を右の図のように、



㊦、㊦、㊦、㊦の4つの部分に分けます。㊦

の面積をSとするとき、㊦、㊦、㊦の面積を、
 それぞれSを使って表しなさい。

㊦ $\sim$ ㊦で、上の図から、その相似比は、1:3

よって、面積の比は、 $1^2:3^2=1:9$

したがって、㊦ $=9S$ ……㊦

また、㊦ $\sim$ ㊦より、 $EF:AF=1:3$ なので、

㊦と㊦の面積の比は、1:3

よって、㊦ $=3S$ ……㊦

㊦、㊦から、 $\triangle ABD=9S+3S=12S$

これと、 $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$ から、 $\triangle CDB=12S$

よって、㊦ $=\triangle CDB-\text{㊦}$

$$=12S-S$$

$$=11S$$

$$\text{㊦} \quad 9S \quad \text{㊦} \quad 3S \quad \text{㊦} \quad 11S$$



A 基本を身につけよう

1 相似な立体の表面積と体積 教 p.149~152

次の問いに答えなさい。

- (1) 相似比が3:4の相似な2つの立体F, Gの、
表面積の比と体積の比を求めなさい。

相似比が $m:n$ ならば、表面積の比は、

$$m^2:n^2, \text{ 体積の比は, } m^3:n^3 \text{ だから,}$$

FとGの

$$\text{表面積の比は, } 3^2:4^2=9:16$$

$$\text{体積の比は, } 3^3:4^3=27:64$$

- (2) 相似比が5:2の相似な2つの立体F, Gの、
表面積の比と体積の比を求めなさい。

$$\text{表面積の比は, } 5^2:2^2=25:4$$

$$\text{体積の比は, } 5^3:2^3=125:8$$

$$\text{表面積の比 } 25:4 \quad \text{体積の比 } 125:8$$

- (3) 相似な2つの三角錐F, Gがあります。Fの
高さが18cm, Gの高さが27cmのとき, Fと
Gの、表面積の比と体積の比を求めなさい。

三角錐FとGの

相似比は、

$$18:27=2:3 \text{ だから,}$$

$$\text{表面積の比は, } 2^2:3^2=4:9$$

$$\text{体積の比は, } 2^3:3^3=8:27$$

$$\text{表面積の比 } 4:9 \quad \text{体積の比 } 8:27$$

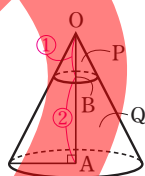
立体の相似比
は、高さの比
と等しいよ。



2 相似な立体の体積

教 p.152

右の図で、円錐の高さをOAと
します。OAを1:2に分ける
点Bを通り、底面に平行な平
面で、立体PとQに分けます。
PとQの体積の比を求めな
さい。



Pもとの円錐は相似で、相似比は、 $1:(1+2)=1:3$
よって、体積の比は、

$$1^3:3^3=1:27$$

したがって、PとQの体積の比は、

$$1:(27-1)=1:26$$

$$1:26$$

例題 1

相似比を使って表面積、体積を求める 教 p.151

相似比が4:3の相似な2つの立体F, G
があります。Fの表面積が 80cm^2 、体積が
 320cm^3 のとき、Gの表面積と体積を、そ
れぞれ求めなさい。

- 解 相似比が4:3だから、表面積の比は $4^2:3^2$ 、
体積の比は $4^3:3^3$ となる。

Gの表面積を $x\text{cm}^2$ とすると、

$$80:x=4^2:3^2$$

$$16x=80\times 9 \quad x=45$$

Gの体積を $y\text{cm}^3$ とすると、

$$320:y=4^3:3^3$$

$$64y=320\times 27 \quad y=135$$

$$\text{Gの表面積 } 45\text{cm}^2, \text{ 体積 } 135\text{cm}^3$$

知・技

相似比を使って表面積、体積を求める 教 p.151

相似比が1:2の相似な2つの立体F, Gがあ
ります。

- (1) Fの表面積が 50cm^2 のとき、Gの表面積を
求めなさい。

FとGの表面積の比は $1^2:2^2$ だから、Gの表面積を
 $x\text{cm}^2$ とすると、

$$50:x=1^2:2^2$$

$$x=50\times 4$$

$$x=200$$

$$200\text{cm}^2$$

- (2) Gの体積が 128cm^3 のとき、Fの体積を求め
なさい。

FとGの体積の比は $1^3:2^3$ だから、Fの体積を
 $y\text{cm}^3$ とすると、

$$y:128=1^3:2^3$$

$$8y=128$$

$$y=16$$

$$16\text{cm}^3$$

知・技

相似比と体積

教 p.151

直径が4.2cmの球Fと直径が16.8cmの球
Gがあります。球Gの体積は、球Fの体積の何
倍ですか。

FとGは相似で、相似比は、 $4.2:16.8=1:4$

よって、体積の比は、 $1^3:4^3=1:64$

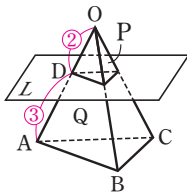
$$64 \text{ 倍}$$

B 力をつけよう

5 知・技 相似な立体の体積

教 p.152

右の図のように、三角錐 OABC の底面 ABC に平行な平面 L が、辺 OA と点 D で交わり、
OD : DA = 2 : 3 です。
このとき、平面 L で分けられた三角錐の 2 つの部分 P と Q について、次の問いに答えなさい。



- (1) P と三角錐 OABC は相似です。相似比を求めなさい。

$$\text{OD : DA} = 2 : 3 \text{ より, } \text{OD : OA} = 2 : (2 + 3) = 2 : 5$$

$$\text{よって, 相似比は, } 2 : 5 \quad \underline{2 : 5}$$

- (2) P と Q の体積の比を求めなさい。

$$(1) \text{より, P と三角錐 OABC の体積の比は,}$$

$$2^3 : 5^3 = 8 : 125$$

$$\text{よって, P と Q の体積の比は,}$$

$$8 : (125 - 8) = 8 : 117 \quad \underline{8 : 117}$$

- (3) 三角錐 OABC の体積が 250 cm^3 のとき, Q の体積を求めなさい。

$$(2) \text{より, Q と三角錐 OABC の体積の比は}$$

$$117 : 125 \text{ だから, Q の体積を } x \text{ cm}^3 \text{ とすると,}$$

$$x : 250 = 117 : 125$$

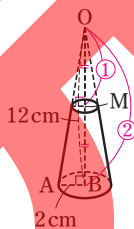
$$125x = 250 \times 117$$

$$x = 234 \quad \underline{234 \text{ cm}^3}$$

6 思 相似な立体の体積

教 p.152

右の図は、底面の半径が 2 cm 、高さが 12 cm の円錐を、OB の中点 M を通り、底面に平行な平面で 2 つに分けて、上部にできた小さな円錐を取り除いたものです。この立体の体積を求めなさい。



小さな円錐もとの円錐とは相似で、相似比は $1 : 2$ だから、体積の比は、 $1^3 : 2^3 = 1 : 8$

よって、もとの円錐と求める立体の体積の比は、
 $8 : (8 - 1) = 8 : 7$

もとの円錐の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 12 = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

したがって、求める立体の体積を $x \text{ cm}^3$ とすると、

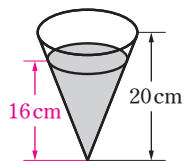
$$16\pi : x = 8 : 7$$

$$8x = 16\pi \times 7 \quad x = 14\pi \quad \underline{14\pi \text{ cm}^3}$$

7 思 相似な立体の体積

教 p.152

右のような、高さ 20 cm で、 500 cm^3 の薬がはいる円錐の形の容器があり、いま、薬が高さ 4 cm 分減っています。最初は、上までいっぱいにはいていたとして、何 cm^3 の薬を使ったかを求めなさい。



図の小さい方の円錐の高さは、 $20 - 4 = 16 \text{ (cm)}$

小さい円錐と大きい円錐は相似で、相似比は、

$$16 : 20 = 4 : 5$$

よって、体積の比は、 $4^3 : 5^3 = 64 : 125$

したがって、最初の薬の体積と使った薬の体積の比は、

$$125 : (125 - 64) = 125 : 61$$

最初の薬の体積は 500 cm^3 だから、

$$500 : (\text{使った薬の体積}) = 125 : 61$$

$$(\text{使った薬の体積}) \times 125 = 500 \times 61$$

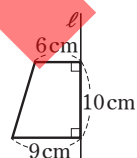
$$(\text{使った薬の体積}) = 244 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\underline{244 \text{ cm}^3}$$

C チャレンジ



- 8 右の図のような台形を、直線 ℓ を回転の軸として 1 回転させてできる立体 P の体積を求めなさい。



立体 P は、右の図のように、大きい円錐から上部の小さい円錐を取り除いたものである。

小さい円錐と大きい円錐は相似で、

相似比は、 $6 : 9 = 2 : 3$

小さい円錐の高さを $x \text{ cm}$ とすると、

$$x : (x + 10) = 2 : 3$$

$$3x = 2(x + 10)$$

$$3x = 2x + 20 \quad x = 20$$

小さい円錐と大きい円錐の体積の比は、

$$2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

よって、小さい円錐と立体 P の体積の比は、

$$8 : (27 - 8) = 8 : 19$$

したがって、立体 P の体積を $y \text{ cm}^3$ とすると、

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 20 \right) : y = 8 : 19$$

$$\text{小さい円錐の体積} \quad 8y = 240\pi \times 19 \quad y = 570\pi$$

$$\underline{570\pi \text{ cm}^3}$$

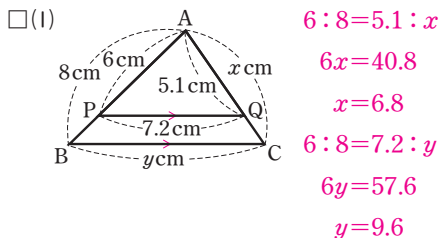


ドリル

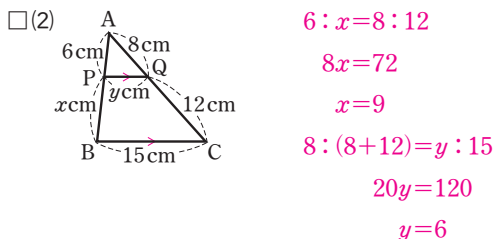
平行線と線分の比, 相似な図形の計量

教 p.135~152

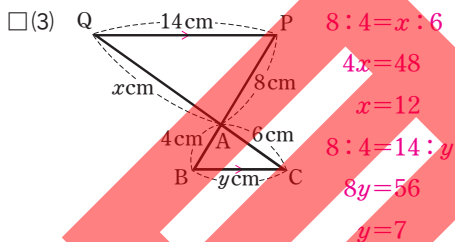
- 1 知・技 次の図で, $PQ \parallel BC$ のとき, x, y の値を, それぞれ求めなさい。



$$x=6.8 \quad y=9.6$$

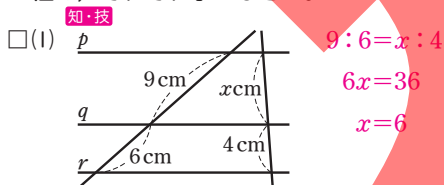


$$x=9 \quad y=6$$

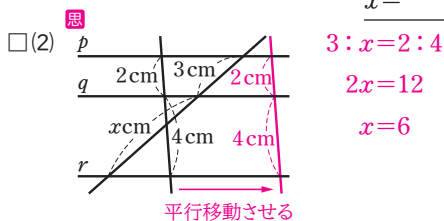


$$x=12 \quad y=7$$

- 2 次の図で, 直線 p, q, r が平行のとき, x の値を, それぞれ求めなさい。

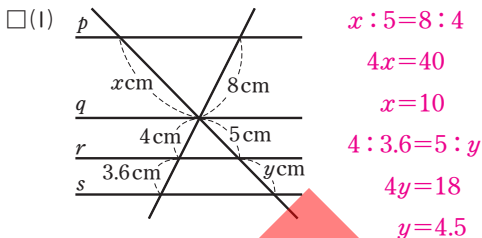


$$x=6$$

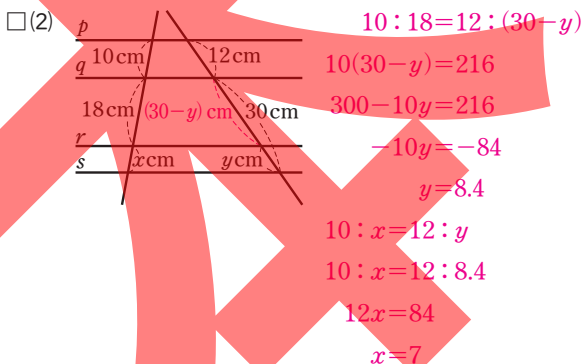


$$x=6$$

- 3 知・技 次の図で, 直線 p, q, r, s が平行のとき, x, y の値を, それぞれ求めなさい。

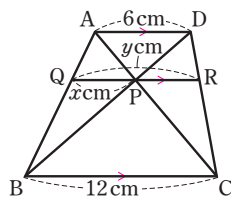


$$x=10 \quad y=4.5$$



$$x=7 \quad y=8.4$$

- 4 思 右の図は, $AD \parallel BC$ の台形です。対角線の交点 P を通り BC に平行な直線と AB, DC との交点を, それぞれ, Q, R とし

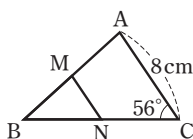


ます。 x, y の値を求めなさい。

$AD \parallel BC$ より, $BP:PD=BC:AD=12:6=2:1$
 よって, $BP:BD=2:(2+1)=2:3$ だから,
 $QP \parallel AD$ より, $QP:AD=2:3$
 よって, $x:6=2:3 \quad 3x=12 \quad x=4$
 同様に, $PR:AD=CP:CA=2:3$ だから,
 PR の長さを求めると, $PR=4$ cm
 よって, $y=QP+PR=4+4=8$

$$x=4 \quad y=8$$

- 5 知・技 右の図の△ABCで、
点M、Nは、それぞれ、
辺AB、BCの中点です。
∠MNBの大きさと、
MNの長さを求めなさい。



△ABCで、点M、Nは、それぞれ辺AB、BCの中点だから、中点連結定理より、

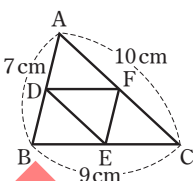
$$MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2}AC$$

平行線の同位角は等しいので、 $MN \parallel AC$ から、
 $\angle MNB = 56^\circ$

$$\text{また、} MN = \frac{1}{2}AC \text{ より、} MN = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

$$\angle MNB = 56^\circ \quad MN = 4 \text{ cm}$$

- 6 知・技 右の図の△ABCで、
点D、E、Fは、それぞれ、
辺AB、BC、CAの中点
です。△DEFの周りの長さを
求めなさい。



中点連結定理より、

$$DE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

$$EF = \frac{1}{2}BA = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5 \text{ (cm)}$$

$$FD = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5 \text{ (cm)}$$

したがって、△DEFの周りの長さは、
 $5 + 3.5 + 4.5 = 13 \text{ (cm)}$

$$13 \text{ cm}$$

- 7 知・技 相似比が2:5の相似な2つの図形F、G
があります。Gの面積が 100 cm^2 のとき、F
の面積を求めなさい。

相似比が2:5だから、面積の比は $2^2:5^2$ となる。

Fの面積を $x \text{ cm}^2$ とすると、

$$x : 100 = 2^2 : 5^2$$

$$25x = 100 \times 4$$

$$x = 16$$

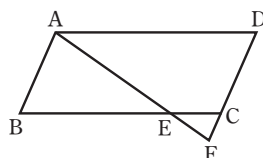
$$16 \text{ cm}^2$$

- 8 右の図の

□ABCDで、E
は辺BC上の点で、
 $BE : EC = 3 : 1$

です。また、AEの

延長とDCの延長との交点をFとします。



- (1) 知・技 △FCEと△FDAの面積の比を求めなさい。

$EC \parallel AD$ より、 $\triangle FCE \sim \triangle FDA$ で、

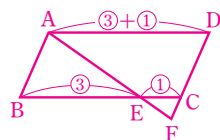
右の図から、

$$CE : DA = 1 : 4$$

よって、その相似比は1:4だから、面積の比は、

$$1^2 : 4^2 = 1 : 16$$

$$1 : 16$$



- (2) 知・技 △FCEと△ABEの面積の比を求めなさい。

$CF \parallel AB$ より、 $\triangle FCE \sim \triangle ABE$ で、

$$CE : BE = 1 : 3$$

よって、その相似比は1:3だから、面積の比は、 $1^2 : 3^2 = 1 : 9$

$$1 : 9$$

- (3) 思 △ABEと□ABCDの面積の比を求めなさい。

(1)より、△FCEと台形CDAEの面積の比は、

$$1 : (16 - 1) = 1 : 15$$

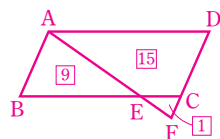
これと(2)の結果を図に表すと、

右の図のようになるから、

△ABEと□ABCDの面積
の比は、

$$9 : (9 + 15) = 9 : 24 = 3 : 8$$

$$3 : 8$$



- 9 知・技 相似比が3:1の相似な2つの立体F、G
があります。Fの体積が 270 cm^3 のとき、G
の体積を求めなさい。

相似比が3:1だから、体積の比は $3^3 : 1^3$ となる。

Gの体積を $x \text{ cm}^3$ とすると、

$$270 : x = 3^3 : 1^3$$

$$27x = 270$$

$$x = 10$$

$$10 \text{ cm}^3$$



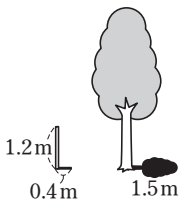
A 基本を身につけよう

□1 相似の利用

知・技

教 p.154

右の図のように、地面に垂直に立てた1.2mの棒の影が0.4mのとき、木の影を測ると1.5mでした。この木の高さを求めなさい。

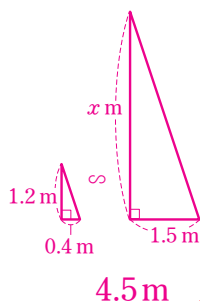


木の高さを x m とすると、

$$0.4 : 1.5 = 1.2 : x$$

$$0.4x = 1.5 \times 1.2$$

$$x = 4.5$$

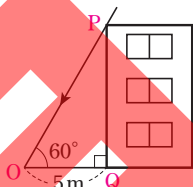


□2 縮図の利用

知・技

教 p.154

校舎の影を利用して、校舎の高さを調べることにしました。光のさしこんでいる角度は 60° で、影の長さは5mでした。縮図をかいて、校舎の高さを求めなさい。



上の図で、 $\angle POQ = 60^\circ$ 、 $OQ = 5$ m、 $\angle PQO = 90^\circ$ 。これをもとに、 $\triangle POQ$ の縮図 $\triangle P'O'Q'$ をかく。

〔縮図〕

(例) $\frac{1}{200}$ の縮図

▶ 別の縮尺でもよい

$\triangle P'O'Q'$ は、

$$O'Q' = 500 \times \frac{1}{200} = 2.5 \text{ (cm)},$$

$$\angle P'O'Q' = 60^\circ,$$

$$\angle P'Q'O' = 90^\circ$$

の直角三角形になる。

縮図で $P'Q'$ の長さを

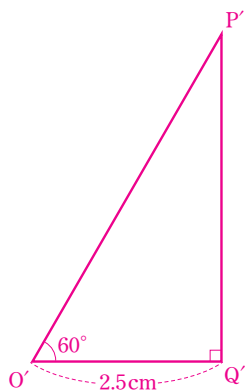
測ると、約4.3cmだから、

校舎の高さは、

$$PQ = 4.3 \times 200 = 860 \text{ (cm)}$$

$$860 \text{ cm} = 8.6 \text{ m}$$

約8.6m

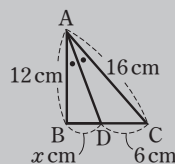


例題1

角の二等分線の性質

教 p.155~157

右の図で、印をつけた角の大きさが等しいとき、 x の値を求めなさい。



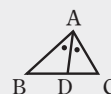
解 $AB : AC = BD : DC$ ▶ $\triangle ABC$ で、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、

$$12 : 16 = x : 6$$

$$16x = 72$$

$$x = 4.5$$

$$AB : AC = BD : DC$$



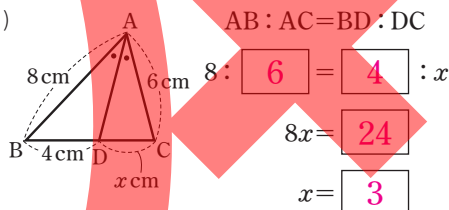
3

角の二等分線の性質

教 p.155~157

次の図で、印をつけた角の大きさが等しいとき、 x の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)



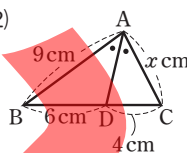
$$AB : AC = BD : DC$$

$$8 : 6 = 4 : x$$

$$8x = 24$$

$$x = 3$$

□(2)



$$AB : AC = BD : DC$$

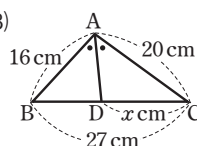
$$9 : x = 6 : 4$$

$$6x = 36$$

$$x = 6$$

$$x = 6$$

□(3)



$$AB : AC = BD : DC$$

$$16 : 20 = (27 - x) : x$$

$$16x = 20(27 - x)$$

$$16x = 540 - 20x$$

$$36x = 540$$

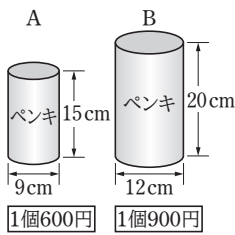
$$x = 15$$

$$x = 15$$

4 相似の利用

教 p.157

右の図のような、相似な円柱の形をしたペンキの缶AとBがあります。AとBの値段は、それぞれ600円と900円です。



- (1) AとBの体積の比を求めなさい。

AとBの相似比は、 $9:12=3:4$ だから、
体積の比は、 $3^3:4^3=27:64$ 27:64

- (2) 1800円で、Aを3個買うのとBを2個買うのとでは、どちらが割安か答えなさい。また、その理由を説明しなさい。

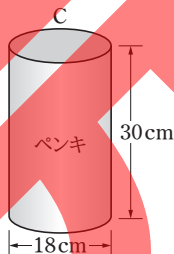
割安な方 Bを2個買う

理由 (例) Aを3個買うときと、Bを2個買うときの体積の比は、(1)より、
 $(27 \times 3) : (64 \times 2) = 81 : 128$
よって、Bを2個買う方が体積が大きいから。

同じ値段で買うなら、
体積が大きい方が
割安だね。



- (3) 別の日にお店に行くと、右のような円柱の形をしたペンキの缶Cが売られていました。Cの値段が何円以下であれば、Bよりも割安でしょうか。



BとCの底面の直径の比は、 $12:18=2:3$
BとCの高さの比は、 $20:30=2:3$
よって、BとCは相似で、相似比は2:3だから、
体積の比は、 $2^3:3^3=8:27$

つまり、Cの体積はBの体積の $\frac{27}{8}$ 倍。▶ $8:27=1:\frac{27}{8}$

よって、Cの値段がBの値段の $\frac{27}{8}$ 倍より安ければ、

Cの方が割安である。

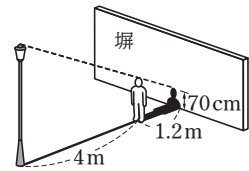
$$\underbrace{900}_{\text{Bの値段}} \times \frac{27}{8} = \frac{6075}{2} = 3037.5 \text{ (円)}$$

3037円以下

C チャレンジ

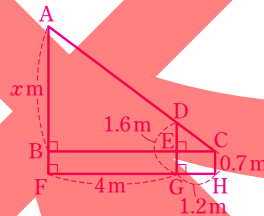


- 5 右の図のように、街灯の真下から4m離れたところに、身長1.6mの人が立っています。街灯の光で、この人の影が、



地面に1.2m、^壁に70cmうつっています。このとき、街灯の高さを求めなさい。

下の図のように、街灯をAF、^壁にうつった影をCH、人をDGとする。また、 $AB=x$ とする。



△ABCで、 $DE \parallel AB$ だから、

$$DE:AB=CE:CB$$

$$(1.6-0.7):x=1.2:(1.2+4)$$

$$1.2x=0.9 \times 5.2$$

$$x=3.9$$

したがって、 $AF=3.9+0.7=4.6$ (m)

4.6m

相似を利用すると、いろいろな身のまわりの問題を解決することができるんだね。



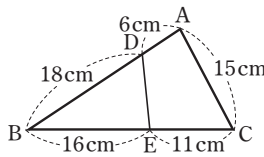
5章 図形と相似

教 p.122~161

点

1 下の図について、次の問いに答えなさい。

- (1) 相似な三角形の組を見つけ、その関係を記号 $\sim$ を使って表しなさい。また、そのとき使った相似条件を答えなさい。



$\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ で、

$$AB : EB = (6 + 18) : 16 = 3 : 2$$

$$BC : BD = (16 + 11) : 18 = 3 : 2$$

よって、 $AB : EB = BC : BD$

また、 $\angle B$ は共通だから、 $\angle ABC = \angle EBD$

2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいから、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

- (2) DEの長さを求めなさい。

(1)より、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ だから、

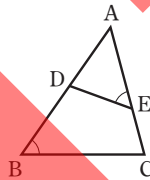
$$CA : DE = AB : EB$$

$$15 : DE = 3 : 2 \quad 3DE = 30 \quad DE = 10 \text{ (cm)}$$

別解 (1)より、 $\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ の相似比は3:2だから、

$$DE = \frac{2}{3} CA = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \text{ (cm)}$$

- 2 右の図で、 $\angle ABC = \angle AED$ のとき、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ であることを証明しなさい。



2 p.90 A 1

10点

$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ で、
仮定より、

$$\angle ABC = \angle AED \quad \dots\dots ①$$

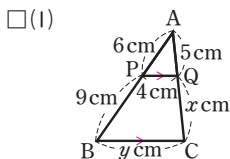
$\angle A$ は共通だから、

$$\angle BAC = \angle EAD \quad \dots\dots ②$$

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

- 3 次の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。



$$AP : PB = AQ : QC$$

$$6 : 9 = 5 : x$$

$$6x = 45$$

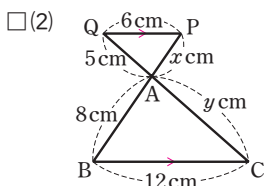
$$x = 7.5$$

$$AP : AB = PQ : BC$$

$$6 : (6 + 9) = 4 : y$$

$$6y = 60$$

$$y = 10$$



$$AP : AB = PQ : BC$$

$$x : 8 = 6 : 12$$

$$12x = 48$$

$$x = 4$$

$$AQ : AC = PQ : BC$$

$$5 : y = 6 : 12$$

$$6y = 60$$

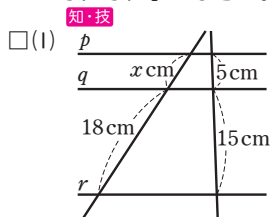
$$y = 10$$

3 p.94 A 1, p.95 B 3

24点(各6点)

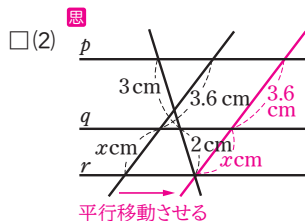
(1)	$x =$	7.5
	$y =$	10
(2)	$x =$	4
	$y =$	10

- 4 次の図で、直線 p, q, r が平行のとき、 x の値を、それぞれ求めなさい。



$$x : 18 = 5 : 15$$

$$15x = 90 \quad x = 6$$



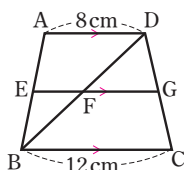
$$3 : 2 = 3.6 : x$$

$$3x = 7.2 \quad x = 2.4$$

- 4 2 p.94 A 2, p.95 B 6 12点(各6点)

(1)	$x =$	6
(2)	$x =$	2.4

- 5 右の図は、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ で、 E は辺 AB の中点です。点 E を通り BC に平行な直線をひき、 DB, DC との交点を、それぞれ F, G とするとき、線分 EG の長さを求めなさい。



$AD \parallel EG \parallel BC$ と $AE : EB = 1 : 1$ より、点 F は BD の中点、点 G は DC の中点である。

中点連結定理より、 $\triangle ABD$ で、 $EF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ (cm)

$\triangle DBC$ で、 $FG = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ (cm)

よって、 $EG = EF + FG = 4 + 6 = 10$ (cm)

- 5 2 p.98 A 3 12点

	10 cm
--	-------

- 6 相似な2つの円柱 F, G があり、 F と G の高さの比は $4 : 3$ です。

- (1) F と G の表面積の比を求めなさい。

相似比が $4 : 3$ だから、表面積の比は、 $4^2 : 3^2 = 16 : 9$

- (2) G の体積が $54\pi \text{ cm}^3$ のとき、 F の体積を求めなさい。

F と G の体積の比は、 $4^3 : 3^3$

F の体積を $x \text{ cm}^3$ とすると、 $x : 54\pi = 4^3 : 3^3$

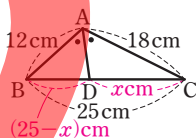
$$27x = 54\pi \times 64$$

$$x = 128\pi$$

- 6 2 p.102 A 1・3 12点(各6点)

(1)	16 : 9
(2)	$128\pi \text{ cm}^3$

- 7 右の図で、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、 DC の長さを求めなさい。



AD は $\angle A$ の二等分線だから、

$$AB : AC = BD : DC$$

$DC = x \text{ cm}$ とすると、 $12 : 18 = (25 - x) : x$

$$12x = 18(25 - x)$$

$$2x = 3(25 - x)$$

$$2x = 75 - 3x$$

$$5x = 75 \quad x = 15$$

両辺を6でわる

- 7 2 p.106 A 3 12点

	15 cm
--	-------

5章 図形と相似

教 p.122~161

学習日

得点

点

- **1** 右の図で、AB, CD, EFは平行です。x, yの値を求めなさい。

△GABで、AB//EFだから、

$$GF:GB=EF:AB$$

$$y:8=x:6 \quad 6y=8x \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$$\triangle BCD \text{ で、} EF//CD \text{ だから、} BF:BD=EF:CD \quad (8-y):(8+2)=x:6 \quad 6(8-y)=10x \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと、} (x, y) = \left(\frac{8}{3}, \frac{32}{9} \right)$$

- **2** 右の図のような、AD//BCである台形ABCDがあります。

辺ABの中点Mを通り

辺BCに平行な直線と、

辺CD, 対角線BD, ACとの交点を、それぞれN, P, Qとします。BC=8cm, PQ=2cmのとき、辺ADの長さを求めなさい。

AD//MN//BCとAM:MB=1:1より、点PはBDの中点、点QはACの中点である。

$$\triangle ABC \text{ で、中点連結定理より、} MQ = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

$$PQ = 2 \text{ cm だから、} MP = MQ - PQ = 4 - 2 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\triangle ABD \text{ で、中点連結定理より、} AD = 2MP = 2 \times 2 = 4 \text{ (cm)}$$

- **3** 右の図のように、線分ABを直径とする円を底面とし、点Cを頂点とする円錐があります。この円錐の母線CA上に

CD=DE=EAとなる点D, E

をとり、この円錐の底面と平行

で点D, Eを通る平面をそれぞれ

平面L, Mとします。平面Lと平面Mで分けられ

た円錐の3つの部分を頂点に近い方から、P, Q, R

とします。Qの体積が28cm³のとき、Rの体積を

求めなさい。

(三重県)

Pと(P+Q)の円錐は相似で、相似比は1:2だから、体積の比は、1³:2³=1:8

よって、PとQの体積の比は、1:(8-1)=1:7

Qの体積は28cm³だから、Pの体積をxcm³とすると、

$$x:28=1:7 \quad 7x=28 \quad x=4 \quad \text{よって、Pの体積は} 4 \text{ cm}^3$$

(P+Q)と(P+Q+R)の円錐は相似で、相似比は2:3だから、体積の比は、2³:3³=8:27

よって、(P+Q)とRの体積の比は、8:(27-8)=8:19

(P+Q)の体積は、4+28=32 (cm³) だから、Rの体積をycm³とすると、

$$32:y=8:19 \quad 8y=32 \times 19 \quad y=76$$

1 2 p.95 C 7

20点(各10点)

$$x = \frac{8}{3}$$

$$y = \frac{32}{9}$$

2 2 p.98 A 3

10点

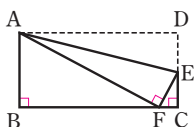
$$4 \text{ cm}$$

3 2 p.103

10点

$$76 \text{ cm}^3$$

- 4 右の図は、長方形 ABCD を AE を折り目として、点 D が BC 上の点 F に重なるように折り返したものです。



- (1) $\triangle ABF \sim \triangle FCE$ であることを証明しなさい。

$$\begin{aligned}\angle AFB + \angle AFE + \angle EFC &= 180^\circ \\ \angle FEC + \angle ECF + \angle EFC &= 180^\circ \\ \angle AFE &= \angle ECF = 90^\circ \text{ だから, } \angle AFB = 90^\circ - \angle EFC, \\ \angle FEC &= 90^\circ - \angle EFC \text{ となる.}\end{aligned}$$

- (2) $AB=8\text{cm}$, $AF=17\text{cm}$, $CF=2\text{cm}$ のとき、CE の長さを求めなさい。

折り返した辺だから、 $AD=AF=17\text{cm}$
また、四角形 ABCD は長方形だから、 $BC=AD=17\text{cm}$
よって、 $BF=17-2=15\text{ (cm)}$

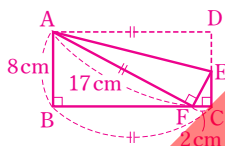
(1) より、 $\triangle ABF \sim \triangle FCE$ だから、

$$AB : FC = BF : CE$$

$CE=x\text{cm}$ とすると、

$$8 : 2 = 15 : x$$

$$8x = 30 \quad x = 3.75$$



4 例 p.90~91

30 点 (各 15 点)

$$\begin{aligned}\triangle ABF \text{ と } \triangle FCE \text{ で,} \\ \angle ABF = \angle FCE = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{1}\end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned}\angle AFB &= 180^\circ - (90^\circ + \angle EFC) \\ &= 90^\circ - \angle EFC \quad \cdots \cdots \textcircled{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle FCE \text{ で, 内角の和は } 180^\circ \text{ だから,} \\ \angle FEC &= 180^\circ - (90^\circ + \angle EFC) \\ &= 90^\circ - \angle EFC \quad \cdots \cdots \textcircled{3}\end{aligned}$$

(1)

②, ③ から、

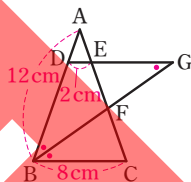
$$\angle AFB = \angle FEC \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

①, ④ から、2 組の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle ABF \sim \triangle FCE$

(2)

$$3.75\text{ cm} \left(\frac{15}{4}\text{ cm} \right)$$

- 5 右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形であり、D、E はそれぞれ辺 AB、AC 上の点で、 $DE \parallel BC$ です。また、F、G はそれぞれ $\angle ABC$ の二等分線と辺 AC、直線 DE との交点です。



$AB=12\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, $DE=2\text{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。

(愛知県改題)

- (1) 線分 DG の長さは何 cm か、求めなさい。

BG は $\angle DBC$ の二等分線だから、 $\angle DBG = \angle GBC$
 $DG \parallel BC$ より、 $\angle DGB = \angle GBC$ よって、 $\angle DBG = \angle DGB$
 2 つの角が等しいから、 $\triangle DBG$ は二等辺三角形であり、 $DG = DB$
 また、 $DE \parallel BC$ より、 $AD : AB = DE : BC$
 $AD = x\text{cm}$ とすると、 $x : 12 = 2 : 8 \quad 8x = 24 \quad x = 3$
 よって、 $DG = DB = AB - AD = 12 - 3 = 9\text{ (cm)}$

- (2) $\triangle FBC$ の面積は $\triangle ADE$ の面積の何倍か、求めなさい。

$\triangle ADE = S$ とする。 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ で、相似比は $2 : 8 = 1 : 4$ だから、
面積の比は、 $1^2 : 4^2 = 1 : 16$ よって、 $\triangle ABC = 16S$

また、 $\triangle ABC$ で、BG は $\angle ABC$ の二等分線だから、 $CF : FA = 8 : 12 = 2 : 3$

よって、 $\triangle FBC = \frac{2}{5} \triangle ABC \rightarrow \triangle FBC : \triangle ABC = CF : CA = 2 : (2+3) = 2 : 5$

$\triangle ABC = 16S$ だから、 $\triangle FBC = \frac{2}{5} \times 16S = \frac{32}{5} S$ よって、 $\triangle FBC$ の面積は、 $\triangle ADE$ の面積の $\frac{32}{5}$ 倍。

AE=3cm と角の二等分線の性質より、CF、EF の長さを求めて解く方法もあるよ。



5 例 p.101 例 8, p.106 例 3

30 点 (各 15 点)

$$(1) \quad 9\text{ cm}$$

$$(2) \quad \frac{32}{5} \text{ 倍}$$

円周角と中心角

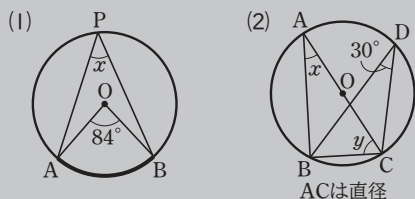
教 p.164~168

A 基本を身につけよう

例題 1 円周角の定理

教 p.166~167

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



解 (1) $\angle x = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 84^\circ = 42^\circ$

(2) $\angle x = \angle BDC = 30^\circ$

ACは直径だから、 $\angle ABC = 90^\circ$

$\triangle ABC$ で、3つの内角の和は 180° だから、

$$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + \angle x)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

円周角の定理

① 円周角 $= \frac{1}{2} \times$ 中心角

② 同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。

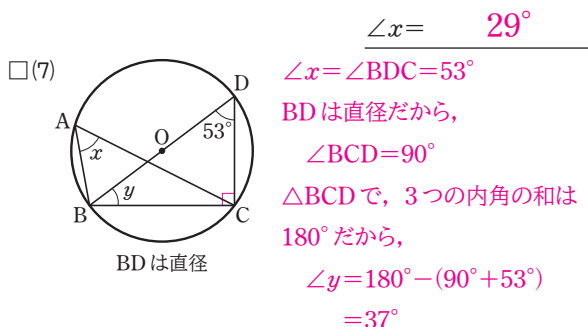
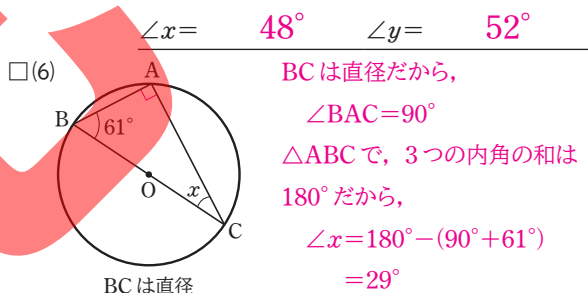
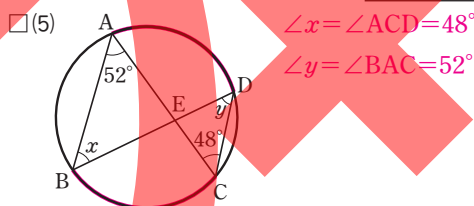
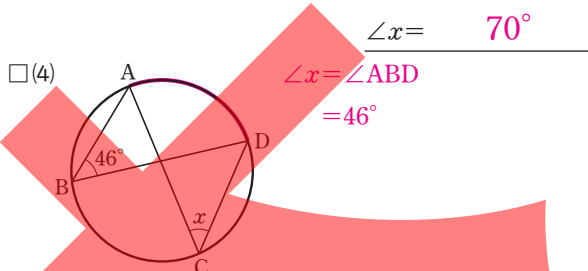
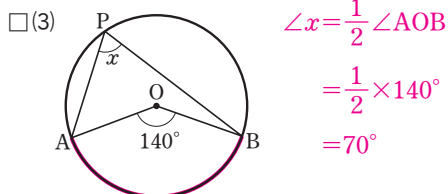
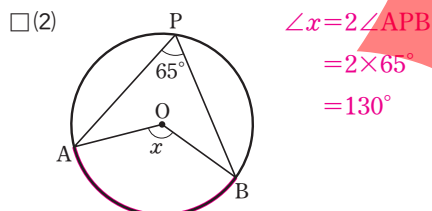
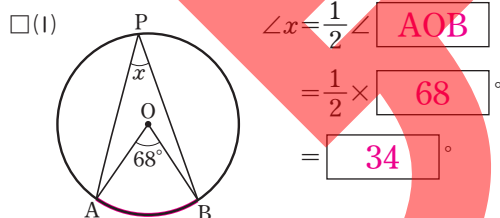
★半円の弧に対する円周角は、直角である。



1 円周角の定理

教 p.166~167

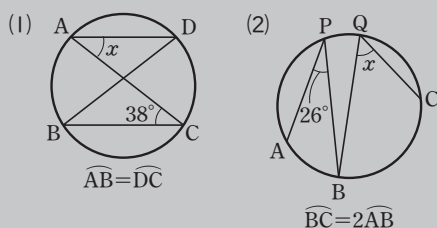
次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



$$\angle x = 130^\circ$$

$$\angle x = 53^\circ \quad \angle y = 37^\circ$$

次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



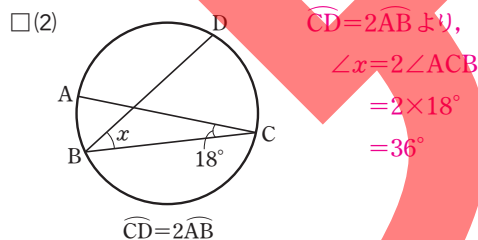
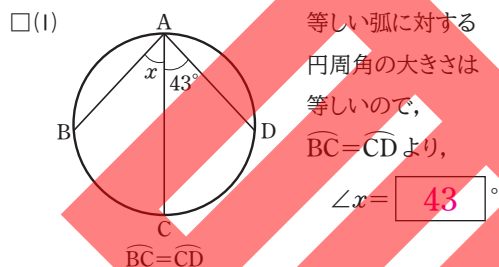
- 解 (1) 等しい弧に対する円周角の大きさは等しいので、 $\widehat{AB}=\widehat{DC}$ より、
 $\angle x = \angle ACB = 38^\circ$
 (2) $\widehat{BC}=2\widehat{AB}$ より、
 $\angle x = 2\angle APB$
 $= 2 \times 26^\circ = 52^\circ$

弧と円周角

1つの円で、等しい弧に対する円周角の大きさは等しい。

2 知・技 弧と円周角

次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



$\angle x = 36^\circ$

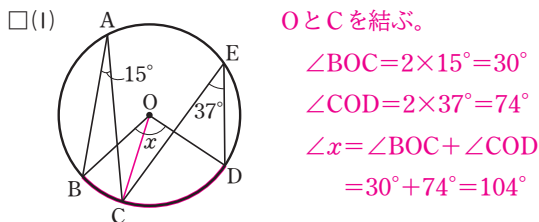


弧の長さが2倍になると、それに対する円周角の大きさも2倍になるよ。

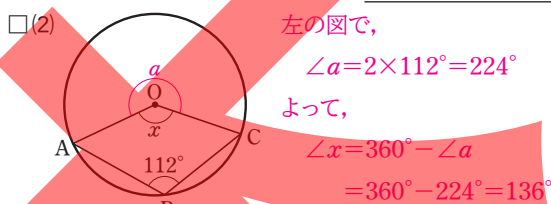
B 力をつけよう

3 円周角の定理

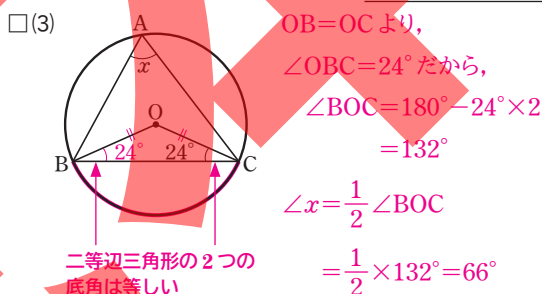
次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



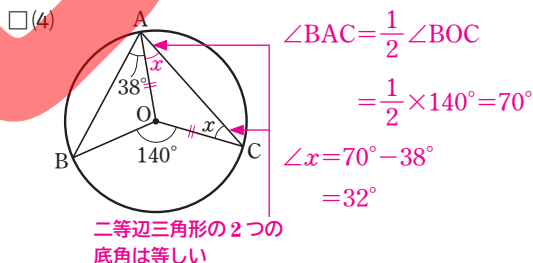
$\angle x = 104^\circ$



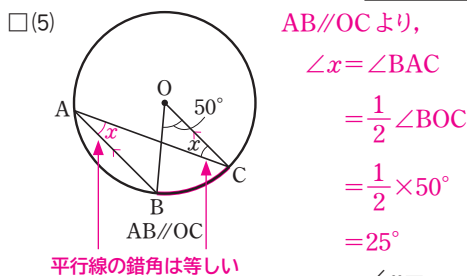
$\angle x = 136^\circ$



$\angle x = 66^\circ$



$\angle x = 32^\circ$



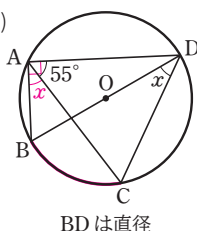
$\angle x = 25^\circ$

4 円周角の定理

教 p.166~167

次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

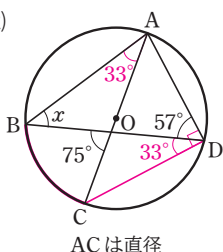
□(1)



BD は直径だから、
 $\angle BAD = 90^\circ$
 $\angle x = \angle BAC$
 $= 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$

$$\angle x = 35^\circ$$

□(2)



左の図で、AC は直径だから、
 $\angle ADC = 90^\circ$
 $\angle BDC = 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$
 三角形の内角・外角の性質から、
 $\angle x = 75^\circ - 33^\circ = 42^\circ$

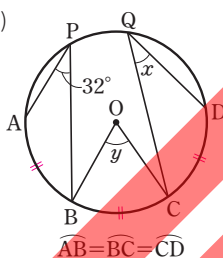
$$\angle x = 42^\circ$$

5 弧と円周角

教 p.167~168

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

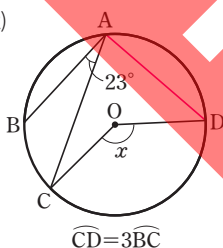
□(1)



$\widehat{AB} = \widehat{CD}$ より、
 $\angle x = \angle APB = 32^\circ$
 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ より、
 $\angle y = 2\angle APB$
 $= 2 \times 32^\circ = 64^\circ$

$$\angle x = 32^\circ \quad \angle y = 64^\circ$$

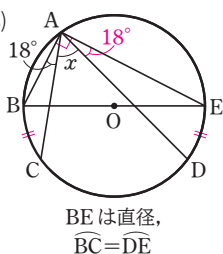
□(2)



A と D を結ぶ。
 $\widehat{CD} = 3\widehat{BC}$ より、
 $\angle CAD = 3\angle BAC$
 $= 3 \times 23^\circ$
 $= 69^\circ$
 $\angle x = 2\angle CAD$
 $= 2 \times 69^\circ = 138^\circ$

$$\angle x = 138^\circ$$

□(3)



BE は直径だから、
 $\angle BAE = 90^\circ$
 $\widehat{BC} = \widehat{DE}$ より、
 $\angle DAE = 18^\circ$ だから、
 $\angle x = 90^\circ - 18^\circ \times 2 = 54^\circ$

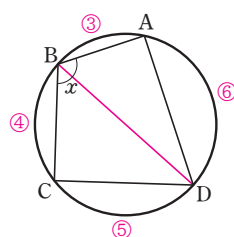
$$\angle x = 54^\circ$$

6 弧と円周角

教 p.167~168

右の図で、

$\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DA}$
 $= 3 : 4 : 5 : 6$ のとき、
 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



B と D を結ぶ。

円周の $\frac{6}{18}$ の弧に対する円周角だから、
 $\angle ABD = \frac{1}{2} \times 360^\circ \times \frac{6}{18} = 60^\circ$

円周の $\frac{5}{18}$ の弧に対する円周角だから、
 $\angle CBD = \frac{1}{2} \times 360^\circ \times \frac{5}{18} = 50^\circ$
 よって、 $\angle x = \angle ABD + \angle CBD$
 $= 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ$

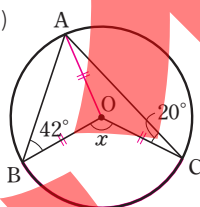
$$\angle x = 110^\circ$$

C チャレンジ

7

次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

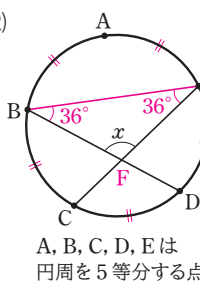
□(1)



A と O を結ぶ。
 二等辺三角形の 2 つの底角は等しいので、左の図から、
 $\angle BAO = 42^\circ$
 $\angle OAC = 20^\circ$
 よって、
 $\angle BAC = 42^\circ + 20^\circ = 62^\circ$
 $\angle x = 2\angle BAC$
 $= 2 \times 62^\circ = 124^\circ$

$$\angle x = 124^\circ$$

□(2)



A, B, C, D, E は
 円周を 5 等分する点

B と E を結ぶ。
 円周の $\frac{1}{5}$ の弧に対する
 円周角だから、
 $\angle BEC = \angle DBE$
 $= \frac{1}{2} \times 360^\circ \times \frac{1}{5}$
 $= 36^\circ$
 $\triangle BFE$ で、3 つの内角の和は
 180° だから、
 $\angle x = 180^\circ - 36^\circ \times 2 = 108^\circ$

$$\angle x = 108^\circ$$

円周角の定理の逆

教 p.169~171

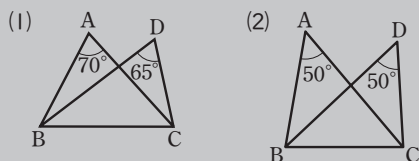
A 基本を身につけよう

例題
1

円周角の定理の逆

教 p.170~171

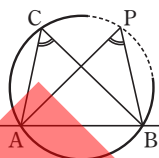
下の図で、4点A, B, C, Dは、それぞれ同じ円周上にありますか。



- 【解】(1) $\angle BAC$ と $\angle BDC$ が等しくないから、
4点A, B, C, Dは同じ円周上にない。
(2) $\angle BAC = \angle BDC = 50^\circ$ だから、4点
A, B, C, Dは同じ円周上にある。

円周角の定理の逆

円周上に3点A, B, Cがあつて、点Pが、直線ABについて点Cと同じ側にあるとき、
 $\angle APB = \angle ACB$ ならば、
点Pはこの円の $\widehat{ACB}$ 上にある。

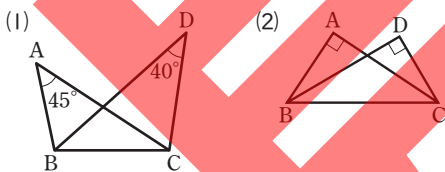


知・技・判

1 円周角の定理の逆

教 p.170~171

下の図で、4点A, B, C, Dは、それぞれ同じ円周上にありますか。



- (1) $\angle BAC$ と $\angle BDC$ が等しくないから、4点
A, B, C, Dは同じ円周上に **ない**。

- (2) $\angle BAC = \angle BDC =$ **90** $^\circ$ だから、
4点A, B, C, Dは同じ円周上に **ある**。

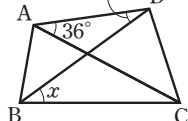
知・技

2 円周角の定理の逆

教 p.170~171

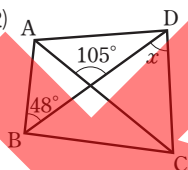
次の図で、それぞれ $\angle x$ の大きさが何度のとき、
4点A, B, C, Dは同じ円周上にありますか。

- (1) $\angle x = \angle DAC$ であればよい。



$$\angle x = 36^\circ$$

- (2) $\angle x = \angle BAC$ であればよい。
三角形の内角・外角の性質から、
 $\angle BAC = 105^\circ - 48^\circ = 57^\circ$



$$\angle x = 57^\circ$$

B 力をつけよう

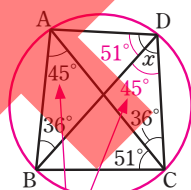
□ 3 円周角の定理の逆

教 p.170~171

右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$\angle ABD = \angle ACD = 36^\circ$
だから、4点A, B, C, Dは同じ円周上にある。
右の図から、

$$\angle x = 51^\circ + 45^\circ = 96^\circ$$



同じ弧に対する
円周角は等しい

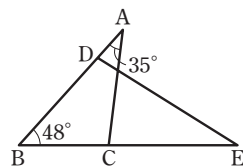
$$\angle x = 96^\circ$$

知・技

□ 4 円周角の定理の逆

教 p.170~171

右の図で、4点A, D, C, Eが同じ円周上にあるようにするには、
 $\angle BDE$ の大きさを何度にすればよいですか。



4点A, D, C, Eが同じ円周上にあるようにするには、
 $\widehat{DC}$ に対する円周角 $\angle DEC$ と $\angle DAC$ が等しくなればよいので、 $\angle DEC = 35^\circ$ となればよい。

このとき、 $\triangle BDE$ で、3つの内角の和は 180° だから、

$$\begin{aligned} \angle BDE &= 180^\circ - (\angle DBE + \angle DEB) \\ &= 180^\circ - (48^\circ + 35^\circ) \\ &= 97^\circ \end{aligned}$$

$$97^\circ$$

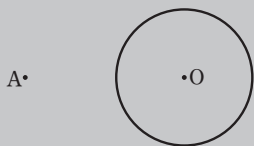


A 基本を身につけよう

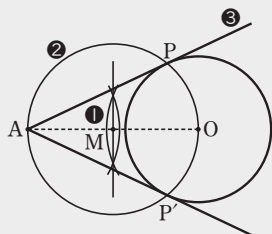
例題 1 円の接線の作図

教 p.175

円Oと、この円の外部に点Aがあります。点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。



解



〔作図の手順〕

- ① 線分AOの中点Mを作図する。
- ② Mを中心として、MOを半径とする円Mをかく。
- ③ 円Mと円Oの交点の1つをPとすると、2点A, Pを通る直線が、求める接線である。

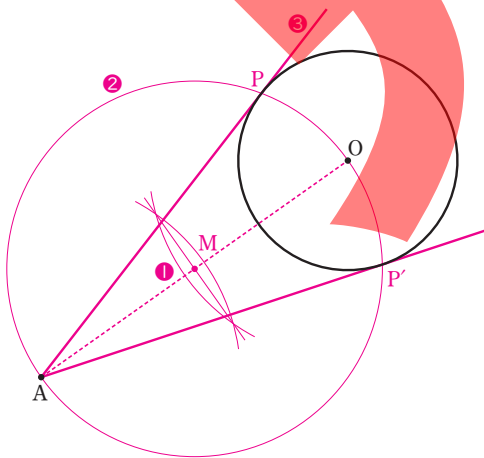
このとき、 $\angle APO = 90^\circ$ となるから、直線APは円の接線だといえるよ。



□1 円の接線の作図

教 p.175

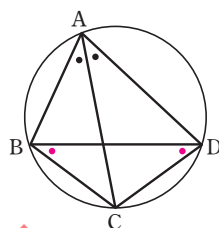
円Oと、この円の外部に点Aがあります。点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。



□2 円周角の定理を利用した証明

教 p.176

右の図で、4点A, B, C, Dは同じ円周上にあり、ACは $\angle BAD$ の二等分線です。このとき、 $\triangle BCD$ は二等辺三角形であることを、次の□をうめて証明しなさい。



〔証明〕

$\widehat{BC}$ に対する円周角は等しいので、

$$\angle BAC = \angle \boxed{BDC} \dots\dots ①$$

$\widehat{CD}$ に対する円周角は等しいので、

$$\angle CAD = \angle \boxed{CBD} \dots\dots ②$$

ACは $\angle BAD$ の二等分線だから、

$$\angle BAC = \angle \boxed{CAD} \dots\dots ③$$

$$\text{①, ②, ③から、}\angle BDC = \angle \boxed{CBD}$$

よって、2つの角が等しいので、

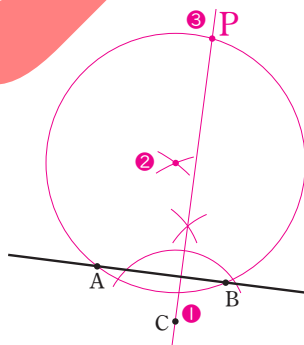
$\triangle BCD$ は二等辺三角形である。

B 力をつけよう

□3 円の性質を利用した作図

教 p.173~174

下の図のように、3点A, B, Cがあります。直線ABについて点Cと反対側に、 $AB \perp CP$, $\angle APB = 30^\circ$ となる点Pを作図しなさい。



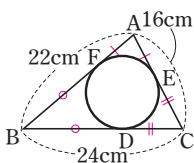
▶ $\triangle OAB$ は正三角形だから、 $\angle AOB = 60^\circ$ よって、 $\angle APB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

- ① 点Cを通る直線ABの垂線をひく。
- ② 直線ABについて、点Cと反対側に、正三角形OABの頂点Oをとる。
- ③ 点Oを中心として、OAを半径とする円Oをかき、①の垂線と円Oとの交点のうち、直線ABについてCと反対側にあるものを点Pとする。

□ 4 円の接線の長さ

教 p.175

右の図で、点D, E, Fは、それぞれ、△ABCの辺BC, CA, ABと円との接点です。CDの長さを求めなさい。



それぞれの接線の長さは等しいから、

$$CD=CE, AE=AF, BF=BD$$

$CD=CE=x$ cm とすると、

$$AE=16-x \text{ (cm)}, BD=24-x \text{ (cm)}$$

よって、 $AF=16-x$ (cm), $BF=24-x$ (cm) だから、

$$AB=AF+BF=(16-x)+(24-x)$$

$$=40-2x \text{ (cm)}$$

$AB=22$ cm だから、

$$40-2x=22$$

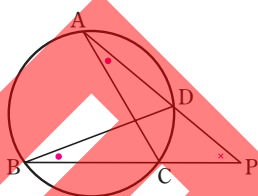
$$-2x=-18 \quad x=9$$

9 cm

5 円周角の定理を利用した証明

教 p.176

右の図のように、円周上に4点A, B, C, Dをとります。弦ADを延長した直線と弦BCを延長した直線との交点をPとします。



□(1) △PAC≌△PBDであることを証明しなさい。

〔証明〕

△PACと△PBDで、

∠CDに対する円周角は等しいので、

$$\angle PAC = \angle PBD \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

∠Pは共通だから、

$$\angle APC = \angle BPD \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle PAC \cong \triangle PBD$$

□(2) ∠ADB=60°, ∠CAD=20°のとき、

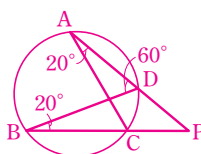
∠CPDの大きさを求めなさい。

(1)より、∠PBD=∠PAC=20°

△PBDで内角・外角の性質より、

$$\angle CPD = \angle ADB - \angle PBD$$

$$= 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

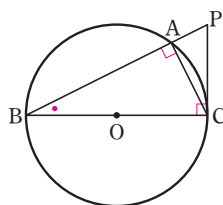


40°

□ 6 円周角の定理を利用した証明

教 p.176

右の図のように、BCを直径とする円Oの周上に、点Aをとります。点Cを接点とする円Oの接線と直線BAとの交点をPとすると、



△ABC≌△CBPであることを証明しなさい。

〔証明〕

△ABCと△CBPで、

BCは円Oの直径だから、∠BAC=90°

PCは円Oの接線だから、∠BCP=90°

よって、∠BAC=∠BCP ……①

∠Bは共通だから、

$$\angle ABC = \angle CBP \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

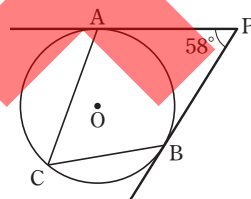
①, ②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \cong \triangle CBP$$

C チャレンジ



□ 7 右の図のPA, PBは円Oの接線、A, Bは接点、Cは円周上の点です。∠ACBの大きさを求めなさい。



PA, PBは円Oの接線だから、

$$PA \perp OA$$

$$PB \perp OB$$

よって、四角形AOBPの

内角の和より、

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 58^\circ + 90^\circ)$$

$$= 360^\circ - 238^\circ$$

$$= 122^\circ$$

円周角の定理より、

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 122^\circ = 61^\circ$$

61°

△PABが二等辺三角形であることを利用しても求められるよ。



6章 円の性質

教 p.162~181

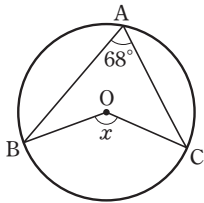
学習日

得点

点

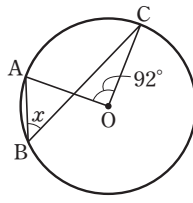
1 知・技 次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

□(1)



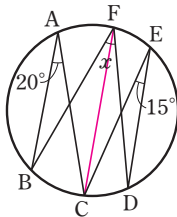
$$\angle x = 2 \times 68^\circ = 136^\circ$$

□(2)



$$\angle x = \frac{1}{2} \times 92^\circ = 46^\circ$$

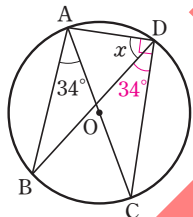
□(3)



FとCを結ぶ。

$$\angle x = 20^\circ + 15^\circ = 35^\circ$$

□(4)



ACは直径

$$\angle x = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$

1 2 p.112 A 1, p.113 B 3, p.114 B 4

24点(各6点)

(1)	$\angle x =$	136°
(2)	$\angle x =$	46°
(3)	$\angle x =$	35°
(4)	$\angle x =$	56°

2 2 p.113 A 2, p.114 B 5 18点(各6点)

(1)	$\angle x =$	34°
	$\angle y =$	68°
(2)		68°

2 知・技 右の図で、 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ のとき、次の問いに答えなさい。

□(1) $\angle x, \angle y$ の大きさを求めなさい。

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \text{より}, \angle x = 34^\circ$$

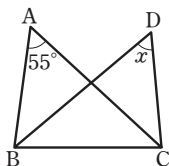
$$\widehat{AB} = \widehat{BC} \text{より}, \angle y = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

□(2) $\angle BPD$ の大きさを求めなさい。

$$\widehat{BD} = 2\widehat{AB} \text{より}, \angle BPD = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

3 知・技 次の図で、4点A, B, C, Dが同じ円周上にあるとき、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

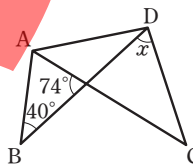
□(1)



$$\angle BDC = \angle BAC \text{より},$$

$$\angle x = 55^\circ$$

□(2)



$$\angle x = \angle BAC$$

$$= 180^\circ - (40^\circ + 74^\circ)$$

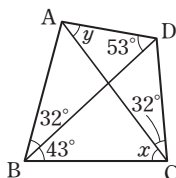
$$= 66^\circ$$

3 2 p.112 A 1

14点(各7点)

(1)	$\angle x =$	55°
(2)	$\angle x =$	66°

- 4 ^思 右の図の四角形 ABCD で、
 $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。
 $\angle ABD = \angle ACD$ だから、
 円周角の定理の逆より、
 4 点 A, B, C, D は同じ
 円周上にある。



$\widehat{AB}$ に対する円周角は等しいので、
 $\angle x = \angle ADB = 53^\circ$
 $\widehat{CD}$ に対する円周角は等しいので、
 $\angle y = \angle DBC = 43^\circ$

4 2 p.115 B 3

14 点 (各 7 点)

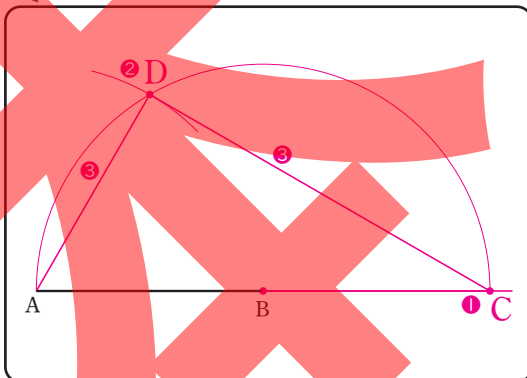
$\angle x =$	53°
$\angle y =$	43°

- 5 ^思 右の図のような $AB = 3\text{cm}$ の線分が
 あります。線分 AB の延長上に $AC = 6\text{cm}$ と
 なる点 C をとり、 $AD = 3\text{cm}$, $\angle D = 90^\circ$ と
 なる直角三角形 ACD を作図しなさい。
 半円の弧に対する円周角は 90° になる。
 $\angle D = 90^\circ$ に着目すると、AC を円の直径として
 利用すればよいことがわかる。

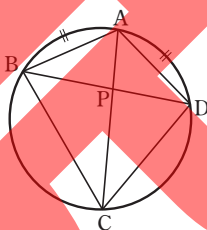
- ① $AC = 6\text{cm}$ だから、点 B を中心として、半径 BA
 の円 B をかき、直線 AC との交点を C とする。
- ② $AD = 3\text{cm}$ だから、点 A を中心として、半径 AB
 の円 A をかき、円 B との交点を D とする。
- ③ 3 点 A, C, D を結ぶ。

5 2 p.116

12 点



- 6 ^{知・技} 右の図のように、円周上
 の 4 点 A, B, C, D を頂点
 とする四角形 ABCD の対角
 線 AC と BD との交点を P と
 します。 $\widehat{AB} = \widehat{AD}$ であるとき、
 $\triangle ABC \sim \triangle APB$ であることを
 を次のように証明しました。



ア, イにはあてはまる記号を, ウには三角形の相似
 条件を書きなさい。

〔証明〕

$\triangle ABC$ と $\triangle APB$ で、

$\widehat{AB} = \widehat{AD}$ より、

$\angle ACB = \angle$ ア①

$\angle A$ は共通だから、

$\angle BAC = \angle$ イ②

①, ②から、ウ ので、

$\triangle ABC \sim \triangle APB$

6 2 p.116~117

18 点 (各 6 点)

ア	ABP
イ	PAB
ウ	2 組の角が、それぞれ等しい

6章 円の性質

教 p.162~181

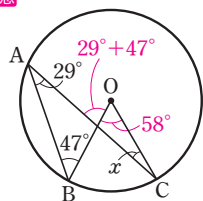
学習日

得点

点

1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

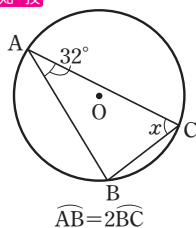
□(1)



$$\angle BOC = 2 \times 29^\circ = 58^\circ$$

$$\angle x = (29^\circ + 47^\circ) - 58^\circ = 18^\circ$$

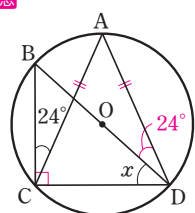
□(2)



$$\widehat{AB} = \widehat{BC} \text{ より,}$$

$$\angle x = 2 \times 32^\circ = 64^\circ$$

□(3)



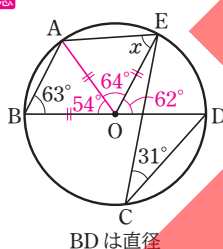
BDは直径, $AC=AD$

$$\angle ACD = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$$

$$AC=AD \text{ だから, } \angle ADC = 66^\circ$$

$$\angle x = 66^\circ - 24^\circ = 42^\circ$$

□(4)



BDは直径

AとOを結ぶ。

$$\angle EOD = 2 \times 31^\circ = 62^\circ$$

$\triangle OAB$ は $OA=OB$ の二等辺三角形だから、

$$\angle AOB = 180^\circ - 63^\circ \times 2 = 54^\circ$$

よって、 $\angle AOE = 180^\circ - (54^\circ + 62^\circ) = 64^\circ$

$\triangle OAE$ は $OA=OE$ の二等辺三角形だから、

$$\angle x = (180^\circ - 64^\circ) \div 2 = 58^\circ$$

2 次の問いに答えなさい。

□(1)

右の図で、線分ACは円Oの直径です。 $\angle BOC = 72^\circ$ 、 $\widehat{CD}$ の長さが $\widehat{BC}$ の長さの $\frac{4}{3}$ 倍であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし、 $\widehat{BC}$ 、 $\widehat{CD}$ は、いずれも小さい方の弧とします。

(新潟県改)

$$\widehat{CD} = \frac{4}{3} \widehat{BC} \text{ だから, } \angle COD = \frac{4}{3} \angle BOC = \frac{4}{3} \times 72^\circ = 96^\circ$$

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 96^\circ = 48^\circ$$

□(2)

右の図で、点Oは線分ABを直径とする円の中心であり、2点C、Dは円Oの周上にある点です。点Oと点C、点Aと点C、点Bと点D、点Cと点Dをそれぞれ結びます。 $\angle AOC = \angle BDC$ 、

$\angle ABD = 34^\circ$ のとき、 x で示した $\angle OCD$ の大きさを求めなさい。

(2020年度・東京都)

円周角の定理より、 $\angle BAC = \angle BDC$ これと、 $\angle AOC = \angle BDC$ (仮定)より、 $\angle BAC = \angle AOC$

よって、 $\triangle OAC$ は $AC=OC$ の二等辺三角形であるが、 $OA=OC$ (円の半径)も成り立つから、

$\triangle OAC$ は正三角形である。したがって、 $\angle ACO = 60^\circ$ なので、 $\angle x = 60^\circ - 34^\circ = 26^\circ$

1 p.112~114

40点(各10点)

(1)	$\angle x = 18^\circ$
(2)	$\angle x = 64^\circ$
(3)	$\angle x = 42^\circ$
(4)	$\angle x = 58^\circ$

2 p.112~114

20点(各10点)

(1)	$\angle x = 48^\circ$
(2)	$\angle x = 26^\circ$

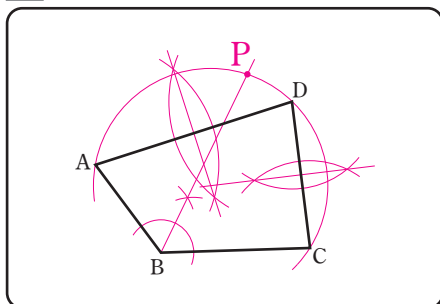
- 3 解答欄の四角形 ABCD を用いて、次の□の
中の条件①～③をすべて満たす点 P を作図しなさい。
ただし、作図に用いた線は消さないこと。 (石川県)

- ①点 P は、直線 BC に対して点 A と同じ側にある。
② $\angle ABP = \angle CBP$
③ $\angle ADC = \angle APC$

点 P は、 $\angle ABC$ の二等分線と 3 点 A, D, C を通る円との交点。

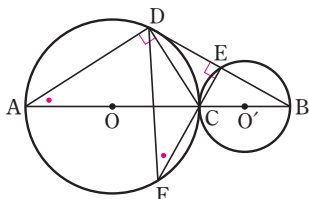
3 p.116

10 点



- 4 右の図

のように、
線分 AB 上
に点 C をと
り、線分
AC, BC を



直径とする円をそれぞれ O, O' とします。
点 D は円 O の周上にあり、線分 DB と円 O'
との交点を E とします。また、直線 EC と
円 O との交点を F とします。ただし、点 D
は 2 点 A, C と異なる点とします。このとき、
 $\triangle ADC \sim \triangle FED$ であることを証明しなさい。

(2024 年度・岩手県)

4 p.116~117

10 点

$\triangle ADC$ と $\triangle FED$ で、
AC は円 O の直径だから、 $\angle ADC = 90^\circ$
BC は円 O' の直径だから、 $\angle BEC = 90^\circ$
よって、

$$\angle FED = 180^\circ - \angle BEC = 90^\circ$$

だから、

$$\angle ADC = \angle FED \quad \cdots \cdots ①$$

$\widehat{DC}$ に対する円周角は等しいので、

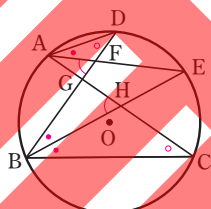
$$\angle DAC = \angle EFD \quad \cdots \cdots ②$$

①, ②から、2 組の角が、それぞれ等しい
ので、

$$\triangle ADC \sim \triangle FED$$

- 5 右の図のように、円

O の周上に 3 点 A, B,
C をとりまます。また、
点 B をふくまない $\widehat{AC}$
上に、2 点 A, C とは
異なる点 D をとり、



$\angle CBD$ の二等分線と円 O との交点のうち、
点 B とは異なる点を E とします。さらに、線
分 AE と線分 BD との交点を F とし、線分 AC
と線分 BD との交点を G、線分 AC と線分 BE
との交点を H とします。 (神奈川県)

- (1) $\triangle AFD \sim \triangle BHC$ であることを証明しなさい。

- (2) 8 つの点 A, B, C, D, E, F, G, H のう
ちの 2 点 A, B をふくむ 4 つの点 G, H と
は異なる 1 つの円の周上にあります。この円
の周上にある 4 つの点のうち、点 A と点 B
以外の 2 点を書きなさい。

(1) の結果から、 $\angle AFD = \angle BHC$ よって、 $\angle AFB = \angle AHB$

円周角の定理の逆より、4 点 A, B, F, H は 1 つの円の周上にある。

【参考】 求める 2 つの点に C, D, E のどれかがふくまれるとすると、A, B をふくむ 4 つの点は、円 O の周上
にあることになり、適さない。よって、求める 2 つの点は、F, G, H の中にある。

5 p.115~117

20 点 (各 10 点)

$\triangle AFD$ と $\triangle BHC$ で、
 $\widehat{AB}$ に対する円周角は等しいので、
 $\angle ADF = \angle BCH \quad \cdots \cdots ①$

$\widehat{DE}$ に対する円周角は等しいので、

$$\angle DAE = \angle DBE \quad \cdots \cdots ②$$

また、BE は $\angle CBD$ の二等分線だから、

$$\angle CBE = \angle DBE \quad \cdots \cdots ③$$

②, ③から、 $\angle DAE = \angle CBE$

よって、

$$\angle DAF = \angle CBH \quad \cdots \cdots ④$$

①, ④から、2 組の角が、それぞれ
等しいので、

$$\triangle AFD \sim \triangle BHC$$

(2)

点 F と点 H

三平方の定理

教 p.184~189



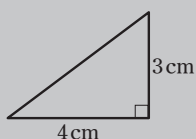
A 基本を身につけよう

例題 1

三平方の定理

教 p.185~186

右の図の直角三角形で、
残りの辺の長さを求め
なさい。



解 求める辺の長さを x cm とすると、

$$4^2 + 3^2 = x^2 \quad \text{▶ 三平方の定理}$$

$$x^2 = 25$$

$x > 0$ だから、 $x = 5$

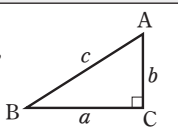
5 cm

三平方の定理

右の図の直角三角形 ABC で、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立つ。



1 知・技 三平方の定理

教 p.185~186

次の図の直角三角形で、 x の値を、それぞれ求めなさい。

□(1) $6^2 + 3^2 = x^2$
 $x^2 = 45$

$x > 0$ だから、

$$x = 3\sqrt{5}$$

$$\text{▶ } \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$$

□(2) $12^2 + 5^2 = x^2$
 $x^2 = 169$
 $x > 0$ だから、 $x = 13$

□(3) $(\sqrt{3})^2 + x^2 = (\sqrt{19})^2$
 $x^2 = 16$
 $x > 0$ だから、 $x = 4$

□(4) $x^2 + 4^2 = (2\sqrt{5})^2$
 $x^2 = 4$ ▶ $(2\sqrt{5})^2 = 20$
 $x > 0$ だから、 $x = 2$

x=2

例題 2

三平方の定理の逆

教 p.187~188

次の長さを 3 辺とする三角形のうち、直角三角形になるものをすべて選びなさい。

(ア) 3cm, 4cm, 6cm

(イ) 8cm, 15cm, 17cm

(ウ) $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{10}$ cm, $\sqrt{7}$ cm

解 (ア) $3^2 + 4^2 = 25$, $6^2 = 36$

$3^2 + 4^2$ と 6^2 は等しくない。

(イ) $8^2 + 15^2 = 289$, $17^2 = 289$

$8^2 + 15^2 = 17^2$ が成り立つ。

(ウ) $(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2 = 10$, $(\sqrt{10})^2 = 10$

$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2 = (\sqrt{10})^2$ が成り立つ。

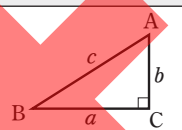
よって、(イ)と(ウ)

三平方の定理の逆

右の図の $\triangle ABC$ で、

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ ならば、}$$

$$\angle C = 90^\circ$$



知・技 判

2 三平方の定理の逆

教 p.187~188

次の長さを 3 辺とする三角形について、直角三角形になるものには○、そうでないものには×を書きなさい。

□(1) 9cm, 12cm, 15cm

$$9^2 + 12^2 = 225, 15^2 = 225$$

$$9^2 + 12^2 = 15^2 \text{ が成り立つので、}$$

直角三角形である。

したがって、○

□(2) 0.2cm, 0.3cm, 0.4cm

$$0.2^2 + 0.3^2 = 0.13, 0.4^2 = 0.16$$

$0.2^2 + 0.3^2$ と 0.4^2 は等しくないので、
直角三角形ではない。

×

□(3) 3cm, 4cm, $\sqrt{7}$ cm

$$3^2 + (\sqrt{7})^2 = 16, 4^2 = 16$$

$3^2 + (\sqrt{7})^2 = 4^2$ が成り立つので、直角三角形である。

○

B 力をつけよう

3 三平方の定理

教 p.185~186

次の問いに答えなさい。

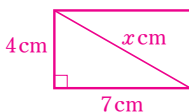
- (1) 2辺の長さが4cm, 7cmの長方形の対角線の長さを求めなさい。

対角線の長さを x cm とすると、

$$4^2 + 7^2 = x^2$$

$$x^2 = 65$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{65}$$



$$\sqrt{65} \text{ cm}$$

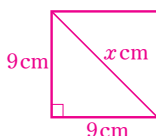
- (2) 1辺の長さが9cmの正方形の対角線の長さを求めなさい。

対角線の長さを x cm とすると、

$$9^2 + 9^2 = x^2$$

$$x^2 = 162$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = 9\sqrt{2}$$



$$9\sqrt{2} \text{ cm}$$

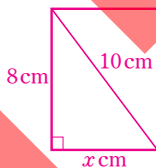
- (3) 縦8cm, 対角線の長さ10cmの長方形の横の長さを求めなさい。

横の長さを x cm とすると、

$$8^2 + x^2 = 10^2$$

$$x^2 = 36$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = 6$$



$$6 \text{ cm}$$

4 三平方の定理の逆

教 p.187~188

次の長さを3辺とする三角形は、どのような三角形ですか。下の①~⑦からもっとも適するものを1つ選びなさい。

⑦ 直角三角形

① 直角二等辺三角形

⑤ 二等辺三角形

- (1) 4cm, 4cm, $4\sqrt{2}$ cm

$$4^2 + 4^2 = 32, (4\sqrt{2})^2 = 32$$

$$4^2 + 4^2 = (4\sqrt{2})^2$$

よって、直角二等辺三角形

①

- (2) $3\sqrt{2}$ cm, $3\sqrt{2}$ cm, $2\sqrt{2}$ cm

$(3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2$ と $(3\sqrt{2})^2$ は等しくないので、
直角三角形ではない。

⑦

- (3) 3cm, 6cm, $3\sqrt{3}$ cm

$$3^2 + (3\sqrt{3})^2 = 36, 6^2 = 36 \text{ より,}$$

$$3^2 + (3\sqrt{3})^2 = 6^2$$

よって、直角三角形

⑦

5 三平方の定理

教 p.185~186

2辺の長さが5cm, 6cmの三角形があります。この三角形が直角三角形であるとき、残りの1辺の長さは何cmですか。

残りの1辺の長さを x cm とする。

斜辺が x cm の辺の場合、

三平方の定理より、

$$5^2 + 6^2 = x^2 \quad x^2 = 61$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{61}$$

斜辺が6cmの辺の場合、

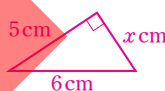
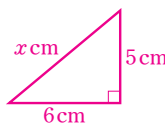
三平方の定理より、

$$5^2 + x^2 = 6^2 \quad x^2 = 11$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{11}$$

よって、 $\sqrt{61}$ cm または $\sqrt{11}$ cm

$$\sqrt{61} \text{ cm または } \sqrt{11} \text{ cm}$$



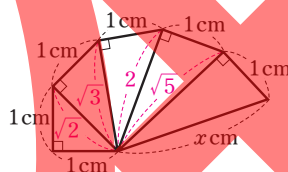
斜辺となるのは
もっとも長い辺だよ。
5cmの辺は斜辺に
はならないね。



6 三平方の定理

教 p.185~186

次の図で、 x の値を求めなさい。



左の直角三角形から順に斜辺の長さを求めていくと、

$$1^2 + 1^2 = 2 \quad \text{よって, } \sqrt{2} \text{ cm}$$

$$1^2 + (\sqrt{2})^2 = 3 \quad \text{よって, } \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$1^2 + (\sqrt{3})^2 = 4 \quad \text{よって, } 2 \text{ cm}$$

$$1^2 + 2^2 = 5 \quad \text{よって, } \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$1^2 + (\sqrt{5})^2 = 6 \quad \text{よって, } \sqrt{6} \text{ cm}$$

$$x = \sqrt{6}$$

C チャレンジ



- 7 斜辺の長さが $\sqrt{89}$ cm で、ほかの2辺の長さの和が13cmの直角三角形があります。ほかの2辺の長さを求めなさい。

ほかの2辺の長さの和が13cmだから、

ほかの2辺の長さは x cm, $(13-x)$ cm と表される。

三平方の定理より、

$$x^2 + (13-x)^2 = (\sqrt{89})^2 \rightarrow 2x^2 - 26x + 80 = 0$$

$$\text{これを解くと, } x^2 - 13x + 40 = 0$$

$$(x-5)(x-8) = 0 \quad x = 5, 8$$

$x = 5$ のときも $x = 8$ のときも、ほかの2辺の長さは5cm, 8cmとなり、これらは問題にあっている。

$$5 \text{ cm, } 8 \text{ cm}$$



A 基本を身につけよう

例題 1 正三角形の高さ

教 p.191

1 辺の長さが 8cm の正三角形 ABC の高さを求めなさい。

解 頂点 A から辺 BC に垂線 AH

をひくと、H は BC の中点になり、BH=4cm

△ABH で、 $\angle AHB=90^\circ$ だから、三平方の定理より、

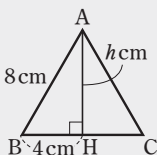
$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$AH=h$ cm とすると、

$$h^2 + 4^2 = 8^2 \quad h^2 = 48$$

$h > 0$ だから、 $h = 4\sqrt{3}$ $\rightarrow \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3}$

したがって、高さは、 $4\sqrt{3}$ cm

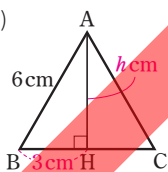


1 知・技 正三角形の高さと面積

教 p.191

次の正三角形の高さと面積を、それぞれ求めなさい。

□(1)



H は BC の中点だから、

BH=3cm

$AH=h$ cm とすると、

三平方の定理より、

$$h^2 + 3^2 = 6^2 \quad h^2 = 27$$

$h > 0$ だから、 $h = 3\sqrt{3}$ $\rightarrow \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3}$

したがって、高さは、 $3\sqrt{3}$ cm

面積は、 $\frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ (cm²)

高さ $3\sqrt{3}$ cm 面積 $9\sqrt{3}$ cm²

□(2) 1 辺の長さが 2cm の正三角形

右の図の正三角形 ABC で、

H は BC の中点だから、

BH=1cm

$AH=h$ cm とすると、

三平方の定理より、

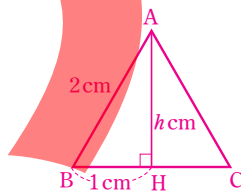
$$h^2 + 1^2 = 2^2 \quad h^2 = 3$$

$h > 0$ だから、 $h = \sqrt{3}$

したがって、高さは、 $\sqrt{3}$ cm

面積は、 $\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$ (cm²)

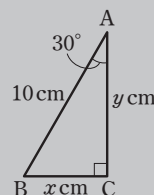
高さ $\sqrt{3}$ cm 面積 $\sqrt{3}$ cm²



例題 2

特別な角をもつ直角三角形の辺の長さ 教 p.192

右の図で、 x 、 y の値を求めなさい。



解 AB : BC = 2 : 1 だから、

$$10 : x = 2 : 1$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

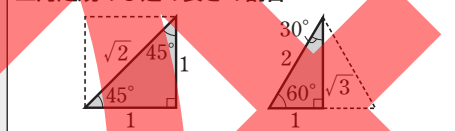
AB : AC = 2 : $\sqrt{3}$ だから、

$$10 : y = 2 : \sqrt{3}$$

$$2y = 10\sqrt{3}$$

$$y = 5\sqrt{3}$$

三角定規の 3 辺の長さの割合

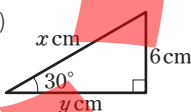


2 知・技

特別な角をもつ直角三角形の辺の長さ 教 p.192

次の図で、 x 、 y の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)



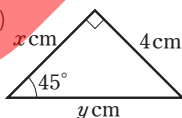
$6 : x = 1 : 2$ だから、

$$x = 12$$

$6 : y = 1 : \sqrt{3}$ だから、

$$y = 6\sqrt{3}$$

□(2)



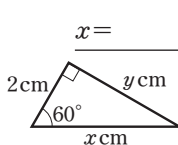
$x : 4 = 1 : 1$ だから、

$$x = 4$$

$4 : y = 1 : \sqrt{2}$ だから、

$$y = 4\sqrt{2}$$

□(3)



$$x = 4 \quad y = 4\sqrt{2}$$

$2 : x = 1 : 2$ だから、

$$x = 4$$

$2 : y = 1 : \sqrt{3}$ だから、

$$y = 2\sqrt{3}$$

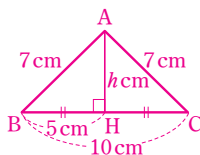
$$x = 4 \quad y = 2\sqrt{3}$$

B 力をつけよう

□3 二等辺三角形の高さと面積 教 p.191

等しい2辺が7cm、底辺が10cmである二等辺三角形の面積を求めなさい。

右の図のように、頂点Aから辺BCに垂線AHをひくと、HはBCの中点になり、BH=5cm
△ABHで、AH=hcmとすると、



$$h^2 + 5^2 = 7^2 \quad h^2 = 24$$

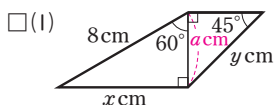
$$h > 0 \text{ だから, } h = 2\sqrt{6} \quad \rightarrow \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6}$$

$$\text{よって, 面積は, } \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{6} = 10\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$10\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

4 特別な角をもつ直角三角形の辺の長さ 教 p.192

次の図で、x, yの値を、それぞれ求めなさい。



$$x : 8 = \sqrt{3} : 2 \text{ だから,}$$

$$2x = 8\sqrt{3} \quad x = 4\sqrt{3}$$

また、左の図で、

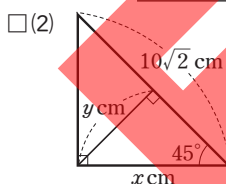
$$a : 8 = 1 : 2 \text{ だから,}$$

$$2a = 8 \quad a = 4$$

よって、4 : y = 1 : \sqrt{2} だから、

$$y = 4\sqrt{2}$$

$$x = 4\sqrt{3} \quad y = 4\sqrt{2}$$



$$x : 10\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2} \text{ だから,}$$

$$\sqrt{2}x = 10\sqrt{2} \quad x = 10$$

また、y : x = 1 : \sqrt{2} だから、

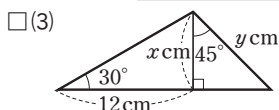
$$y : 10 = 1 : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}y = 10$$

$$y = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

$$\rightarrow \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

$$x = 10 \quad y = 5\sqrt{2}$$



$$x : 12 = 1 : \sqrt{3} \text{ だから,}$$

$$\sqrt{3}x = 12$$

$$x = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

また、x : y = 1 : \sqrt{2} だから、

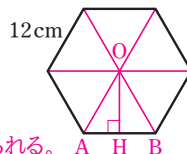
$$4\sqrt{3} : y = 1 : \sqrt{2}$$

$$y = 4\sqrt{6}$$

$$x = 4\sqrt{3} \quad y = 4\sqrt{6}$$

□5 正六角形の面積 思 教 p.191~192

1辺の長さが12cmの正六角形の面積を求めなさい。



図のように、対角線をひくと、

6つの合同な正三角形に分けられる。A H B
→ 3つの角が60°であることからわかる

△OABで、頂点OからABに垂線OHをひくと、

$$OH^2 + AH^2 = OA^2$$

$$OH^2 + 6^2 = 12^2 \quad OH^2 = 108$$

$$OH = 6\sqrt{3} \text{ cm} \quad \rightarrow \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3}$$

$$\text{よって, } \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

したがって、正六角形の面積は、

$$36\sqrt{3} \times 6 = 216\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

別解 (OHの求め方)

△OAHは、∠A=60°の直角三角形だから、

$$OA : OH = 2 : \sqrt{3}$$

$$12 : OH = 2 : \sqrt{3}$$

$$2OH = 12\sqrt{3} \quad OH = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$216\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

C チャレンジ

6 思 AB=\sqrt{7} \text{ cm,}

BC=3cm,

CA=2cmの△ABC

があります。

□(1) BHの長さを求め

なさい。

BH=xcmとすると、CH=3-x(cm)

△ABHで、AH^2=(\sqrt{7})^2-x^2 → AH^2を2通りの

△ACHで、AH^2=2^2-(3-x)^2 式で表す

$$\text{よって, } (\sqrt{7})^2 - x^2 = 2^2 - (3-x)^2$$

$$7 - x^2 = 4 - (9 - 6x + x^2)$$

$$-6x = -12$$

$$x = 2$$

$$2 \text{ cm}$$

□(2) △ABCの面積を求めなさい。

AH^2=(\sqrt{7})^2-x^2にx=2を代入すると、

$$AH^2=(\sqrt{7})^2-2^2=7-4=3 \quad AH=\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{よって, } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$



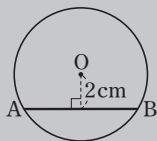
A 基本を身につけよう

例題
1

弦の長さ

教 p.193

半径4cmの円Oで、中心Oからの距離が2cmである弦ABの長さを求めなさい。



解) 円の中心Oから弦ABへ垂線OHをひく。

Hは弦ABの中点だから、

$$AB=2AH$$

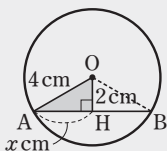
△OAHで、AH=xcmとすると、

三平方の定理より、 $\angle OHA=90^\circ$

$$x^2+2^2=4^2 \quad x^2=12$$

$x>0$ だから、 $x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

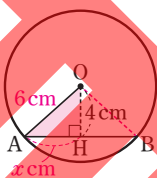
したがって、 $AB=2 \times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm)



1 弦の長さ

教 p.193

半径6cmの円Oで、中心Oからの距離が4cmである弦ABの長さを求めなさい。



円の中心Oから弦ABへ垂線OHをひく。

右の図の△OAHで、

AH=xcmとすると、三平方の定理より、

$$x^2+4^2=6^2$$

$$x^2=20$$

$x>0$ だから、 $x=2\sqrt{5}$ $\rightarrow \sqrt{20}=\sqrt{4 \times 5}=2\sqrt{5}$

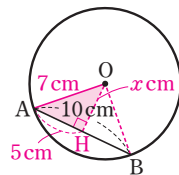
したがって、

$$AB=4\sqrt{5} \text{ cm} \rightarrow AB=2AH$$

2 弦までの距離

教 p.193

半径7cmの円Oで、弦ABの長さが10cmのとき、中心Oから弦ABまでの距離を求めなさい。



右の図の△OAHで、

三平方の定理より、 $5^2+x^2=7^2$ $x^2=24$

$x>0$ だから、 $x=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

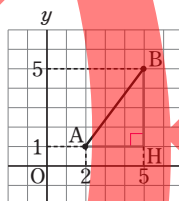
$$2\sqrt{6} \text{ cm}$$

3 2点間の距離

教 p.194

次の座標をもつ2点間の距離を求めなさい。

□(1) A(2, 1), B(5, 5)



左の図の△AHBで、

$\angle AHB=90^\circ$

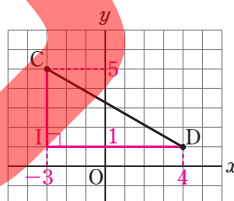
$$AH=5-2=3$$

$$HB=5-1=4$$

したがって、 $\rightarrow$ 三平方の定理より

$$AB^2=3^2+4^2=25 \quad AB=5$$

□(2) C(-3, 5), D(4, 1)



左の図の△CIDで、

$$ID=4-(-3)=7$$

$$IC=5-1=4$$

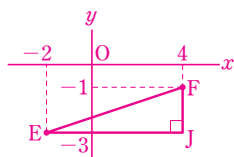
したがって、三平方の定理より、

$$CD^2=7^2+4^2=65$$

$$CD=\sqrt{65}$$

$$\sqrt{65}$$

□(3) E(-2, -3), F(4, -1)



$$EJ=4-(-2)=6$$

$$JF=-1-(-3)=2$$

したがって、三平方の定理より、

$$EF^2=6^2+2^2=40$$

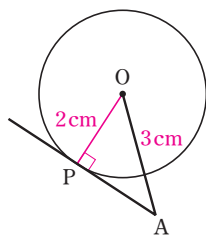
$$EF=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

$$2\sqrt{10}$$

□4 接線の長さ

教 p.193

右の図で、AP は、P を接点とする円 O の接線です。円 O の半径を 2cm、線分 AO の長さを 3cm とするとき、AP の長さを求めなさい。



O と P を結ぶ。

$\triangle OPA$ は、 $OP \perp AP$ より、 $\angle OPA = 90^\circ$ の直角三角形だから、三平方の定理より、

$$OP^2 + AP^2 = AO^2$$

$$2^2 + AP^2 = 3^2$$

$$AP^2 = 5$$

したがって、 $AP = \sqrt{5}$ cm

円の接線は、その接点を通る半径に垂直だったね。

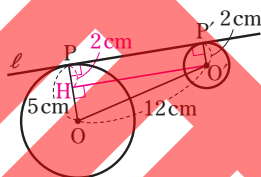


$\sqrt{5}$ cm

□5 接線の長さ

教 p.193

右の図で、円 O、O' は直線 l に、それぞれ点 P、P' で接しています。円 O、O' の半径が、それぞれ 5cm、2cm で、 $OO' = 12$ cm のとき、線分 PP' の長さを求めなさい。



点 O' から OP に垂線 O'H をひくと、四角形 PHO'P' は長方形になる。

よって、 $PH = P'O' = 2$ cm だから、

$$HO = PO - PH = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}$$

$\triangle OO'H$ で、三平方の定理より、

$$HO^2 + O'H^2 = OO'^2$$

$$HO^2 + 3^2 = 12^2$$

$$HO^2 = 135$$

よって、 $HO' = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$ (cm)

したがって、 $PP' = HO' = 3\sqrt{15}$ cm

$3\sqrt{15}$ cm

6 2点間の距離

教 p.194

頂点の座標が

$A(-3, -1)$,

$B(1, 1)$, $C(3, -3)$

である $\triangle ABC$ があり

ます。

知・技

□(1) 3 辺の長さを、それ

ぞれ求めなさい。

$$AB^2 = \{1 - (-3)\}^2 + \{1 - (-1)\}^2 = 20 \quad AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BC^2 = (3-1)^2 + \{1 - (-3)\}^2 = 20 \quad BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$CA^2 = \{3 - (-3)\}^2 + \{-1 - (-3)\}^2 = 40$$

$$CA = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$AB = 2\sqrt{5} \quad BC = 2\sqrt{5} \quad CA = 2\sqrt{10}$$

□(2) この三角形は、どんな三角形ですか。

$AB = BC$, $AB^2 + BC^2 = CA^2$ だから、

$\angle B = 90^\circ$ の直角二等辺三角形である。

▶ $AB : BC : CA = 1 : 1 : \sqrt{2}$ から、判断してもよい

$\angle B = 90^\circ$ の直角二等辺三角形

C チャレンジ



□7 右の図のよ

うに、AB を直径

とする半円 O の

AB 上の点 C を

通る接線と、A、

B を通り直径 AB に垂直な直線との交点を、そ

れぞれ P、Q とします。PA = 8cm, QB = 12cm

のとき、直径 AB の長さを求めなさい。

PC、PA はともに点 P から半円 O にひいた接線だから、

$$PC = PA = 8 \text{ cm}$$

同様に考えて、 $QC = QB = 12$ cm

よって、 $PQ = PC + QC = 8 + 12 = 20$ (cm)

P から BQ に垂線 PR をひくと、四角形 PABR は

長方形だから、 $QR = 12 - 8 = 4$ (cm)

$\triangle PRQ$ は、 $\angle PRQ = 90^\circ$ の直角三角形だから、

三平方の定理より、

$$PR^2 + QR^2 = PQ^2$$

$$PR^2 + 4^2 = 20^2$$

$$PR^2 = 384$$

したがって、 $PR = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$ (cm)

AB = PR だから、 $AB = 8\sqrt{6}$ cm

$8\sqrt{6}$ cm

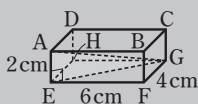


A 基本を身につけよう

例題 1 直方体の対角線

教 p.196

右の図の直方体の対角線の長さを求めなさい。



解) $\triangle AEG$ で, $\angle AEG = 90^\circ$ だから,

$$AG^2 = AE^2 + EG^2 \quad \cdots \cdots ①$$

また, $\triangle EFG$ で, $\angle EFG = 90^\circ$ だから,

$$EG^2 = EF^2 + FG^2 \quad \cdots \cdots ②$$

$$\begin{aligned} ①, ② \text{ から, } AG^2 &= AE^2 + EF^2 + FG^2 \\ &= 2^2 + 6^2 + 4^2 = 56 \end{aligned}$$

$$\text{したがって, } AG = \sqrt{56} = 2\sqrt{14} \text{ (cm)}$$

AG, BH, CE, DF を, この直方体の対角線というよ。対角線の長さはすべて等しいね。

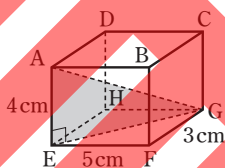


1 直方体の対角線

教 p.196

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の直方体の対角線の長さを求めなさい。

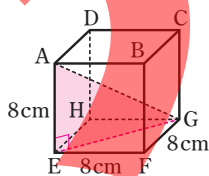


例題 1 と同様に考えると,

$$\begin{aligned} AG^2 &= AE^2 + EF^2 + FG^2 \\ &= 4^2 + 5^2 + 3^2 = 50 \end{aligned}$$

$$\text{したがって, } AG = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

- (2) 右の図は, 1 辺の長さが 8cm の立方体です。対角線 AG の長さを求めなさい。



(1) と同様に考えると,

$$AG^2 = 8^2 + 8^2 + 8^2 = 192$$

したがって,

$$AG = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$8\sqrt{3} \text{ cm}$$

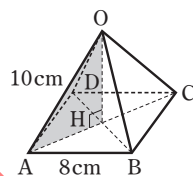
B 力をつけよう

2 正四角錐の高さと体積

教 p.197

正四角錐 OABCD があります。

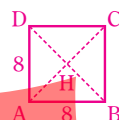
底面 ABCD は, 1 辺の長さが 8cm の正方形で, ほかの辺の長さは, すべて 10cm です。底面の正方形 ABCD の対角線の交点を H とします。



- (1) AH の長さを求めなさい。

AH は対角線 AC の半分だから,

$$\begin{aligned} AH &= \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} AB \\ &= 4\sqrt{2} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



$$4\sqrt{2} \text{ cm}$$

- (2) OH の長さを求めなさい。

$\triangle OAH$ で, $\angle OHA = 90^\circ$ だから, 三平方の定理より,

$$\begin{aligned} OH^2 &= 10^2 - (4\sqrt{2})^2 = 68 \\ OH &= \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$$2\sqrt{17} \text{ cm}$$

- (3) この正四角錐の体積を求めなさい。

(2) より, 高さは $2\sqrt{17}$ cm だから, 体積は,

$$\frac{1}{3} \times 8^2 \times 2\sqrt{17} = \frac{128\sqrt{17}}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

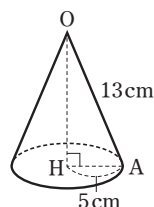
底面積 高さ

$$\frac{128\sqrt{17}}{3} \text{ cm}^3$$

3 円錐の高さと体積

教 p.197

右の図のような, 底面の半径が 5cm, 母線の長さが 13cm である円錐があります。



- (1) 高さを求めなさい。

$\triangle OAH$ で, $\angle OHA = 90^\circ$ だから, 三平方の定理より,

$$\begin{aligned} OH^2 &= 13^2 - 5^2 = 144 \\ OH &= \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$$12 \text{ cm}$$

- (2) 体積を求めなさい。

(1) より, 高さは 12cm だから, 体積は,

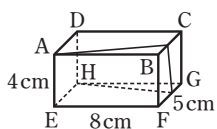
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

底面積 高さ

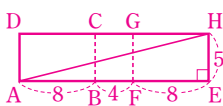
$$100\pi \text{ cm}^3$$

□4 直方体の表面上の最短距離 教 p.196

右の図の直方体の表面上に、頂点Aから辺BC, FGを通って頂点Hまで、ゆるまないようにひもをかけます。このひもがもっとも短くなる時、その長さは何cmですか。



求めるひもの長さは、右の展開図における線分AHの長さと同じ。



△AEHで、∠AEH=90°だから、三平方の定理より、

$$\begin{aligned} AH^2 &= AE^2 + HE^2 \\ &= (8+4)^2 + 5^2 \\ &= 425 \end{aligned}$$

したがって、 $AH = \sqrt{425} = 5\sqrt{17}$ (cm)

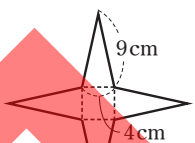
一直線のときがもっとも短いね。



$5\sqrt{17}$ cm

□5 正四角錐の展開図と体積 教 p.197

右の図は、正四角錐の展開図です。この正四角錐の体積を求めなさい。



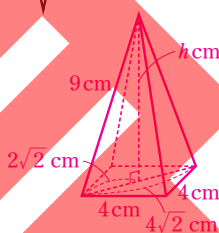
正四角錐の高さを h cm とする。底面の正方形の対角線の長さは $4\sqrt{2}$ cm だから、

$$h^2 + (2\sqrt{2})^2 = 9^2 \quad h^2 = 73$$

$h > 0$ だから、 $h = \sqrt{73}$

よって、正四角錐の体積は、

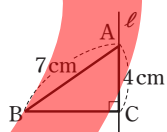
$$\frac{1}{3} \times 4^2 \times \sqrt{73} = \frac{16\sqrt{73}}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$



$\frac{16\sqrt{73}}{3}$ cm³

□6 回転体の体積 教 p.196~197

右の図の直角三角形ABCを、直線ℓを回転の軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

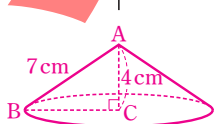


右の図のような円錐ができる。

$$BC^2 = 7^2 - 4^2 = 33$$

よって、体積は、

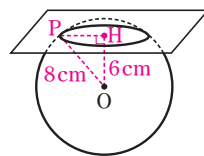
$$\frac{1}{3} \times \pi \times BC^2 \times 4 = \frac{1}{3} \times \pi \times 33 \times 4 = 44\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



44π cm³

□7 球の切り口の面積 教 p.197

半径8cmの球Oを、中心Oから6cmの距離にある平面で切ったとき、切り口の図形は円になります。



この円の面積を求めなさい。

図のように、円の中心をH、球と切り口の平面との交点の1つをPとすると、PHが円の半径である。

△POHで、∠PHO=90°だから、三平方の定理より、

$$PH^2 = PO^2 - OH^2 = 8^2 - 6^2 = 28$$

したがって、円の面積は、

$$\pi \times PH^2 = \pi \times 28 = 28\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

28π cm²

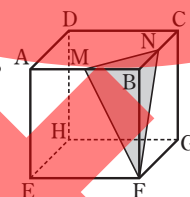
□C チャレンジ



8 右の図のような1辺が

8cmの立方体があります。

辺AB, BCの中点をそれぞれM, Nとします。



□(1) 三角錐BFMNの体積

を求めなさい。

$$BM = BN = 4 \text{ cm から、} \triangle MBN = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、求める体積は、

$$\frac{1}{3} \times \triangle MBN \times BF = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 = \frac{64}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

$\frac{64}{3}$ cm³

□(2) 頂点Bから平面FMNにひいた垂線BIの

長さを求めなさい。

三角錐BFMNの体積は、(1)より、 $\frac{64}{3}$ cm³だから、

$$\frac{1}{3} \times \triangle FMN \times BI = \frac{64}{3} \quad \cdots \text{①}$$

△FMNの3辺の長さを求める。

$$MN = \sqrt{2} MB = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$FM^2 = 4^2 + 8^2 = 80 \text{ から、} FM = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

同様に考えて、 $FN = 4\sqrt{5}$ cm

△FMNの高さを h cm とすると、

$$h^2 = (4\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2 = 72$$

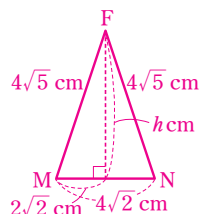
$h > 0$ だから、 $h = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

よって、△FMNの面積は、

$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{したがって、①から、} \frac{1}{3} \times 24 \times BI = \frac{64}{3} \quad BI = \frac{8}{3} \text{ (cm)}$$

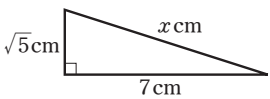
$\frac{8}{3}$ cm

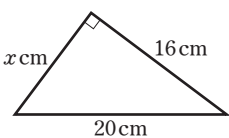


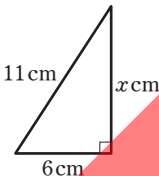
ドリル 三平方の定理

教 p.184~199

- 1 知・技 次の図の直角三角形で、 x の値を、それぞれ求めなさい。

□(1)  $(\sqrt{5})^2 + 7^2 = x^2$
 $x^2 = 54$
 $x > 0$ だから、
 $x = 3\sqrt{6}$

□(2)  $x^2 + 16^2 = 20^2$
 $x^2 = 144$
 $x > 0$ だから、
 $x = 12$

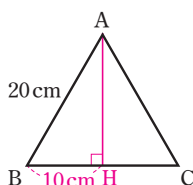
□(3)  $6^2 + x^2 = 11^2$
 $x^2 = 85$
 $x > 0$ だから、
 $x = \sqrt{85}$

- 2 知・技 判 次の長さを3辺とする三角形について、直角三角形になるものには○、そうでないものには×を書きなさい。

□(1) 4cm, 6cm, 8cm
 $4^2 + 6^2 = 52$, $8^2 = 64$
 $4^2 + 6^2$ と 8^2 は等しくないで、直角三角形ではない。

□(2) 1cm, $2\sqrt{2}$ cm, 3cm
 $1^2 + (2\sqrt{2})^2 = 9$, $3^2 = 9$
 $1^2 + (2\sqrt{2})^2 = 3^2$ が成り立つので、直角三角形である。

- 3 知・技 次の正三角形の高さと面積を求めなさい。



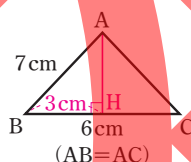
頂点 A から辺 BC に垂線 AH をひくと、 $\triangle ABH$ で、三平方の定理より、
 $AH^2 = 20^2 - 10^2 = 300$
 $AH = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$ (cm)

面積は、 $\frac{1}{2} \times 20 \times 10\sqrt{3} = 100\sqrt{3}$ (cm²)

別解 $\triangle ABH$ は、 $\angle B = 60^\circ$ の直角三角形だから、
 $AB : AH = 2 : \sqrt{3}$ $20 : AH = 2 : \sqrt{3}$
 $2AH = 20\sqrt{3}$ $AH = 10\sqrt{3}$ (cm)

高さ $10\sqrt{3}$ cm 面積 $100\sqrt{3}$ cm²

- 4 知・技 次の二等辺三角形の面積を求めなさい。

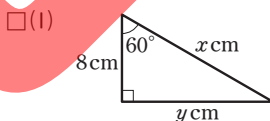


頂点 A から辺 BC に垂線 AH をひくと、 $\triangle ABH$ で、三平方の定理より、
 $AH^2 = 7^2 - 3^2 = 40$
 $AH = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ (cm)

よって、面積は、 $\frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{10} = 6\sqrt{10}$ (cm²)

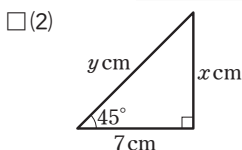
$6\sqrt{10}$ cm²

- 5 知・技 次の図で、 x , y の値を、それぞれ求めなさい。



$8 : x = 1 : 2$ だから、
 $x = 16$
 $8 : y = 1 : \sqrt{3}$ だから、
 $y = 8\sqrt{3}$

$x = 16$ $y = 8\sqrt{3}$

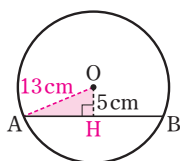


$x : 7 = 1 : 1$ だから、
 $x = 7$
 $7 : y = 1 : \sqrt{2}$ だから、
 $y = 7\sqrt{2}$

$x = 7$ $y = 7\sqrt{2}$

6 知・技 次の問いに答えなさい。

- (1) 半径13cmの円Oで、
中心Oからの距離が
5cmである弦ABの
長さを求めなさい。



円の中心Oから弦ABへ垂線OHをひく。

△OAHで、三平方の定理より、

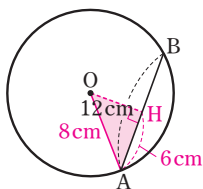
$$\begin{aligned} AH^2 &= OA^2 - OH^2 \\ &= 13^2 - 5^2 = 144 \end{aligned}$$

$$AH = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$$

したがって、 $AB = 2 \times 12 = 24 \text{ (cm)}$

24 cm

- (2) 半径8cmの円Oで、
弦ABの長さが12cm
のとき、中心Oから
弦ABまでの距離を求
めなさい。



円の中心Oから弦ABへ垂線OHをひく。

△OAHで、三平方の定理より、

$$\begin{aligned} OH^2 &= OA^2 - AH^2 \\ &= 8^2 - 6^2 = 28 \end{aligned}$$

したがって、 $OH = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ (cm)}$

2√7 cm

7 知・技 次の座標をもつ2点間の距離を求めなさい。

- (1) A(1, 8), B(7, 2)

右の図の△AHBで、

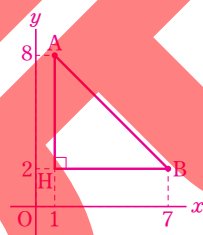
$$AH = 8 - 2 = 6$$

$$HB = 7 - 1 = 6$$

したがって、三平方の定理より、

$$AB^2 = 6^2 + 6^2 = 72$$

$$AB = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$



6√2

- (2) C(-8, -6), D(2, 2)

右の図の△CIDで、

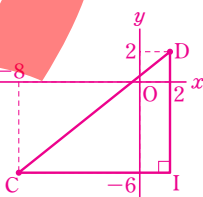
$$CI = 2 - (-8) = 10$$

$$ID = 2 - (-6) = 8$$

したがって、三平方の定理より、

$$CD^2 = 10^2 + 8^2 = 164$$

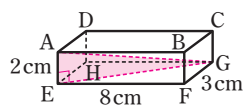
$$CD = \sqrt{164} = 2\sqrt{41}$$



2√41

8 知・技 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の直方体の
対角線の長さを求め
なさい。

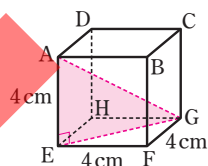


$$\begin{aligned} AG^2 &= AE^2 + EF^2 + FG^2 \\ &= 2^2 + 8^2 + 3^2 \\ &= 77 \end{aligned}$$

したがって、 $AG = \sqrt{77} \text{ cm}$

√77 cm

- (2) 右の図の立方体の
対角線の長さを求め
なさい。



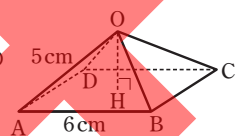
$$\begin{aligned} AG^2 &= AE^2 + EF^2 + FG^2 \\ &= 4^2 + 4^2 + 4^2 \\ &= 48 \end{aligned}$$

したがって、 $AG = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$

4√3 cm

9 知・技 次の立体の高さと体積をそれぞれ求めなさい。

- (1) 底面が1辺6cmの
正方形で、ほかの辺の
長さがすべて5cmで
ある正四角錐



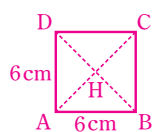
$$\begin{aligned} AH &= \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} AB \\ &= 3\sqrt{2} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

△OAHで、三平方の定理より、

$$\begin{aligned} OH^2 &= OA^2 - AH^2 \\ &= 5^2 - (3\sqrt{2})^2 = 7 \end{aligned}$$

よって、 $OH = \sqrt{7} \text{ cm}$

体積は、 $\frac{1}{3} \times 6^2 \times \sqrt{7} = 12\sqrt{7} \text{ (cm}^3\text{)}$



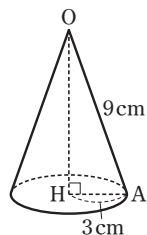
高さ $\sqrt{7} \text{ cm}$ 体積 $12\sqrt{7} \text{ cm}^3$

- (2) 底面の半径が3cm、母線
の長さが9cmである円錐
△OAHで、三平方の
定理より、

$$\begin{aligned} OH^2 &= OA^2 - AH^2 \\ &= 9^2 - 3^2 = 72 \end{aligned}$$

よって、 $OH = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$

体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$



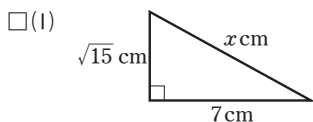
高さ $6\sqrt{2} \text{ cm}$ 体積 $18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$

7章 三平方の定理

教 p.182~203

点

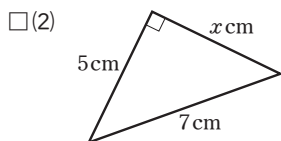
- 1** 知・技 次の図の直角三角形で、 x の値を、それぞれ求めなさい。



$$(\sqrt{15})^2 + 7^2 = x^2$$

$$x^2 = 64$$

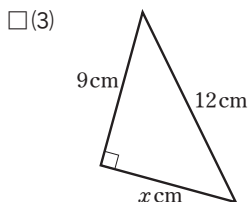
$$x > 0 \text{ だから, } x = 8$$



$$5^2 + x^2 = 7^2$$

$$x^2 = 24$$

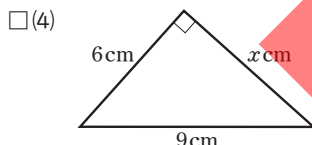
$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$



$$9^2 + x^2 = 12^2$$

$$x^2 = 63$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$



$$6^2 + x^2 = 9^2$$

$$x^2 = 45$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

- 2** 知・技 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形になるものをすべて選びなさい。

(ア) 5cm, 2cm, 6cm

$$2^2 + 5^2 = 29,$$

$$6^2 = 36$$

$2^2 + 5^2$ と 6^2 は等しくない。

(ウ) 1cm, $\sqrt{5}$ cm, 2cm

$$1^2 + 2^2 = 5,$$

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$

$$1^2 + 2^2 = (\sqrt{5})^2$$

(イ) 3cm, 4cm, 5cm

$$3^2 + 4^2 = 25,$$

$$5^2 = 25$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

(エ) $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{4}$ cm, $\sqrt{5}$ cm

$$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{4})^2 = 7,$$

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$

$$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{4})^2 \text{ と } (\sqrt{5})^2 \text{ は等しくない。}$$

- 3** 知・技 右の図のような、1 辺の長さが 14cm の正三角形 ABC があります。

- (1) 高さを求めなさい。

頂点 A から辺 BC に垂線 AH をひくと、 $\triangle ABH$ で、三平方の定理より、
 $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 14^2 - 7^2 = 147$
 $AH = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$ (cm)

別解 $\triangle ABH$ は、 $\angle B = 60^\circ$, $\angle AHB = 90^\circ$ の直角三角形だから、

$$AB : AH = 2 : \sqrt{3} \quad 14 : AH = 2 : \sqrt{3} \quad 2AH = 14\sqrt{3} \quad AH = 7\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

- (2) 面積を求めなさい。

$$\frac{1}{2} \times \underbrace{14}_{\text{底辺}} \times \underbrace{7\sqrt{3}}_{\text{高さ}} = 49\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 1** 知・技 p.122 A 1

28 点 (各 7 点)

(1)	$x =$	8
(2)	$x =$	$2\sqrt{6}$
(3)	$x =$	$3\sqrt{7}$
(4)	$x =$	$3\sqrt{5}$

- 2** 知・技 p.122 A 2

7 点

(イ), (ウ)

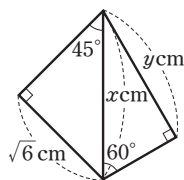
- 3** 知・技 p.124 A 1

14 点 (各 7 点)

(1)	$7\sqrt{3}$ cm
(2)	$49\sqrt{3}$ cm ²

- 4 知・技 右の図で、 x 、 y の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}\sqrt{6}:x &= 1:\sqrt{2} \\ x &= \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3}:y &= 2:\sqrt{3} \\ 2y &= 6 \\ y &= 3\end{aligned}$$



- 4 2 p.124 A 2, p.125 B 4 14点(各7点)

$x =$	$2\sqrt{3}$
$y =$	3

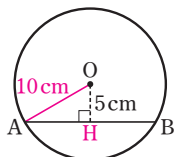
- 5 知・技 半径10cmの円Oで、中心Oからの距離が5cmである弦ABの長さを求めなさい。

円の中心Oから弦ABへ垂線OHをひく。

△OAHで、三平方の定理より、

$$\begin{aligned}AH^2 &= OA^2 - OH^2 \\ &= 10^2 - 5^2 = 75\end{aligned}$$

$$AH = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)} \quad \text{よって、} AB = 2 \times 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



- 5 2 p.126 A 1

7点

$$10\sqrt{3} \text{ cm}$$

- 6 知・技 次の座標をもつ2点間の距離を求めなさい。

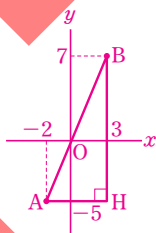
$$A(-2, -5), B(3, 7)$$

$$\text{右の図の}\triangle AHB\text{で、} AH = 3 - (-2) = 5$$

$$HB = 7 - (-5) = 12$$

したがって、三平方の定理より、

$$AB^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \quad AB = 13$$



- 6 2 p.126 A 3

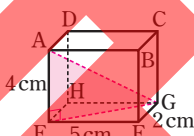
7点

$$13$$

- 7 知・技 右の図の直方体の対角線の長さを求めなさい。

$$\begin{aligned}AG^2 &= AE^2 + EF^2 + FG^2 \\ &= 4^2 + 5^2 + 2^2 = 45\end{aligned}$$

$$AG = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



- 7 2 p.128 A 1

7点

$$3\sqrt{5} \text{ cm}$$

- 8 知・技 すべての辺の長さが12cmである正四角錐があります。

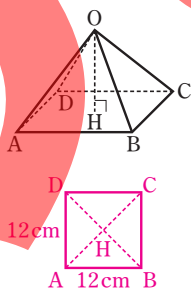
- (1) 高さを求めなさい。

$$\begin{aligned}AH &= \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}AB \\ &= 6\sqrt{2} \text{ (cm)}\end{aligned}$$

△OAHで、三平方の定理より、

$$\begin{aligned}OH^2 &= OA^2 - AH^2 \\ &= 12^2 - (6\sqrt{2})^2 = 72\end{aligned}$$

$$OH = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



- 8 2 p.128 B 2

16点(各8点)

(1)	$6\sqrt{2} \text{ cm}$
(2)	$288\sqrt{2} \text{ cm}^3$

- (2) 体積を求めなさい。

$$\frac{1}{3} \times \underbrace{12^2}_{\text{底面積}} \times \underbrace{6\sqrt{2}}_{\text{高さ}} = 288\sqrt{2} \text{ (cm}^3\text{)}$$

7章 三平方の定理

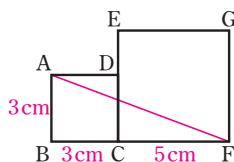
教 p.182~203

学習日

得点

点

- 1 右の図のように、1 辺の長さが 3cm の正方形 ABCD と、1 辺の長さが 5cm の正方形 ECFG があり、点 D は辺 EC 上にあり



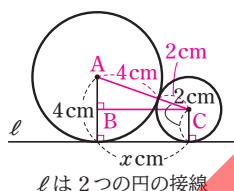
ます。7つの点 A, B, C, D, E, F, G から 2 点を選び、その 2 点を結んでできる線分の中で、長さが $\sqrt{73}$ cm になるものを答えなさい。(広島県)

$$73 = 9 + 64 = 3^2 + 8^2$$

だから、直角をはさむ 2 辺が 3cm と 8cm になるものを選ぶ。

- 2 右の図で、 x の値を求めなさい。

右の図のように、小さい方の円の中心 C から垂線 CB をひく。



$$AB = 4 - 2 = 2 \text{ (cm)}, AC = 4 + 2 = 6 \text{ (cm)}$$

$$BC = x \text{ cm だから、} \triangle ABC \text{ で、三平方の定理より、} x^2 = 6^2 - 2^2 = 32$$

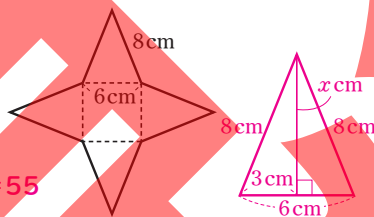
$$x > 0 \text{ だから、} x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

- 3 右の図は、正四角錐の展開図です。この正四角錐の表面積を求めなさい。

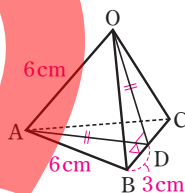
側面の二等辺三角形の高さを x cm とすると、 $x^2 = 8^2 - 3^2 = 55$
 $x > 0$ だから、 $x = \sqrt{55}$

$$\text{側面の 1 つの二等辺三角形の面積は、} \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{55} = 3\sqrt{55} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{したがって、表面積は、} 3\sqrt{55} \times 4 + 6^2 = 12\sqrt{55} + 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 4 右の図のように、すべての辺の長さが 6cm の正三角錐 OABC があります。辺 BC の中点を D とするとき、 $\triangle OAD$ の面積を求めなさい。(石川県改題)



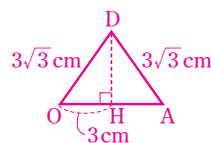
$$\triangle ABC, \triangle OBC \text{ は、1 辺が 6cm の正三角形だから、} AD = OD = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$\triangle OAD$ は、 $AD = OD$ の二等辺三角形で、

右の図のように、D から OA に垂線 DH をひくと、

$$DH^2 = OD^2 - OH^2 = (3\sqrt{3})^2 - 3^2 = 18 \quad DH = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{したがって、} \triangle OAD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 1 2 p.122~123

15 点

線分 AF

- 2 2 p.127 5

15 点

$$x = 4\sqrt{2}$$

- 3 2 p.125 3, p.128~129

15 点

$$12\sqrt{55} + 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 4 2 p.128~129

15 点

$$9\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

□ 5 右の図 1 の

図 1

図 2

ような、底面の
直径が 4cm、母
線の長さが
6cm の円錐が
あります。右の

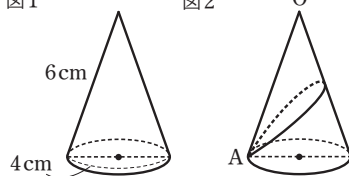


図 2 のように、円錐の底面の円周上の点 A から、ひ
もがゆるまないように側面にそって 1 周するように
ひもをかけます。このひもがもっとも短くなるとき、
その長さは何 cm ですか。

側面の展開図は、半径 6cm のおうぎ形で、その中心角を x° とすると、

$$(2\pi \times 2) : (2\pi \times 6) = x : 360 \quad x = 120$$

右の図の線分 AA' の長さが求める長さである。

$\triangle OAA'$ は二等辺三角形で、O から AA' に垂線 OH をひくと、

$\triangle OAH$ は、 $\angle OAH = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ$ 、

$\angle OHA = 90^\circ$ の直角三角形である。

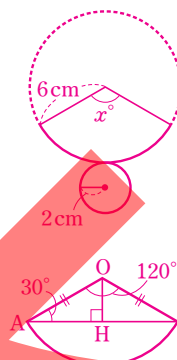
$$\text{よって、} OA : AH = 2 : \sqrt{3} \quad 6 : AH = 2 : \sqrt{3} \quad 2AH = 6\sqrt{3} \quad AH = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{したがって、} AA' = 2AH = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

5 p.129 B 4

20 点

$$6\sqrt{3} \text{ cm}$$



□ 6 右の図は、底面が 1 辺

6cm で、ほかの辺の長さ
が、すべて 5cm の正四角
錐 $OABCD$ の内部に、

ぴったりとはいる球を入れたものです。この球の半
径を求めなさい。ただし、球は、正四角錐 $OABCD$
のすべての面に接しているものとします。

AB 、 DC の中点を、それぞれ M 、 N とする。

頂点 O から底面 $ABCD$ に垂線 OH をひくと、点 H は線分 MN 上にある。

$\triangle OAH$ で、三平方の定理より、

$$OH^2 = 5^2 - (3\sqrt{2})^2 = 7 \quad \rightarrow AH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}AB = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{よって、} OH = \sqrt{7} \text{ cm}$$

右の図 1 の $\triangle OAM$ で、三平方の定理より、

$$OM^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \quad OM = \sqrt{16} = 4 \text{ (cm)}$$

右の図 2 の $\triangle OMN$ で、 $\angle MOH = \angle POI$ 、 $\angle MHO = \angle PIO$

だから、 $\triangle OMH \sim \triangle OPI$

よって、 $PI = PH = x \text{ cm}$ とすると、 $\rightarrow$ 球の半径

$$OM : OP = MH : PI$$

$$4 : (\sqrt{7} - x) = 3 : x \quad \rightarrow OP = OH - PH$$

$$4x = 3(\sqrt{7} - x)$$

$$4x = 3\sqrt{7} - 3x \quad 7x = 3\sqrt{7} \quad x = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

6

20 点

$$\frac{3\sqrt{7}}{7} \text{ cm}$$

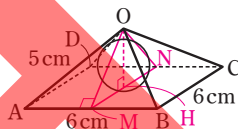
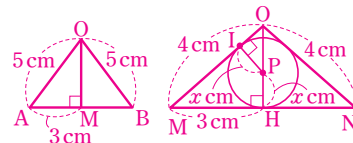


図 1

図 2



7 章

三平方の定理

標本調査の方法

教 p.206～209

A 基本を身につけよう

例題
1

標本調査

教 p.206

次の調査は、全数調査と標本調査のどちらで
おこなわれますか。

- (1) けい光灯の寿命調査
- (2) 中学校でおこなう歯科検診

- 解 (1) すべての製品を調査すると商品として売
ることができないので、標本調査が適切。
(2) 全員の歯の状態を知る必要があるので、
全数調査が適切。

集団のすべてを対象として調査することを
全数調査、集団の一部を対象として調査
することを標本調査という。

1 知・技 判 標本調査

教 p.206

次の調査は、全数調査と標本調査のどちらで
おこなわれますか。

- (1) エレベーターの安全点検
安全を確保するためには、すべてのエレベーター
を点検する必要があるので、全数調査
が適切である。
- (2) 新製品のアンケート調査
全数調査では、時間や費用がかかるし、およその
傾向がわかればよいので、標本調査が適切である。
- (3) 国勢調査
国の人口や分布などを正確に知るため、日本に住ん
でいる人すべてを対象に調べるので、全数調査である。
- (4) 缶詰の品質検査
すべての製品を調査すると商品として売ることが
できないので、標本調査が適切である。

標本調査



標本調査では、集団の一部を調査した結
果から、集団全体の性質を推定するよ。

2 知・技 母集団と標本

教 p.207

ある中学校では、家庭での学習時間を調べるた
めに、全校生徒 695 人の中から 50 人を選ん
で調査をおこないました。

- (1) 母集団は何ですか。

調査の対象となるもとの集団

ある中学校の全校生徒 695 人

- (2) 標本は何ですか。

取り出した一部の集団

全校生徒の中から選ばれた生徒 50 人

- (3) 標本の大きさはいくつですか。

標本の数

50

3 判 標本の抽出

教 p.208～209

次の標本調査の標本の選び方は適切ですか。
適切なものには○、適切でないものには×を書
きなさい。

- (1) 国民全体の年間の旅行回数を調べるために、
ある旅行会社のホームページを見てくれた人に
回答してもらった。
旅行会社のホームページは、旅行しようとしている人や
旅行が好きな人が見ていると考えられる。

×

- (2) ある県におけるアルミ缶のリサイクル状況を
調査するために、からのアルミ缶の処理方法に
ついて、その県から 1000 世帯を無作為に抽出
してアンケートをおこなった。

○

- (3) ある町で、好きなスポーツを調べるために、
サッカー場に来ていた人から 100 人を無作為
に抽出し、回答してもらった。
サッカー場に来ていた人は、サッカーが好きな人が多い
と考えられる。

×

B 力をつけよう

4 標本調査

教 p.207~209

A市で図書館の利用状況を調べるために、1000人の市民を選んで、標本調査をおこないました。

知・技

□(1) 母集団は何ですか。

A市の市民全体

知・技

□(2) 標本は何ですか。

A市全体から選ばれた市民1000人

知・技

□(3) 標本の大きさはいくつですか。

1000

判・表

(4) 市民1000人の選び方として、適切なものには○、適切でないものには、その理由を書きなさい。

説明しよう!!

□① A市の中学生全体から無作為に抽出して調査をおこなった。

(例) 市民全体の図書館の利用状況を推定するのに、中学生だけを調べるのは適切ではない。

□② A市の全世帯から、無作為に抽出して調査をおこなった。

□③ A市の図書館内に調査用紙を設置し、図書館利用者に回答してもらった。

(例) 図書館を利用した市民しか回答しないと思われるので、適切ではない。

判・表

5 標本の抽出

教 p.208~209

ある中学校の全校生徒260人について、昨日の睡眠時間を調べるために、標本調査をすることにしました。標本の選び方として、次の⑦~⑩のうち、適切でないものはどれですか。また、その理由も書きなさい。

説明しよう!!

- ⑦ 運動部に入っている生徒だけを50人選ぶ。
- ⑧ 全校生徒の中から、くじ引きで50人を選ぶ。
- ⑨ 全校生徒260人に通し番号をつけ、乱数表を使って50人を選ぶ。

適切でないもの

㊦

理由 (例) 運動部に入っている生徒とそれ以外の生徒で、傾向に違いがあった場合に、適切な結果が得られないから。

6 標本調査

教 p.209

下の表は、ある中学校の3年生60人の垂直とびの記録です。下の表から、表計算ソフトを利用して10個の番号を無作為に抽出すると、次のようになりました。

50, 48, 9, 56, 17, 22, 36, 3, 21, 14

垂直とびの記録(cm)

番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録
1	50	16	61	31	53	46	48
2	48	17	55	32	48	47	52
3	52	18	56	33	50	48	56
4	55	19	57	34	51	49	53
5	49	20	50	35	52	50	55
6	58	21	52	36	53	51	54
7	60	22	49	37	55	52	51
8	51	23	57	38	56	53	52
9	46	24	62	39	51	54	56
10	44	25	58	40	50	55	54
11	52	26	54	41	48	56	55
12	53	27	56	42	58	57	53
13	56	28	49	43	55	58	57
14	57	29	51	44	53	59	59
15	49	30	50	45	51	60	56

知・技

□(1) 選ばれた10個の番号について、記録の平均値を求めなさい。

$$\frac{55+56+46+55+55+49+53+52+52+57}{10}=53(\text{cm})$$

53cm

表

□(2) 上の垂直とびの記録から母集団の平均値を求めると53.2cmでした。母集団の平均値と(1)の標本の平均値をくらべてどのようなことがいえますか。

説明しよう!!

説明 (例) 母集団の平均値と(1)の標本の平均値はほとんど同じになっている。

7 標本調査

教 p.208~209

ある中学校の全校生徒400人の学習状況を調べるために、100人を対象に標本調査をしました。標本の選び方として、3年生全員に通し番号をつけ、乱数表を用いて100人を選ぶ方法は適切ではありません。その理由を説明しなさい。ただし、どの学年も100人以上の生徒がいるものとします。

説明しよう!!

理由 (例) 全校生徒を対象とした調査であるのに、3年生だけを無作為に抽出していて、3年生とほかの学年との間で傾向に違いがあった場合には適切な結果が得られないから。

母集団と標本の関係

教 p.211~213

A 基本を身につけよう

1 母集団と標本の関係

教 p.211~213

下の表は、ある中学校の3年生60人の握力の記録です。

握力の記録 (kg)

番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録
1	30	16	15	31	46	46	17
2	45	17	18	32	21	47	18
3	21	18	37	33	34	48	28
4	23	19	39	34	21	49	47
5	36	20	24	35	29	50	21
6	19	21	50	36	46	51	26
7	32	22	37	37	27	52	47
8	35	23	36	38	31	53	31
9	41	24	28	39	51	54	29
10	31	25	42	40	32	55	37
11	20	26	19	41	47	56	35
12	26	27	26	42	26	57	35
13	28	28	35	43	27	58	31
14	31	29	37	44	39	59	43
15	42	30	39	45	40	60	46

この表について、次の実験をおこないます。

実験

- ① 標本の大きさを10にして、無作為に抽出する。
- ② その10個の標本の平均値を求める。

次の(ア)は、この実験を10回おこなったときの結果です。また、(イ)は、①で抽出する標本の大きさを20に、(ウ)は、①で抽出する標本の大きさを40に変えて、同じ実験を10回ずつおこなった結果です。

(ア) 標本の大きさが10のときの標本の平均値 (kg)

31.3, 29.1, 33.0, 32.0, 29.9,
35.0, 33.7, 33.9, 29.8, 32.1

(イ) 標本の大きさが20のときの標本の平均値 (kg)

30.2, 32.5, 32.9, 33.8, 31.0,
32.4, 33.1, 31.0, 31.4, 31.2

(ウ) 標本の大きさが40のときの標本の平均値 (kg)

32.6, 32.7, 32.5, 32.0, 31.8,
31.3, 32.5, 32.6, 32.5, 31.9

知・技

□(1) (イ)について、四分位数を求めなさい。

データを小さい順に並べかえると、
30.2, 31.0, 31.0, 31.2, 31.4,
32.4, 32.5, 32.9, 33.1, 33.8

第1四分位数 31.0kg

第2四分位数 (中央値) 31.9kg

第3四分位数 32.9kg

知・技

□(2) (ウ)について、四分位数を求めなさい。

データを小さい順に並べかえると、
31.3, 31.8, 31.9, 32.0, 32.5,
32.5, 32.5, 32.6, 32.6, 32.7

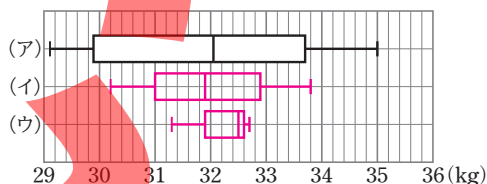
第1四分位数 31.9kg

第2四分位数 (中央値) 32.5kg

第3四分位数 32.6kg

知・技

□(3) 下の図に、(イ)、(ウ)についての箱ひげ図をかき入れなさい。



箱ひげ図

最小値 中央値 最大値
第1四分位数 第3四分位数

表

□(4) 母集団の60個の記録の平均値は32.5kgです。(3)の箱ひげ図から、どのようなことが読みとれますか。

説明しよう!!

説明 (例) (ア)、(イ)より、(ウ)の方が、標本の平均値が母集団の平均値32.5kgの近くに分布している。

標本の大きさが大きいほど、
標本の性質は母集団の性質に
近づくことがわかるね。





A 基本を身につけよう

例題 1

割合をもとに推定する

教 p.215

ある学校の全校生徒 1200 人から、無作為に 80 人を抽出して、スポーツが好きかきらいかの調査をおこなったところ、80 人のうち、スポーツが好きな人は 50 人でした。全校生徒のうち、スポーツが好きな人は、およそ何人が推定しなさい。

解) スポーツが好きな人の割合は、 $\frac{50}{80}$ と考えられる。よって、全校生徒のうち、スポーツが好きな人は、 $1200 \times \frac{50}{80} = 750$ (人) となり、およそ 750 人 と推定される。

□ 1 割合をもとに推定する 教 p.215

ある工場で大量に製造される品物から、無作為に 200 個を抽出したところ、そのうち 2 個が不良品でした。この工場で、10000 個の品物を製造したとき、そのうちの不良品は、およそ何個か推定しなさい。

不良品の割合は、 $\frac{2}{200}$ と考えられる。

よって、10000 個の品物のうち、不良品は、

$$10000 \times \frac{2}{200} = 100 \text{ (個)}$$

およそ 100 個

□ 2 割合をもとに推定する 教 p.215

白玉と赤玉があわせて 500 個はいつている箱があります。この箱の中から、標本として 20 個の玉を無作為に取り出したところ、白玉の数は 8 個でした。この箱の中の白玉の個数は、およそ何個か推定しなさい。

箱の中の白玉の割合は、 $\frac{8}{20}$ と考えられる。

よって、箱の中の白玉の個数は、 $500 \times \frac{8}{20} = 200$ (個)

およそ 200 個

B 力をつけよう

思

3 割合をもとに推定する

教 p.217

池にいる魚の総数を、標本調査を利用して、次のように推定します。

① 魚を何匹かつかまえて、その全部に印をつけて池にもどす。

② 数日後、ふたたび魚を何匹かつかまえて、印のついた魚の数を数える。

③ ①と②をもとに、次の比例式から、池にいる魚の総数を推定する。

(魚の総数) : (印をつけた魚の数)

= (つかまえた魚の総数) : (つかまえた魚のうち印のついた数)

□ (1) ①でつかまえた魚が 60 匹、②でつかまえた魚が 30 匹で、そのうち印のついた魚の数は 4 匹でした。池にいる魚の総数を x 匹として、上の③を利用して比例式をつくりなさい。

$$x : 60 = 30 : 4$$

□ (2) (1)の比例式を解いて、池にいる魚の総数は、およそ何匹か推定しなさい。

$$x : 60 = 30 : 4$$

$$4x = 60 \times 30$$

$$x = 450$$

およそ 450 匹

★ 図

□ 4 割合をもとに推定する

教 p.217

魚の養殖池があります。この池にいる魚の数を調べるために、印をつけた 100 匹の魚を入れました。数日後、網ですくうと 42 匹とれ、その中に印をつけた魚が 3 匹いました。はじめに養殖池にいた魚の総数は、およそ何匹か推定しなさい。

はじめに養殖池にいた魚の総数を x 匹とする。

(現在の魚の総数) : (印をつけた魚の数)

= (つかまえた魚の総数) : (つかまえた魚のうち印のついた数)

$$(x + 100) : 100 = 42 : 3$$

$$3(x + 100) = 100 \times 42$$

$$x + 100 = 1400$$

$$x = 1300$$

およそ 1300 匹

8章 標本調査とデータの活用

教 p.204~220

1 ㊦ p.136 ㊦ 1

30点(各10点)

(1)	標本調査
(2)	標本調査
(3)	全数調査

2 ㊦ p.136 ㊦ 2

30点(各10点)

(1)	A市の中学生3856人
(2)	A市の中学生の中から選ばれた300人
(3)	300

3 ㊦ p.139 ㊦ 1・2

20点

およそ180個

4 ㊦ p.139 ㊦ 4

20点

およそ950個

1 知・技 判 次の調査は、全数調査と標本調査のどちらでおこなわれますか。

☐ (1) 暮らしに関する世論調査

すべてについて調べるのが難しいので、標本調査

☐ (2) 電球の寿命調査

全数調査をすると商品がなくなるので、標本調査

☐ (3) 学校の期末テスト

全員の生徒にテストをしないと、個々の生徒の理解度がわからないので、全数調査

2 知・技 A市の中学生3856人の中から無作為に300人を選んで、1週間に読書をした時間を調査しました。この調査について、次の問いに答えなさい。

☐ (1) 母集団は何ですか。

☐ (2) 標本は何ですか。

☐ (3) 標本の大きさはいくつですか。

3 知・技 ある工場で大量に製造される製品から、1000個を無作為に抽出したところ、そのうち3個が不良品でした。この工場で、60000個の製品を製造したとき、そのうち不良品は、およそ何個か推定しなさい。

この工場で発生する不良品の割合は、 $\frac{3}{1000}$ と考えられる。

よって、60000個の製品のうち、不良品は、 $60000 \times \frac{3}{1000} = 180$ (個)

となり、およそ180個と推定される。

4 思 袋の中に黒玉だけたくさんはっています。その個数を推定するために、白玉300個を黒玉がはいっている袋の中に入れ、よくかき混ぜたあと、そこから50個の玉を無作為に抽出すると、白玉が12個ふくまれていました。袋の中の黒玉の個数は、およそ何個か推定しなさい。

袋の中の黒玉の個数を x 個とする。

(袋の中の玉の総数) : (袋の中の白玉の数) = (取り出した玉の総数) : (取り出した玉のうち白玉の数)

$$(x+300) : 300 = 50 : 12$$

$$12(x+300) = 300 \times 50$$

$$x+300 = 1250 \quad x = 950$$

よって、袋の中の黒玉の個数は、およそ950個と推定される。

8章 標本調査とデータの活用

教 p.204～220

1 2 p.139 A 1・2

25 点

およそ 110 個

2 2 p.139 A 1・2

50 点 (各 25 点)

(1) 4
(2) およそ 5000 個

3 2 p.139 A 1・2

25 点

およそ 60000 個

- 1 思 袋の中に白と黒の基石があわせて 200 個は
いっています。これらをよく混ぜあわせ、その中から
10 個の基石を無作為に抽出し、その中にふくまれる
白の基石の数を調べる実験を 10 回くり返した結果
をまとめると、次の表のようになりました。袋の中に
はいつている白の基石の個数は、およそ何個か推定
しなさい。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
個数	6	4	5	7	5	6	5	6	6	5

10 回で計 100 個の基石を取り出し、その中にふくまれていた白の基石の合計の個数は、

$6+4+5+7+5+6+5+6+6+5=55$ (個) よって、白の基石の割合は、 $\frac{55}{100}$ と考えられる。

袋の中の 200 個の基石のうち、白の基石の個数は、 $200 \times \frac{55}{100} = 110$ (個) となり、およそ 110 個と推定される。

- 2 知・技 右の表は、あるみかん農園
でとれたみかん 8000 個か
ら、無作為に抽出したみかん
40 個の糖度を調べ、その結
果を度数分布表に表したもの
です。(愛媛県改題)

抽出したみかん 40 個の糖度

階級(度)	度数(個)
9 以上～10 未満	2
10 ～11	ア
11 ～12	13
12 ～13	12
13 ～14	9
計	40

- (1) 表のアにあてはまる数を書
きなさい。

$40 - (2 + 13 + 12 + 9) = 4$

- (2) この結果をもとにすると、このみかん農園でとれた
みかん 8000 個のうち、糖度が 11 度以上 13 度未満
のみかんの個数は、およそ何個と推測されますか。

40 個のみかんについて、糖度が 11 度以上 13 度未満のみかんの割合は、 $\frac{13+12}{40} = \frac{25}{40}$

よって、全部のみかん 8000 個のうち、糖度が 11 度以上 13 度未満のみかんの個数は、

$8000 \times \frac{25}{40} = 5000$ (個) となり、およそ 5000 個と推測される。

- 3 思 1200 ページある国語辞典にのっている見出し
語の総数を調べるため、無作為に 10 ページを選び、
それぞれのページにのっている見出し語の数を調べ
ると次のようになりました。

50, 59, 41, 45, 55, 49, 51, 53, 47, 50

このとき、この国語辞典にのっている見出し語の総
数を推測して書きなさい。(佐賀県改題)

10 ページの見出し語の数の合計は、 $50+59+41+45+55+49+51+53+47+50=500$ (個)

よって、この国語辞典には 10 ページに 500 個の割合で見出し語がのっていると推測される。

したがって、見出し語の総数は、 $500 \times \frac{1200}{10} = 60000$ (個) となり、およそ 60000 個と推測される。

ランダムドリル

- (1) $4x(x-5y)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & 4x(x-5y) \\ &= 4x \times x + 4x \times (-5y) \quad \text{分配法則} \\ &= 4x^2 - 20xy \end{aligned}$$

$$4x^2 - 20xy$$

- (2) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=3$ のとき $y=6$ である。
 $x=-6$ のとき、 y の値を求めなさい。

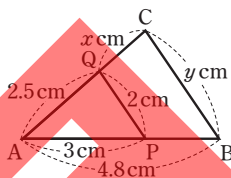
$y=ax^2$ に $x=3$, $y=6$ を代入すると、

$$6=a \times 3^2 \quad a=\frac{2}{3}$$

よって、 $y=\frac{2}{3}x^2$ であり、これに $x=-6$ を代入すると、

$$y=\frac{2}{3} \times (-6)^2 = 24$$

- (3) 右の図で、
 $PQ \parallel BC$ のとき、 x ,
 y の値を求めなさい。



$$2.5 : x = 3 : (4.8 - 3)$$

$$3x = 2.5 \times 1.8$$

$$x = 1.5$$

$$3 : 4.8 = 2 : y$$

$$3y = 4.8 \times 2$$

$$y = 3.2$$

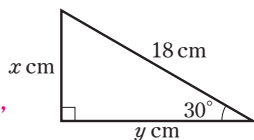
$$x = 1.5 \quad y = 3.2$$

- (4) $\sqrt{45} + \frac{15}{\sqrt{5}}$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & \sqrt{45} + \frac{15}{\sqrt{5}} \\ &= 3\sqrt{5} + \frac{15 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{5}$$

- (5) 右の図で、 x , y
の値を求めなさい。



$$x : 18 = 1 : 2 \text{ だから,}$$

$$2x = 18 \quad x = 9$$

$$18 : y = 2 : \sqrt{3} \text{ だから, } y = 9\sqrt{3}$$

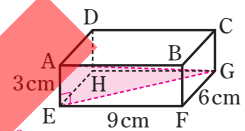
$$x = 9 \quad y = 9\sqrt{3}$$

- (6) $25x^2 - 1$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} & 25x^2 - 1 \\ &= (5x)^2 - 1^2 \\ &= (5x+1)(5x-1) \end{aligned}$$

$$(5x+1)(5x-1)$$

- (7) 右の図の
直方体の対角線の
長さを求めなさい。



$$AG^2 = AE^2 + EF^2 + FG^2$$

$$= 3^2 + 9^2 + 6^2$$

$$= 126$$

$$\text{したがって, } AG = 3\sqrt{14} \text{ cm}$$

$$y = 24$$

$$3\sqrt{14} \text{ cm}$$

- (8) $(x+3)(x-7) - (x-5)^2$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & (x+3)(x-7) - (x-5)^2 \\ &= (x^2 - 4x - 21) - (x^2 - 10x + 25) \\ &= x^2 - 4x - 21 - x^2 + 10x - 25 \\ &= 6x - 46 \end{aligned}$$

$$6x - 46$$

- (9) 二次方程式 $2x^2 - 9x + 4 = 0$ を解きなさい。

▶ 解の公式で、 $a=2$, $b=-9$, $c=4$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{49}}{4}$$

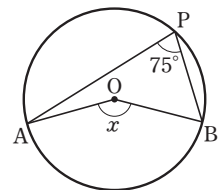
$$= \frac{9 \pm 7}{4}$$

$$\text{よって, } x = \frac{9+7}{4} = 4, \quad x = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = 4, \quad \frac{1}{2}$$

- (10) 右の図で、 $\angle x$ の
大きさを求めなさい。

$$\begin{aligned} & \angle x = 2\angle APB \\ &= 2 \times 75^\circ \\ &= 150^\circ \end{aligned}$$



$$\angle x = 150^\circ$$

- (11) 関数 $y=ax^2$ で、 x の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域は $-9 \leq y \leq 0$ です。このとき、 a の値を求めなさい。

y の変域に負の数をふくむから、

$$a < 0$$

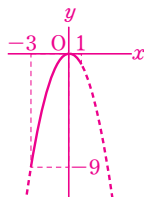
また、 y は $x=-3$ のとき最小になる。

$$x=-3 \text{ のとき, } y=a \times (-3)^2 = 9a$$

これが -9 と等しいから、

$$9a = -9 \rightarrow y \text{ の最小の値は } -9$$

$$a = -1$$



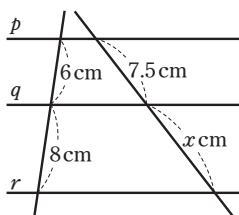
$$a = -1$$

- (12) 右の図で、直線 p, q, r が平行のとき、 x の値を求めなさい。

$$6:8=7.5:x$$

$$6x=60$$

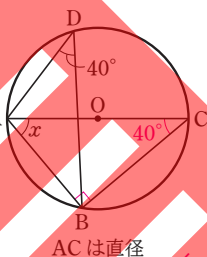
$$x=10$$



$$x=10$$

- (13) 右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$$



$$\angle x = 50^\circ$$

- (14) $(a-3)b+2(a-3)$ を因数分解しなさい。

$a-3$ を M とすると、

$$(a-3)b+2(a-3)$$

$$=Mb+2M$$

$$=M(b+2)$$

$$=(a-3)(b+2) \quad \leftarrow M \text{ をもとにもどす}$$

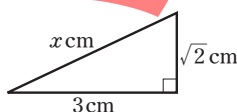
$$(a-3)(b+2)$$

- (15) 右の図の直角三角形で、 x の値を求めなさい。

$$3^2 + (\sqrt{2})^2 = x^2$$

$$x^2 = 11$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{11}$$



$$x = \sqrt{11}$$

- (16) $\sqrt{63} \div (-\sqrt{7})$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & \sqrt{63} \div (-\sqrt{7}) \\ &= -\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}} \quad \leftarrow \text{分数の形にする} \\ &= -\sqrt{\frac{63}{7}} \quad \leftarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \\ &= -\sqrt{9} \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$-3$$

- (17) 周の長さが 56cm で、面積が 192cm^2 の長方形をつくるとき、この長方形の2辺の長さは、それぞれ何 cm になりますか。

周の長さが 56cm だから、縦と横の長さの和は 28cm によって、縦の長さを $x\text{cm}$ とすると、横の長さは $28-x(\text{cm})$ と表される。

面積が 192cm^2 だから、

$$x(28-x)=192$$

$$x^2-28x+192=0$$

$$(x-12)(x-16)=0 \quad x=12, 16$$

$x=12$ のとき、横の長さは、 $28-12=16(\text{cm})$

$x=16$ のとき、横の長さは、 $28-16=12(\text{cm})$

となり、これらは問題にあっている。

12cm と 16cm

- (18) 右の図の

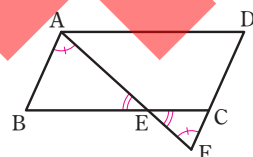
$\square ABCD$ で、

辺 BC 上に点 E を

とり、直線 AE と

直線 DC との交点

を F とします。このとき、 $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ であることを証明しなさい。



[証明]

$\triangle ABE$ と $\triangle FCE$ で、

対頂角は等しいから、

$$\angle AEB = \angle FEC \quad \cdots \cdots ①$$

平行線の錯角は等しいので、

$AB \parallel CF$ から、

$$\angle BAE = \angle CFE \quad \cdots \cdots ②$$

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABE \sim \triangle FCE$

別解 平行線の錯角は等しいので、

$AB \parallel CF$ から、

$$\angle BAE = \angle CFE \quad \cdots \cdots ①$$

$$\angle ABE = \angle FCE \quad \cdots \cdots ②$$

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABE \sim \triangle FCE$

1章 式の展開と因数分解

■ 式の展開

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

■ 乗法の公式

- ① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
- ② $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- ③ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- ④ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

■ 因数分解

・ 共通因数をくくり出す。

$$Ma+Mb=M(a+b)$$

・ 乗法の公式を利用する。

- ① $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- ② $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
- ③ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
- ④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

2章 平方根

■ 平方根の大小

正の数 a, b について、

$$a < b \text{ ならば, } \sqrt{a} < \sqrt{b}$$

■ 近似値, 誤差

- ・ 近似値……真の値に近い値
- ・ 誤差 = 近似値 - 真の値

■ $\sqrt{\quad}$ のついた数の積と商

正の数 a, b について、

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

■ 分母の有理化

分母と分子に同じ数をかけて、分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形にする。

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

■ 根号をふくむ式の計算

- ・ 和や差は、それぞれの $\sqrt{\quad}$ の中の数をできるだけ簡単にしてから、 $\sqrt{\quad}$ の部分が同じものどうしを計算する。
- ・ 積は、分配法則や乗法の公式を使って計算する。

3章 二次方程式

■ $ax^2=b$ の解き方

$x^2=k$ の形に変形して解く。

■ $(x+m)^2=n$ の解き方

$x+m$ を1つのもの X とみて、 $X^2=n$ として解く。

■ $x^2+px+q=0$ の解き方

- ・ $(x+m)^2=n$ の形に変形して解く。
- ・ 因数分解をして、

$A \times B = 0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ を使って解く。

■ 二次方程式の解の公式

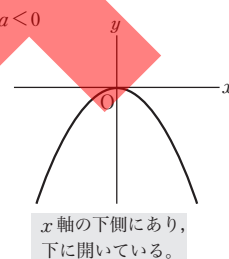
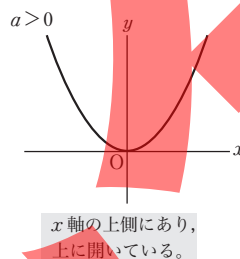
二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

4章 関数 $y=ax^2$

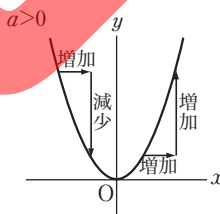
■ 関数 $y=ax^2$ のグラフ

- ① グラフは放物線で、その軸は y 軸、頂点は原点である。
- ② 比例定数 a の符号によって、次のようになる。

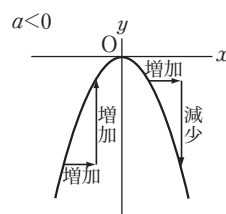


- ③ 比例定数 a の絶対値が大きいくほど、開き方が小さくなる。

■ 関数 $y=ax^2$ のグラフと値の増減



x の値が増加するにつれて、
 $x \leq 0$ では、 y の値は減少
 $x \geq 0$ では、 y の値は増加
 $x=0$ のとき、 y の値は0で、最小
 x がどんな値をとっても、 $y \geq 0$



x の値が増加するにつれて、
 $x \leq 0$ では、 y の値は増加
 $x \geq 0$ では、 y の値は減少
 $x=0$ のとき、 y の値は0で、最大
 x がどんな値をとっても、 $y \leq 0$

■ 関数 $y=ax^2$ の変化の割合

変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ は、一定ではない。

※ 一次関数 $y=ax+b$ では、変化の割合は一定で、 a に等しい。

模擬テスト

- 章の学習が終わったあとで、取り組んでみましょう。
- 基礎から応用まで、ばっちり力をつけましょう。

(1・2年, 3年の平方根まで) 146

(1・2年, 3年の二次方程式まで) 148

(1・2年, 3年の関数 $y=ax^2$ まで) 150

(1・2年, 3年の図形と相似まで) 152

(1・2・3年の内容)① 154

(1・2・3年の内容)② 156

(1・2・3年の内容)③ 158

チャレンジ問題 160

わからない問題については、模擬テストの得点欄の横のマークをよんで、それぞれの単元の教科書の例、例題の解説動画（スマートレクチャー）を見て、もう1度学習しましょう。



学年のまとめ もくじへ

模擬テスト1

(1・2年, 3年の平方根まで)

得点

100



1 次の計算をなさい。

(6点×4=24点)

$$\begin{aligned}(1) \quad & -12-6\div\left(-\frac{2}{3}\right) \\ & =-12-6\times\left(-\frac{3}{2}\right) \\ & =-12+9 \\ & =-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & (x+5)^2-(x-3)(x+7) \\ & =(x^2+10x+25)-(x^2+4x-21) \\ & =x^2+10x+25-x^2-4x+21 \\ & =6x+46\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & (2ab)^2\div 4ab^2\times(-3a^2b) \\ & =-\frac{1\ a\ 1}{4\cancel{a}^2\cancel{b}^2\times 3a^2b} \\ & =-\frac{111}{4ab^2} \\ & =-3a^3b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & \frac{\sqrt{108}}{3}-\frac{9}{\sqrt{3}} \\ & =\frac{6\sqrt{3}}{3}-\frac{9\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}-3\sqrt{3} \\ & =-\sqrt{3}\end{aligned}$$

2 次の問いに答えなさい。

(7点×4=28点)

(1) 方程式 $\frac{x-3}{6}-1=\frac{1}{2}x-3$ を解きなさい。

両辺に6をかけて,

$$\begin{aligned}\left(\frac{x-3}{6}-1\right)\times 6 & =\left(\frac{1}{2}x-3\right)\times 6 \\ x-3-6 & =3x-18 \\ -2x & =-9 \\ x & =\frac{9}{2}\end{aligned}$$

(3) $2\sqrt{6}$, 5 , $\frac{10}{\sqrt{5}}$ を小さい方から順に並べなさい。

$$\begin{aligned}2\sqrt{6} & =\sqrt{24} \\ 5 & =\sqrt{25} \\ \frac{10}{\sqrt{5}} & =\sqrt{\frac{100}{5}}=\sqrt{20} \\ \text{よって, } & \sqrt{20}<\sqrt{24}<\sqrt{25} \\ \text{したがって, } & \frac{10}{\sqrt{5}}, 2\sqrt{6}, 5\end{aligned}$$

(2) グラフが, 直線 $y=4x-6$ に平行で, 直線 $y=-x+5$ と y 軸上で交わる一次関数の式を求めなさい。

$$\begin{aligned}y & =4x-6 \text{ に平行だから, 傾きは } 4 \\ y & =-x+5 \text{ と } y \text{ 軸上で交わるから, 切片は } 5 \\ y & =4x+5\end{aligned}$$

(4) $x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ のとき, $-x^2+2xy-y^2$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}& -x^2+2xy-y^2 \\ & =-(x^2-2xy+y^2) \\ & =-(x-y)^2 \\ & =-((\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{5}-\sqrt{2}))^2 \\ & =-(2\sqrt{2})^2 \\ & =-8\end{aligned}$$

3 ある学年で数学のテストをおこなうと, 得点が70点以上の生徒数は全体の20%でした。

また, 50点未満の生徒数は全体の30%で, 70点以上の生徒数より14人多くなりました。

このとき, 50点以上70点未満の生徒数を求めなさい。

(8点)

学年の生徒数を x 人すると,

70点以上の生徒数は, $x\times 0.2=0.2x$ (人) 50点未満の生徒数は, $x\times 0.3=0.3x$ (人)

$$0.3x=0.2x+14$$

$$3x=2x+140$$

$$x=140$$

この解は問題にあっている。よって, 学年の生徒数は140人

50点以上70点未満の生徒数は, $1-0.2-0.3=0.5$ より, 全体の50%だから, $140\times 0.5=70$ (人)

4 次の問いに答えなさい。

(8点×5=40点, (1)は完答)

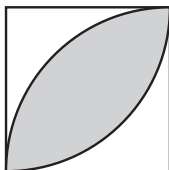
- (1) $126n$ の値が整数の2乗となるような自然数 n のうち、もっとも小さい数を求めなさい。
また、そのときどんな整数の2乗になりますか。

$$126n = 2 \times 3^2 \times 7 \times n$$

よって、指数がすべて偶数になればよいので、
もっとも小さい自然数 n は、 $2 \times 7 = 14$
このとき、

$$2^2 \times 3^2 \times 7^2 = 42^2 \text{ より、 } 42$$

- (3) 右の図は、1辺の長さが10cmの正方形とおうぎ形を組み合わせたものです。色をつけた部分の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。



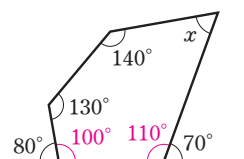
を考えればよいので、

$$\left(\pi \times 10^2 \times \frac{1}{4} \right) - \left(10 \times 10 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= 25\pi - 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$

これが2つあるので、 $50\pi - 100 \text{ (cm}^2\text{)}$

- (2) 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



外角 80° のとなりの内角は 100° で、
外角 70° のとなりの内角は 110° であるから、
 $\angle x = 540^\circ - (100^\circ + 130^\circ + 140^\circ + 110^\circ)$
 $= 60^\circ$

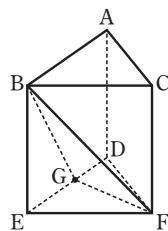
- (4) 下の表は、生徒80人の片道の通学時間を度数分布表にまとめたもので、一部を空欄にしています。この度数分布表から、通学時間の最頻値を求めなさい。

階級 (分)	度数 (人)	相対度数
0 以上 ~ 5 未満	8	
5 ~ 10		
10 ~ 15		0.4
15 ~ 20		0.2
計	80	1.0

表から、0分以上5分未満の階級の相対度数は、 $\frac{8}{80} = 0.1$
となるので、5分以上10分未満の階級の相対度数は、0.3
とわかる。したがって、最頻値は、相対度数のいちばん大きい10分以上15分未満の階級にふくまれる。

最頻値はその階級値になるので、 $\frac{10+15}{2} = 12.5 \text{ (分)}$

- (5) 右の図の三角柱で、辺DE上に点Gをとり、BとG、BとF、GとFをそれぞれ結び、三角錐BGEFをつくると、三角錐BGEFの体積はもとの三角柱の体積の $\frac{1}{5}$ になりました。DE=10cmであるとき、GEの長さを求めなさい。



三角柱の体積を V_1 、三角錐BDEFの体積を V_2 、

三角錐BGEFの体積を V_3 とすると、

$$V_2 = \frac{1}{3}V_1, V_3 = \frac{1}{5}V_1 \text{ だから、 } V_2 : V_3 = \frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 5 : 3$$

三角錐BDEFと三角錐BGEFの高さは等しいから、
体積の比は底面積の比になる。

BE

よって、 $\triangle DEF : \triangle GEF = 5 : 3$

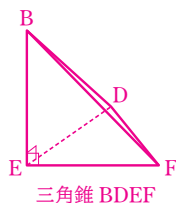
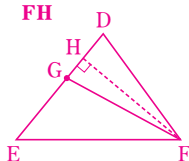
$\triangle DEF$ と $\triangle GEF$ の底辺を DE、GE とすると、高さは等しいから、

$$DE : GE = 5 : 3$$

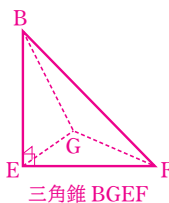
$$10 : GE = 5 : 3$$

$$5GE = 30$$

$$GE = 6 \text{ (cm)}$$



三角錐BDEF



三角錐BGEF





1 次の計算をなさい。

(6点×4=24点)

$$\begin{aligned}(1) \quad & 5-54 \div (-3)^3 \\ & =5-54 \div (-27) \\ & =5+2 \\ & =7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \frac{3x-y}{8} - \frac{5x-2y}{12} \\ & = \frac{3(3x-y)-2(5x-2y)}{24} \\ & = \frac{9x-3y-10x+4y}{24} \\ & = \frac{-x+y}{24} \quad \text{別解} \quad -\frac{1}{24}x + \frac{1}{24}y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & \frac{3}{4}x^2y \times (-2xy)^2 \div x^3y^2 \\ & = \frac{3}{4}x^2y \times 4x^2y^2 \times \frac{1}{x^3y^2} \\ & = \frac{3\cancel{x^2}^1y \times 4\cancel{x^2}^1\cancel{y^2}^2}{\cancel{4}^1 \times \cancel{x^3}^2 \times \cancel{y^2}^1} \\ & = 3xy\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & \sqrt{54} - \sqrt{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} \\ & = 3\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} \\ & = \frac{6\sqrt{6} - \sqrt{6} - 4\sqrt{6}}{2} \\ & = \frac{\sqrt{6}}{2}\end{aligned}$$

2 次の方程式を解きなさい。

(7点×4=28点)

$$\begin{aligned}(1) \quad & 9-3(2x-1)=-18 \\ & 9-6x+3=-18 \\ & -6x=-30 \\ & x=5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \begin{cases} 3x+7y=-6 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3(x-y)=2x-6y & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases} \\ & \textcircled{2} \text{ から, } x=-3y \quad \cdots \cdots \textcircled{2}' \\ & \textcircled{2}' \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入すると,} \\ & 3 \times (-3y) + 7y = -6 \quad -2y = -6 \quad y=3 \\ & y=3 \text{ を } \textcircled{2}' \text{ に代入すると, } x=-9 \\ & (x, y) = (-9, 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & 5x^2+7x+2=3(x+1) \\ & 5x^2+7x+2=3x+3 \\ & 5x^2+4x-1=0 \\ & x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-1)}}{2 \times 5} \\ & = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{10} = \frac{-4 \pm 6}{10} \\ & \text{よって, } x = \frac{1}{5}, -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & (x-1)(2x-3)=(3-x)^2 \\ & 2x^2-5x+3=9-6x+x^2 \\ & x^2+x-6=0 \\ & (x-2)(x+3)=0 \\ & x=2, -3\end{aligned}$$

3 次の問いに答えなさい。

(8点×3=24点, (1), (2)は完答)

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{28-n} \text{ が整数となるような自然数 } n \text{ の値をすべて求めなさい。} \\ & 28-n \text{ の値が整数の2乗(0をふくむ)になればよい。} \\ & 28-n=0 \text{ より, } n=28 \quad 28-n=9 \text{ より, } n=19 \\ & 28-n=1 \text{ より, } n=27 \quad 28-n=16 \text{ より, } n=12 \\ & 28-n=4 \text{ より, } n=24 \quad 28-n=25 \text{ より, } n=3 \\ & \text{よって, } n=3, 12, 19, 24, 27, 28\end{aligned}$$

- (2) A, Bの2種類の食塩水があります。Aの食塩水を200gとBの食塩水を100g混ぜると、5%の食塩水になり、Aの食塩水を100gとBの食塩水を300g混ぜると、10%の食塩水になります。このとき、A, Bの食塩水の濃度をそれぞれ求めなさい。

Aの食塩水の濃度を $x\%$ 、Bの食塩水の濃度を $y\%$ とすると、

$$\begin{cases} 200 \times \frac{x}{100} + 100 \times \frac{y}{100} = 300 \times \frac{5}{100} & \cdots \cdots ① \\ 100 \times \frac{x}{100} + 300 \times \frac{y}{100} = 400 \times \frac{10}{100} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

①から、 $2x + y = 15$ $\cdots \cdots ①'$

②から、 $x + 3y = 40$ $\cdots \cdots ②'$

①'×3-②'より、 $x=1$

$x=1$ を①'に代入すると、 $y=13$

この解は問題にあっている。

したがって、Aの食塩水の濃度…1%

Bの食塩水の濃度…13%

- (3) ある正の数 x に4をたすと、 x の2乗よりも16小さくなります。この数 x を求めなさい。

$$x+4=x^2-16$$

$$x^2-x-20=0$$

$$(x+4)(x-5)=0 \quad x=-4, 5$$

x は正の数だから、 $x=-4$ は問題にあわない。 $x=5$ は問題にあっている。

したがって、 $x=5$

- 4 右の図のように、A(4, 4), B(12, 0), C(10, 4)があります。

(8点×2=16点)

- (1) 四角形AOBCの面積を求めなさい。

四角形AOBCはAC//OBの台形である。

上底AC=6, 下底OB=12, 高さ4だから、

四角形AOBCの面積は、 $\frac{1}{2} \times (6+12) \times 4 = 36$

- (2) 傾きが-2で四角形AOBCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

傾きが-2の直線が x 軸と交わる点をD, ACと交わる点をEとする。

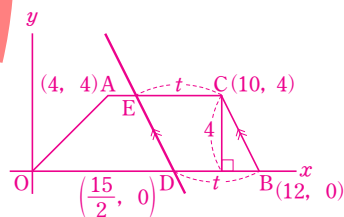
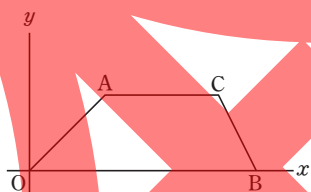
DB= t とすると、直線CBの傾きは、 $\frac{0-4}{12-10}=-2$ だから、

ED//CBより、 $EC=t$ となる。

四角形EDBCの面積が18となればよいので、 $4t=18 \quad t=\frac{9}{2}$

点Dの x 座標は、 $12-\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$

よって、求める直線は傾きが-2で、点D($\frac{15}{2}$, 0)を通るので、 $y=-2x+15$



- 5 右の図のように、正五角形ABCDEがあり、点Pは頂点Aの位置にあります。大小2つのさいころを同時に1回投げて、出た目の数の和だけ、点Pは左回りに頂点を順に1つずつ移動します。例えば、和が4のとき、点Pは頂点Eの位置に移動します。点Pが頂点Cの位置に移動する確率を求めなさい。

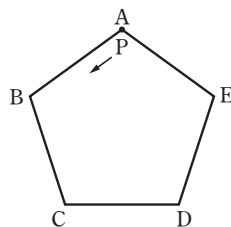
(8点)

目の数の和が、2, 7, 12になるときだから、

(大, 小)=(1, 1), (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1),

(6, 6)の8通り。

よって、 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$





1 次の問いに答えなさい。

(5点×4=20点)

- (1) $(-2)^3 \times 3 + \{7 - (3-4)\} \div 2$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= -8 \times 3 + \{7 - (-1)\} \div 2 \\ &= -24 + 8 \div 2 \\ &= -24 + 4 = -20 \end{aligned}$$

- (3) $a(a-b) + c(b-a)$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} &= a(a-b) - c(a-b) \\ &= (a-b)(a-c) \end{aligned}$$

共通因数 $a-b$ をくくり出す

- (2) $\frac{1}{2}(3x-2y) - \frac{1}{3}(5x-3y)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{2}x - y - \frac{5}{3}x + y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{3}x - y + y \\ &= \frac{9}{6}x - \frac{10}{6}x = -\frac{1}{6}x \end{aligned}$$

別解 $-\frac{x}{6}$

- (4) 方程式 $\frac{(x+3)(x-4)}{2} = \frac{x(2x-3)}{6}$

を解きなさい。

両辺を6倍して整理すると、

$$\begin{aligned} 3x^2 - 3x - 36 &= 2x^2 - 3x \\ x^2 &= 36 \\ x &= \pm 6 \end{aligned}$$

2 次の問いに答えなさい。

(8点×5=40点)

- (1) $(x+y+3)(x+y-3)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &x+y \text{ を } M \text{ とすると,} \\ &(x+y+3)(x+y-3) \\ &= (M+3)(M-3) \\ &= M^2 - 9 \\ &= (x+y)^2 - 9 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - 9 \end{aligned}$$

- (2) 関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ について、 x の変域が

$-2 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

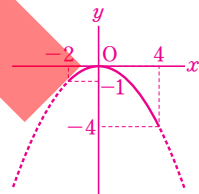
y は、 $x=4$ のとき最小で、

$$y = -\frac{1}{4} \times 4^2 = -4$$

y は、 $x=0$ のとき最大で、

$$y = 0$$

だから、 y の変域は、 $-4 \leq y \leq 0$



- (3) $x = \sqrt{7} + 3$ のとき、 $x^2 - 6x + 5$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} &x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5) \\ &x = \sqrt{7} + 3 \text{ を代入すると,} \\ &\{(\sqrt{7}+3)-1\}\{(\sqrt{7}+3)-5\} \\ &= (\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2) \\ &= (\sqrt{7})^2 - 2^2 = 3 \end{aligned}$$

- (4) $\sqrt{\frac{104}{n}}$ が自然数となるような自然数 n の値のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

$$\sqrt{\frac{104}{n}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 13}{n}} = 2 \times \sqrt{\frac{2 \times 13}{n}} = 2\sqrt{\frac{26}{n}}$$

よって、もっとも小さい自然数 n は、26

- (5) 右の図形を、直線 ℓ を回転の軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

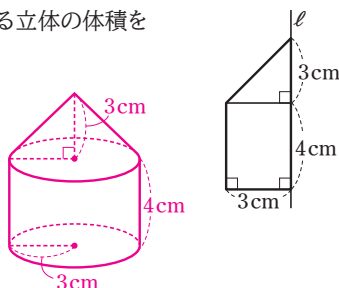
右の図のような、円柱と円錐を組み合わせた立体になる。

円柱の体積は、 $\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi$ (cm^3)

円錐の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 = 9\pi$ (cm^3)

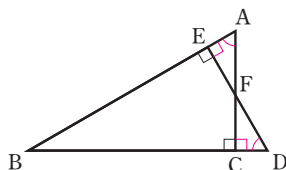
よって、この立体の体積は、

$$36\pi + 9\pi = 45\pi$$
 (cm^3)



- 3 右の図のように、 60° の角をもつ同じ大きさの三角定規2枚を、 30° の角がぴったり重なるように合わせます。このとき、 $AF=DF$ であることを次のように証明しました。次の「ア」～「カ」をうめて証明を完成させなさい。

(4点×6=24点)



〔証明〕 $\triangle AEF$ と $\triangle DCF$ で、

仮定より、 $\angle AEF = \angle DCF = 90^\circ$ ……①

$\angle EAF = \angle \text{ア } \text{CDF} = 60^\circ$ ……②

また、

$AE = AB - \text{イ } \text{EB}$

別解 BE

$DC = DB - \text{ウ } \text{CB}$

別解 BC

$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ より、 $AB = \text{エ } \text{DB}$

$CB = \text{オ } \text{EB}$

よって、

$AE = DC$ ……③

①、②、③から、**カ 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい** ので、

$\triangle AEF \equiv \triangle DCF$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$AF = DF$

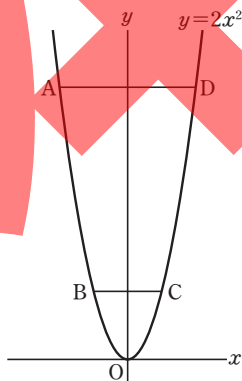
- 4 右の図のように、放物線 $y=2x^2$ 上に4点A, B, C, Dがあり、AD, BCはそれぞれ x 軸に平行です。AD=4, BC=2であるとき、次の問いに答えなさい。

(8点×2=16点)

- (1) 点Dの座標を求めなさい。

AD=4より、点Dの x 座標は2

$x=2$ を $y=2x^2$ に代入すると、 $y=2 \times 2^2=8$ **D(2, 8)**



- (2) 点Bと線分AD上の点Pを通る直線 ℓ をひきます。 $\triangle ABP$ の面積が四角形ABCDの面積の

$\frac{2}{3}$ となると、直線 ℓ の式を求めなさい。

点Bの座標は、(1)と同様に考えて、B(-1, 2)

台形ABCDの面積は、AD=4, BC=2より、

$\frac{1}{2} \times (4+2) \times (8-2) = 18$

$\triangle ABP$ の面積は四角形ABCDの面積の $\frac{2}{3}$ より、

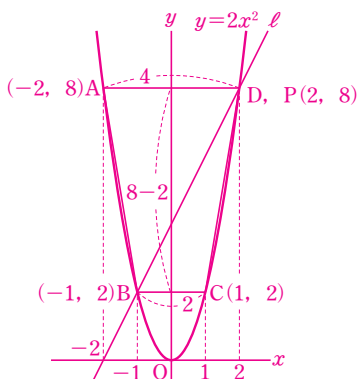
$\triangle ABP = 18 \times \frac{2}{3} = 12$

$\frac{1}{2} \times AP \times 6 = 12$ $AP = 4$

よって、P(2, 8) ※点Dと一致する

直線 ℓ は、2点B(-1, 2), P(2, 8)を通るので、傾きは、 $\frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$

$y=2x+b$ に $x=-1$, $y=2$ を代入すると、 $2=-2+b$ $b=4$ よって、 $y=2x+4$





1 次の問いに答えなさい。

(6点×6=36点)

(1) $-6 \div \frac{3}{7} - \frac{9}{7} \div \left(-\frac{3}{14}\right)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= -6 \times \frac{7}{3} - \frac{9}{7} \times \left(-\frac{14}{3}\right) \\ &= -14 + 6 \\ &= -8 \end{aligned}$$

(2) $(9x^2y - 4xy) \div \left(-\frac{3}{2}xy\right)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= (9x^2y - 4xy) \times \left(-\frac{2}{3xy}\right) \\ &= -\frac{3 \times 1}{3 \times 1} \frac{9x^2y \times 2}{111} + \frac{4 \times 1}{3 \times 1} \frac{xy \times 2}{11} = -6x + \frac{8}{3} \end{aligned}$$

(3) 等式 $\frac{x+2y}{3} = z$ を, y について解きなさい。

$$\begin{aligned} \frac{x+2y}{3} &= z \\ x+2y &= 3z && \text{両辺に} \\ &&& \text{3 をかける} \\ 2y &= 3z - x && \text{x を移項する} \\ y &= \frac{3z-x}{2} && \text{両辺を} \\ &&& \text{2 でわる} \end{aligned}$$

別解 $y = \frac{3}{2}z - \frac{1}{2}x$

(4) 方程式 $x+y+6=2x+5y=5x-y$ を解きなさい。

$$\begin{cases} x+y+6=5x-y & \cdots \text{①} \\ 2x+5y=5x-y & \cdots \text{②} \end{cases}$$

①から, $4x-2y=6$ $2x-y=3$ $\cdots \text{①'}$

②から, $3x=6y$ $x=2y$ $\cdots \text{②'}$

②'を①'に代入すると, $3y=3$ $y=1$

$y=1$ を②'に代入すると, $x=2$ $(x, y)=(2, 1)$

(5) $18a^2 - 24a + 8$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} &= 2(9a^2 - 12a + 4) \\ &= 2(3a-2)^2 \end{aligned}$$

(6) 方程式 $x(x-3) - 28 = -6x$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} x^2 - 3x - 28 + 6x &= 0 \\ x^2 + 3x - 28 &= 0 \\ (x-4)(x+7) &= 0 && x=4, -7 \end{aligned}$$

2 右の図のように, 関数 $y=3x^2$ のグラフ上に2点A, Bがあります。

2点A, Bの x 座標がそれぞれ $-1, 2$ であるとき, 次の問いに答えなさい。

(8点×2=16点)

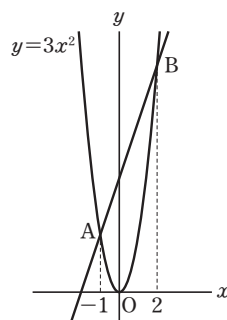
(1) 直線ABの式を求めなさい。

A($-1, 3$), B($2, 12$)を通るから, x の増加量は, $2 - (-1) = 3$

y の増加量は, $12 - 3 = 9$ だから, 直線ABの傾きは, $\frac{9}{3} = 3$

よって, 直線ABの式は, $y = 3x + b$ となり, A($-1, 3$)を通るから,

$x = -1, y = 3$ を代入すると, $3 = 3 \times (-1) + b$ $b = 6$ したがって, 直線ABの式は, $y = 3x + 6$



(2) 直線ABと y 軸との交点をCとします。線分BC上に2点B, Cとは異なる点Pをとります。

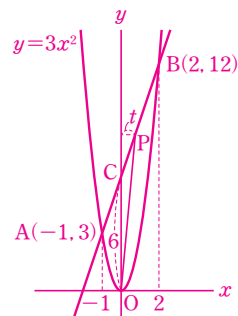
$\triangle OPC$ の面積が $\triangle AOB$ の面積の $\frac{1}{4}$ となるとき, 点Pの座標を求めなさい。

点Pの x 座標を t とする。(1)より, 点Cの座標は, $(0, 6)$

また, $\triangle OPC = \frac{1}{4} \triangle AOB$ だから, $\frac{1}{2} \times 6 \times t = \frac{1}{4} \times \left\{ \underbrace{\left(\frac{1}{2} \times 6 \times 1\right)}_{\triangle OAC} + \underbrace{\left(\frac{1}{2} \times 6 \times 2\right)}_{\triangle OBC} \right\}$

これを解くと, $t = \frac{3}{4}$ よって, 点Pの x 座標は $\frac{3}{4}$

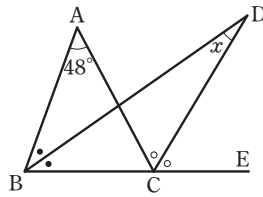
$x = \frac{3}{4}$ を $y = 3x + 6$ に代入すると, $y = 3 \times \frac{3}{4} + 6 = \frac{33}{4}$ したがって, $P\left(\frac{3}{4}, \frac{33}{4}\right)$



3 次の問いに答えなさい。

(8点×4=32点, (3)は完答)

- (1) 下の図で、同じ印のついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



$\triangle ABC$ で、内角・外角の性質から、

$$48^\circ + 2\bullet = 2\circ$$

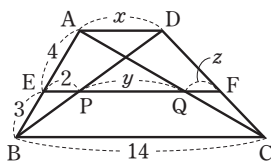
$$2(\circ - \bullet) = 48^\circ$$

$$\circ - \bullet = 24^\circ$$

$\triangle DBC$ で、内角・外角の性質から、

$$\angle x + \bullet = \circ \quad \angle x = \circ - \bullet = 24^\circ$$

- (3) 下の図で、 $AD \parallel EF \parallel BC$ のとき、 x, y, z の値を求めなさい。



$$BE : BA = EP : AD \quad AE : AB = EQ : BC$$

$$3 : 7 = 2 : x$$

$$4 : 7 = (2 + y) : 14$$

$$3x = 14$$

$$7(2 + y) = 56 \quad \text{両辺を} 7 \text{でわる}$$

$$x = \frac{14}{3}$$

$$2 + y = 8 \quad y = 6$$

$$DP : DB = PF : BC$$

$$4 : 7 = (6 + z) : 14$$

$$7(6 + z) = 56 \quad \text{両辺を} 7 \text{でわる}$$

$$6 + z = 8 \quad z = 2$$

- 4 下の図のように、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は正三角形で、Dは辺BC上にあります。Fは辺ACと辺DEの交点です。

(8点×2=16点)

- (1) $\triangle ABD \sim \triangle AEF$ となることを、次のように証明しましたが、このままでは正しくありません。証明の下線部⑦から⑩までのうち、いずれか1つを選んで書き直し、証明を正しくしなさい。

[証明] $\triangle ABD$ と $\triangle AEF$ で、

$$\triangle ABC, \triangle ADE \text{ は正三角形だから、} \underline{\textcircled{7}} \angle ABD = \angle AEF = 60^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{また、} \underline{\textcircled{8}} \angle BAC = 60^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\underline{\textcircled{9}} \angle DAE = 60^\circ \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{ から、} \underline{\textcircled{10}} \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 60^\circ - \angle DAC \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \text{ から、} \underline{\textcircled{11}} \angle EAF = \angle AFE - \angle DAC = 60^\circ - \angle DAC \quad \dots\dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ から、} \underline{\textcircled{12}} \angle BAD = \angle EAF \quad \dots\dots \textcircled{6}$$

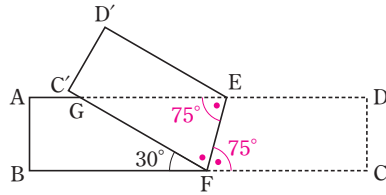
$$\textcircled{1}, \textcircled{6} \text{ から、2組の角が、それぞれ等しいので、} \triangle ABD \sim \triangle AEF \quad \underline{\textcircled{13}} \angle EAF = \angle DAE - \angle DAC$$

- (2) $AD = 11 \text{ cm}$, $AF = 10 \text{ cm}$ のとき、辺ABの長さを求めなさい。

$$\triangle ABD \sim \triangle AEF \text{ より、} AB : AE = AD : AF$$

$$\text{よって、} AB : 11 = 11 : 10 \quad \text{これを解くと、} AB = 12.1 \text{ (cm)}$$

- (2) 下の図のように、長方形の紙ABCDを線分EFを折り目として折りました。このとき、 $\angle GEF$ の大きさを求めなさい。



長方形を折り返しているので、 $\angle GFE = \angle EFC$

$$\angle EFC = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$$

$AD \parallel BC$ より、 $\angle GEF = \angle EFC = 75^\circ$

- (4) 下の図の $\triangle ABC$ で、D、Eはそれぞれ辺AB、ACの中点です。

$$DH : HC = 1 : 3,$$

$$GE = 3 \text{ cm} \text{ であるとき、}$$

線分BFの長さを求めなさい。

$\triangle ABC$ で、中点連結定理より、 $DE \parallel BC$ よって、 $AG : GF = 1 : 1$

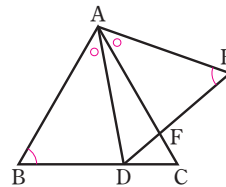
$\triangle AFC$ で、中点連結定理より、 $FC = 2GE = 6 \text{ (cm)}$

また、 $DG \parallel FC$ より、 $\triangle DGH \sim \triangle CFH$ だから、

$$DG : CF = DH : CH = 1 : 3$$

$$\text{よって、} DG = \frac{1}{3} CF = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\triangle ABF \text{ で、中点連結定理より、} BF = 2DG = 4 \text{ (cm)}$$





1 次の問いに答えなさい。

(7点×4=28点)

- (1) $-3^2 + (-6)^2 \div 9$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= -9 + 36 \div 9 \\ &= -9 + 4 \\ &= -5 \end{aligned}$$

- (3) $25x^2 - 100$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} &= 25(x^2 - 4) \\ &= 25(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

- (2) 連立方程式 $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = -2 & \cdots \text{①} \\ y - 9 = 5x & \cdots \text{②} \end{cases}$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} &\text{①} \times 2 \quad x + 2y = -4 \quad \cdots \text{①}' \\ &\text{②} \text{ から, } y = 5x + 9 \quad \cdots \text{②}' \\ &\text{②}' \text{ を①}' \text{ に代入すると,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &x + 2(5x + 9) = -4 \quad 11x = -22 \quad x = -2 \\ &x = -2 \text{ を②}' \text{ に代入すると, } y = -1 \quad (x, y) = (-2, -1) \end{aligned}$$

- (4) $(\sqrt{32} + 2)(4\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{2} + 5)(\sqrt{2} - 3)$

$$\begin{aligned} &\text{を計算しなさい。} \\ &= (4\sqrt{2} + 2)(4\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{2} + 5)(\sqrt{2} - 3) \\ &= (4\sqrt{2})^2 - 2^2 - (2 + 2\sqrt{2} - 15) \\ &= 32 - 4 + 13 - 2\sqrt{2} = 41 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(8点×2=16点, (2)は完答)

2 次の問いに答えなさい。

- (1) 赤玉2個, 白玉1個, 青玉3個がはいった

袋の中から玉を2個同時に取り出すとき,

取り出した玉の色が異なる確率を求めなさい。

赤玉2個を赤1, 赤2, 青玉3個を青1, 青2, 青3と区別すると, 玉の取り出し方は, 下の表の

ように15通りで, 玉の色が異なるのは11通り。

	赤1	赤2	白	青1	青2	青3
赤1						
赤2						
白						
青1						
青2						
青3						

よって, $\frac{11}{15}$

- (2) 関数 $y = ax^2$ で, x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき,

y の変域が $b \leq y \leq 27$ となりました。このとき,

a, b の値を求めなさい。

y の変域から, $a > 0$ となる。

y は, $x = 0$ のとき最小で, $y = 0$

だから, $b = 0$

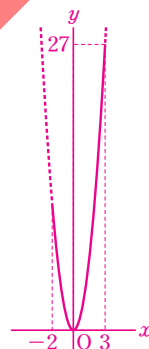
y は, $x = 3$ のとき最大で, $y = 27$

だから,

$$27 = a \times 3^2$$

$$27 = 9a \quad a = 3$$

よって, $a = 3, b = 0$



3 次の問いに答えなさい。

(8点×2=16点)

- (1) 右の図は, 正五角

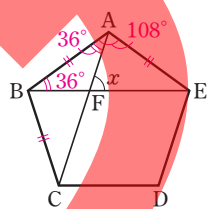
形 ABCDE です。

線分 AC と BE の

交点を F とすると

とき, $\angle x$ の大きさを

求めなさい。



正五角形の1つの内角は, $180^\circ \times (5-2) \div 5 = 108^\circ$

$\triangle ABE$ は, $AB = AE$ の二等辺三角形だから,

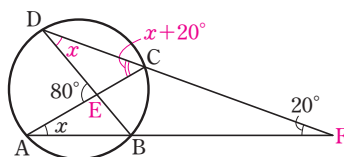
$$\angle ABE = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ$$

$\triangle BCA$ も二等辺三角形で, 同様にして, $\angle BAC = 36^\circ$

$$\angle x = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

- (2) 下の図のように, 円周上に4点 A, B, C, D が

あるとき, $\angle x$ の大きさを求めなさい。



線分 AC と BD の交点を E, 直線 AB と DC の交点を F とする。

$\widehat{BC}$ に対する円周角は等しいので, $\angle CDB = \angle x$

$\triangle AFC$ において, $\angle ECD = \angle CAF + \angle AFC = \angle x + 20^\circ$

$\triangle ECD$ において, $\angle DEA = \angle CDE + \angle ECD$

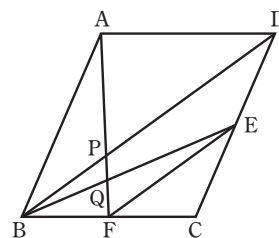
$$= \angle x + (\angle x + 20^\circ)$$

$$= 2\angle x + 20^\circ$$

$$\text{よって, } 2\angle x + 20^\circ = 80^\circ \quad \angle x = 30^\circ$$

- 4 右の図の $\square ABCD$ で、点 E は辺 CD の中点で、点 E を通り DB に平行な直線と BC との交点を F とします。また、BD、BE と AF との交点を、それぞれ P、Q とします。

(8 点 $\times$ 2 = 16 点)



- (1) $\triangle APD$ の面積が 40cm^2 のとき、 $\triangle FPB$ の面積を求めなさい。

EF//DB より、 $\triangle CEF \sim \triangle CDB$ で、 $CE:CD=1:2$ だから、

F は BC の中点である。

また、AD//BC より、 $\triangle APD \sim \triangle FPB$ で、 $AD:FB=2:1$ だから、

$\triangle APD$ と $\triangle FPB$ の面積の比は、 $2^2:1^2=4:1$ となる。

よって、 $\triangle FPB = \frac{1}{4} \times 40 = 10 (\text{cm}^2)$

- (2) $\triangle PBQ$ の面積は、 $\square ABCD$ の面積の何倍になるか求めなさい。

$\square ABCD$ の面積を S とする。AD:FB=2:1 だから、DP:BP=2:1

$$\triangle APD = \frac{2}{3} \times \triangle ABD = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} S = \frac{1}{3} S$$

$$(1) \text{より、} \triangle FPB = \frac{1}{4} \times \triangle APD = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} S = \frac{1}{12} S$$

EF//DB より、BD:FE=DC:EC=2:1

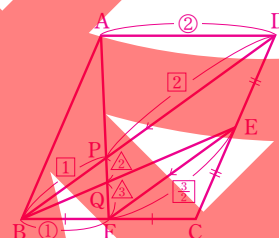
$$FE = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 3BP = \frac{3}{2} BP$$

$$\text{よって、} BP:FE = 1:\frac{3}{2} = 2:3$$

BP//FE より、 $\triangle PBQ \sim \triangle FEQ$ だから、PQ:FQ=2:3

$$\text{よって、} \triangle PBQ \text{ の面積は、} \frac{2}{5} \times \triangle FPB = \frac{2}{5} \times \frac{1}{12} S = \frac{1}{30} S$$

したがって、 $\frac{1}{30}$ 倍



- 5 右の図のような、底面が1辺4cmの正三角形で、高さが10cmの正三角柱があります。点Hは、辺BCの中点で、点Pは、辺AD上の点とし、AP=4cmとします。

(12 点 $\times$ 2 = 24 点)

- (1) 線分 DH の長さを求めなさい。

$$\triangle ABC \text{ で、} AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = 2\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$\triangle ADH \text{ で、} DH^2 = AD^2 + AH^2 = 10^2 + (2\sqrt{3})^2 = 112$$

$$DH > 0 \text{ だから、} DH = 4\sqrt{7} \text{ cm}$$

- (2) 点 P から線分 HD に垂線をひき、線分 HD との交点を Q とします。

このとき、三角錐 QEFH の体積を求めなさい。

線分 EF の中点を I とすると、右の図で、点 Q から線分 HI にひいた垂線 QR が、

$\triangle EFH$ を底面と見たときの三角錐 QEFH の高さになる。

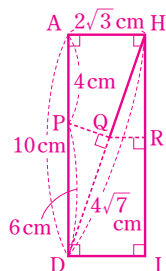
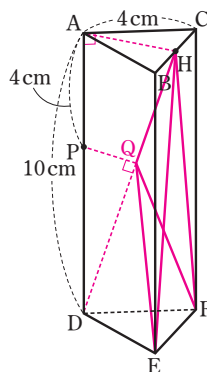
$\angle DAH = \angle DQP = 90^\circ$ 、 $\angle D$ は共通より、 $\triangle ADH \sim \triangle QDP$

$$AD:QD = DH:DP \quad 10:QD = 4\sqrt{7}:(10-4) \quad QD = \frac{15\sqrt{7}}{7} (\text{cm})$$

$$HQ = DH - QD = 4\sqrt{7} - \frac{15\sqrt{7}}{7} = \frac{13\sqrt{7}}{7} (\text{cm}) \quad \text{よって、} HQ:QD = \frac{13\sqrt{7}}{7}:\frac{15\sqrt{7}}{7} = 13:15$$

$$\triangle IHD \text{ で、} HQ:HD = QR:DI \quad 13:(13+15) = QR:2\sqrt{3} \quad QR = \frac{13\sqrt{3}}{14} (\text{cm})$$

$$\text{したがって、三角錐 QEFH の体積は、} \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 10 \right) \times \frac{13\sqrt{3}}{14} = \frac{130\sqrt{3}}{21} (\text{cm}^3)$$





1 次の問いに答えなさい。

(6点×6=36点)

(1) $-1^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (2-8) \div \frac{2}{3}$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= -1 \div \left(-\frac{1}{8}\right) + (-6) \div \frac{2}{3} \\ &= -1 \times (-8) + (-6) \times \frac{3}{2} \\ &= 8 - 9 \\ &= -1 \end{aligned}$$

(3) 比例式 $2:5=x:(x+3)$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} 5x &= 2(x+3) \\ 5x &= 2x+6 \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

(5) $(\sqrt{2}-2\sqrt{10})^2 + \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{8}}$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= (2-8\sqrt{5}+40) + \frac{4\sqrt{10} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 2-8\sqrt{5}+40+2\sqrt{5} \\ &= 42-6\sqrt{5} \end{aligned}$$

(2) 等式 $S = \frac{h(a+b)}{2}$ を、 b について

解きなさい。

$$\begin{aligned} S &= \frac{h(a+b)}{2} && \text{両辺に} \\ 2S &= h(a+b) && \text{2をかける} \\ h(a+b) &= 2S && \text{左辺と右辺を} \\ a+b &= \frac{2S}{h} && \text{入れかえる} \\ b &= \frac{2S}{h} - a && \text{両辺を} h \text{でわる} \end{aligned}$$

(4) $3(x-5)(x+5) - (x+6)(x-9) - 2$

を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= 3(x^2-25) - (x^2-3x-54) - 2 \\ &= 3x^2-75-x^2+3x+54-2 \\ &= 2x^2+3x-23 \end{aligned}$$

(6) 方程式 $\frac{3}{8}x^2 = 0.75x + 3$ を解きなさい。

両辺を8倍し、3でわって整理すると、

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 8 &= 0 \\ (x+2)(x-4) &= 0 \\ x &= -2, 4 \end{aligned}$$

2 次の問いに答えなさい。

(6点×4=24点, (3), (4)は完答)

(1) 二次方程式 $2x^2+ax+6=0$ の解の1つが3であるとき、もう1つの解を求めなさい。

$$\begin{aligned} 2x^2+ax+6=0 \text{ に } x=3 \text{ を代入すると, } 2 \times 3^2+3a+6=0 && \text{これを解くと, } a=-8 \\ \text{よって, 二次方程式は, } 2x^2-8x+6=0 && x^2-4x+3=0 && (x-3)(x-1)=0 && x=1, 3 \\ \text{したがって, もう1つの解は, } 1 \end{aligned}$$

(2) 3つの直線 $x+1=-2y$, $2x-y-3=0$, $4x-a=7y$ が1点で交わるとき、 a の値を求めなさい。

まず、 $x+1=-2y$ ……①と $2x-y-3=0$ ……②の交点を求める。

①より、 $x=-2y-1$ を②に代入すると、 $2(-2y-1)-y-3=0$ $-5y=5$ $y=-1$

$y=-1$ を①に代入すると、 $x+1=2$ $x=1$ よって、交点の座標は、 $(1, -1)$

$x=1, y=-1$ を $4x-a=7y$ に代入すると、 $4-a=-7$ $a=11$

(3) A町からB町まで行くのに、3月までは、電車料金とバス料金をあわせて500円でした。4月からは、電車料金が10%、バス料金が5%上がったので、あわせて540円になりました。4月からの電車料金とバス料金をそれぞれ求めなさい。

3月までの電車料金を x 円、バス料金を y 円とすると、

$$\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{110}{100}x + \frac{105}{100}y=540 \end{cases}$$

これを解くと、 $(x, y)=(300, 200)$

この解は問題にあっている。

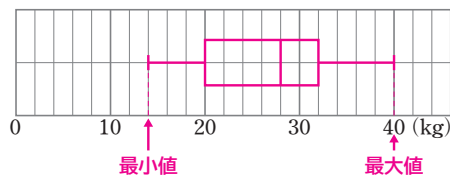
4月からの電車料金は、 $300 \times \frac{110}{100} = 330$ (円)

4月からのバス料金は、 $200 \times \frac{105}{100} = 210$ (円)

- (4) 中学3年生9人の握力を測定したところ、
次のような結果になりました。 (単位: kg)

28, 29, 14, 22, 18, 27, 40, 33, 31

四分位数を求め、箱ひげ図をかきなさい。



データを小さい順に並べると, 14, 18, 22, 27, 28, 29, 31, 33, 40

第1四分位数は **20 kg** ▶ $\frac{18+22}{2}$

最小値は 14 kg

第2四分位数は **28 kg**

最大値は 40 kg

第3四分位数は **32 kg** ▶ $\frac{31+33}{2}$

- 3** 右の図で, ①は反比例のグラフの $x < 0$ の部分で, 点 $A(-4, -5)$ を通ります。また, ②は関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフです。2点 B, C は②上の点であり, その x 座標はそれぞれ $-2, 3$ です。また, 点 D は四角形 $ABCD$ が平行四辺形となるようにとった点です。

(10点×2=20点, (2)は完答)

- (1) ①のグラフについて, x と y の関係を式に表しなさい。

$$y = \frac{b}{x} \text{ に } x = -4, y = -5 \text{ を代入すると, } -5 = \frac{b}{-4} \quad b = 20$$

$$\text{よって, } y = \frac{20}{x}$$

- (2) 3点 B, O, D が一直線上にあるときの, a の値と点 D の座標をそれぞれ求めなさい。

右の図のような直角三角形 APD, BQC を考えると,

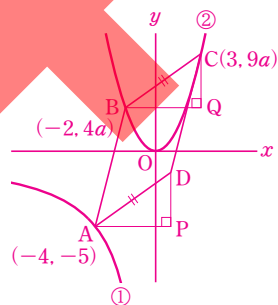
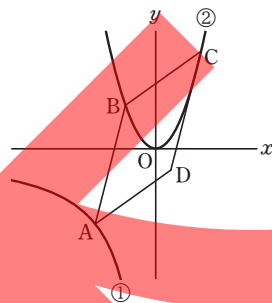
$$AP = BQ = 3 - (-2) = 5, DP = CQ = 9a - 4a = 5a \text{ より, } D(1, 5a - 5)$$

3点 B, O, D が一直線上にあるとき, 直線 OB と直線 OD の傾きは等しい。

$$\text{直線 } OB \text{ の傾きは, } \frac{0 - 4a}{0 - (-2)} = -2a$$

$$\text{直線 } OD \text{ の傾きは, } \frac{5a - 5 - 0}{1 - 0} = 5a - 5 \text{ だから, } -2a = 5a - 5 \text{ より, } a = \frac{5}{7}$$

$$\text{点 } D \text{ の } y \text{ 座標は, } 5 \times \frac{5}{7} - 5 = -\frac{10}{7} \text{ よって, } D\left(1, -\frac{10}{7}\right)$$



- 4** 右の図のように, 1辺の長さが6cmの立方体を, 3点 B, D, E を通る平面で切ります。

(10点×2=20点)

- (1) $\triangle DEB$ の面積を求めなさい。

四角形 $ABCD$ は正方形だから, $AD : DB = 1 : \sqrt{2}$ より, $DB = 6\sqrt{2}$ (cm)

同様に, $DB = DE = BE = 6\sqrt{2}$ cm となり, $\triangle DEB$ は正三角形になる。

DB の中点を M とすると, $\triangle DEM$ は, $\angle EDM = 60^\circ$ の直角三角形だから,

$$2 : \sqrt{3} = 6\sqrt{2} : ME \quad ME = 3\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

$$\text{よって, } \triangle DEB \text{ の面積は, } \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} = 18\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

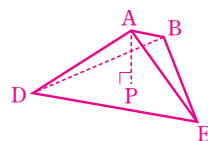
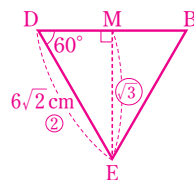
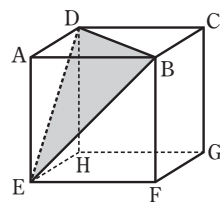
- (2) 頂点 A から $\triangle DEB$ にひいた垂線 AP の長さを求めなさい。

三角錐 $ABDE$ は, 底面を $\triangle ABD$ とみたとき, 高さは AE だから,

$$\text{体積は, } \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 6 = 36 \text{ (cm}^3\text{)}$$

底面を $\triangle DEB$ とみたとき, 高さは AP だから,

$$\frac{1}{3} \times 18\sqrt{3} \times AP = 36 \quad AP = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$





1 次の問いに答えなさい。

(6点×6=36点, (3)は完答)

- (1) $(3-7)^2 - (-2^3)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= (-4)^2 - (-8) \\ &= 16 + 8 \\ &= 24 \end{aligned}$$

- (2) 方程式 $0.2(4x-1)=0.5x+4$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} 0.2(4x-1) &= 0.5x+4 \\ 2(4x-1) &= 5x+4 && \text{両辺に10をかける} \\ 8x-2 &= 5x+4 \\ 3x &= 42 \\ x &= 14 \end{aligned}$$

- (3) 連立方程式 $\begin{cases} ax-6by=15 \\ 2bx-ay=-13 \end{cases}$ の解が, $(x, y)=(3, 1)$ のとき, a, b の値を求めなさい。

$x=3, y=1$ を代入して整理すると,

$$\begin{cases} 3a-6b=15 \\ -a+6b=-13 \end{cases}$$

これを解くと, $a=1, b=-2$

- (4) $x=-0.4, y=1.4$ のとき, $x^2y+2xy^2+y^3$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} x^2y+2xy^2+y^3 &= y(x^2+2xy+y^2) = y(x+y)^2 \\ x=-0.4, y=1.4 \text{ を代入すると,} \\ 1.4 \times (-0.4+1.4)^2 \\ &= 1.4 \times 1^2 = 1.4 \end{aligned}$$

- (5) $3\sqrt{3}(\sqrt{2}-2)-(2\sqrt{3}+3)^2$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= 3\sqrt{6}-6\sqrt{3}-(12+12\sqrt{3}+9) \\ &= 3\sqrt{6}-6\sqrt{3}-12-12\sqrt{3}-9 \\ &= 3\sqrt{6}-18\sqrt{3}-21 \end{aligned}$$

- (6) 比例式 $x:(x+3)=(x+3):16$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} (x+3)^2 &= 16x \\ x^2-10x+9 &= 0 \\ (x-1)(x-9) &= 0 \\ x &= 1, 9 \end{aligned}$$

2 次の問いに答えなさい。

(6点×6=36点, (3)は完答)

- (1) 右の図のように, 1辺の長さが2cmの正六角形の中に, おうぎ形がぴったりはいっています。このおうぎ形の面積を求めなさい。ただし, 円周率は π とします。

頂点Cから線分BDに垂線CHをひく。

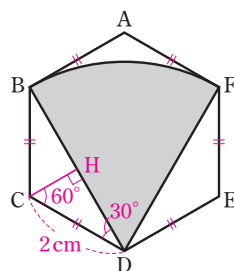
$\triangle CBD$ で, $CB=CD$, 正六角形の1つの内角は 120° なので,

$$\angle CDB=30^\circ$$

$$\text{よって, } DH = \frac{\sqrt{3}}{2}CD = \sqrt{3} \text{ (cm)} \quad BD = 2DH = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{また, } \angle BDF = \angle CDE - \angle BDC - \angle FDE = 120^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\text{したがって, おうぎ形の面積は, } \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times \frac{60}{360} = 2\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



- (2) 右のデータは, ある中学校の生徒6人が1か月間に読んだ本の冊数を少ない順に並べたものです。6人の生徒が1か月間に読んだ本の冊数の平均値と中央値が等しいとき, a の値を求めなさい。

(単位: 冊)

2, 3, 6, a , 11, 14

$$\text{平均値は, } \frac{2+3+6+a+11+14}{6} = \frac{a+36}{6} \text{ (冊)}$$

$$\text{中央値は3番目と4番目の値の平均だから, 中央値は, } \frac{6+a}{2} \text{ (冊)}$$

$$\text{平均値と中央値が等しいから, } \frac{a+36}{6} = \frac{6+a}{2} \quad \text{これを解くと, } a=9$$

- (3) $\sqrt{6}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 a 、 b の値をそれぞれ求めなさい。

$$2^2 < 6 < 3^2 \text{ だから, } 2 < \sqrt{6} < 3$$

よって、 $\sqrt{6}$ の整数部分は 2 $a=2$

小数部分は、もとの数から整数部分を

ひけばよいので、

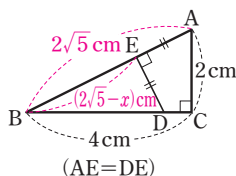
$$b = \sqrt{6} - 2$$

- (5) 右の図の $\angle C = 90^\circ$

の直角三角形 ABC

で、DE の長さを求

めなさい。



$\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$, $\angle B$ は共通より、

$$\triangle ABC \sim \triangle DBE$$

$\triangle ABC$ で、 $AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ より、 $AB = 2\sqrt{5}$ (cm)

$DE = AE = x$ cm とすると、

$$AC : DE = BC : BE \quad 2 : x = 4 : (2\sqrt{5} - x)$$

$$\text{これを解くと, } x = \frac{2\sqrt{5}}{3} \quad DE = \frac{2\sqrt{5}}{3} \text{ cm}$$

- (4) 2つの関数 $y = ax^2$ と $y = 2x + 2$ は、 x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が等しくなります。このとき、 a の値を求めなさい。

関数 $y = 2x + 2$ について、 $x = -1$ のとき $y = 0$ 、

$x = 3$ のとき、 $y = 8$ よって、 y の変域は、 $0 \leq y \leq 8$

関数 $y = ax^2$ について、 y の変域に正の数をふくむから、 $a > 0$

x の変域に 0 をふくむから、 y の最小の値は 0

y は $x = 3$ のとき最大だから、

$$y = a \times 3^2 = 9a \quad 9a = 8 \quad a = \frac{8}{9}$$

- (6) 右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

OA = OC より

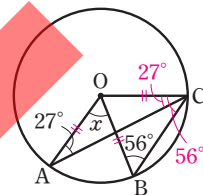
$$\angle OCA = 27^\circ$$

OB = OC より

$$\angle OCB = 56^\circ$$

$$\angle ACB = 56^\circ - 27^\circ = 29^\circ$$

$$\angle x = 2\angle ACB = 2 \times 29^\circ = 58^\circ$$



- 3 箱の中にあたりくじとはずれくじがあわせて 1000 本はっています。この箱の中から、50 本のくじを無作為に抽出したところ、はずれくじが 46 本ありました。はじめにこの箱の中にはいつていたあたりくじの本数は、およそ何本と推定されますか。

(8 点)

はじめにはいつていたあたりくじの本数を x 本とすると、

$$1000 : x = 50 : (50 - 46)$$

$$50x = 4000$$

$$x = 80$$

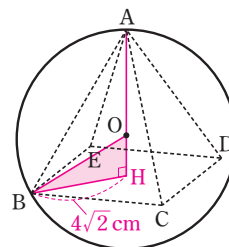
よって、およそ 80 本

- 4 右の図で、正四角錐 A-BCDE の各頂点は球 O の表面上にあります。球 O の半径が 6 cm で、BC = 8 cm であるとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とします。

(10 点 $\times$ 2 = 20 点)

- (1) 球 O の表面積を求めなさい。

$$4\pi \times 6^2 = 144\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



- (2) 正四角錐 A-BCDE の体積を求めなさい。

AO の延長と平面 BCDE の交点を H とすると、H は底面の正方形 BCDE の対角線の交点である。

$\triangle OBH$ で、OB は球の半径、BH は底面の対角線の半分だから、OB = 6 cm、BH = $4\sqrt{2}$ cm

$\triangle OBH$ において、三平方の定理より、 $OB^2 - BH^2 = OH^2$ $OH^2 = 6^2 - (4\sqrt{2})^2 = 4$

$OH > 0$ だから、 $OH = 2$ cm

よって、正四角錐 A-BCDE の体積は、 $\frac{1}{3} \times 8^2 \times (6 + 2) = \frac{512}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$

チャレンジ問題

1 【数と式】

$\sqrt{n}$ を電卓を使って小数で表し、小数第1位を四捨五入すると9になりました。このような自然数 n の個数を求めなさい。

小数第1位を四捨五入すると9になるような $\sqrt{n}$ の値の範囲は、 $8.5 \leq \sqrt{n} < 9.5$

$8.5^2 = 72.25$, $9.5^2 = 90.25$ より、 $8.5 \leq \sqrt{n} < 9.5$ を満たす n の値の範囲は、

$72.25 \leq n < 90.25$ n は自然数であるから、 $73 \leq n \leq 90$

よって、 $90 - 73 + 1 = 18$ (個)

2 【関数】

右の図のように、一次関数 $y = -5x + 18$ のグラフが関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフと点 A で交わっています。ただし、点 A の x 座標は正とします。

(1) 点 A の座標を求めなさい。

点 A の座標を $(t, \frac{1}{3}t^2)$ とすると、点 A は、 $y = -5x + 18$ の

グラフ上にあるから、 $\frac{1}{3}t^2 = -5t + 18$

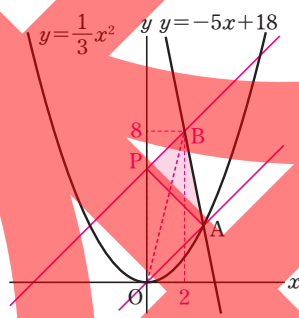
これを解くと、 $t = 3, -18$ $t > 0$ より、 $t = 3$ だから、 y 座標は、 $\frac{1}{3} \times 3^2 = 3$ よって、**A(3, 3)**

(2) 一次関数 $y = -5x + 18$ のグラフ上の点 B(2, 8) を通り直線 AO に平行な直線と、 y 軸との交点を P とします。このときできる、 $\triangle ABP$ の面積と $\triangle AOP$ の面積の比を、もっとも簡単な整数の比で表しなさい。

AO//BP より、 $\triangle ABP = \triangle BOP$

$\triangle BOP$ と $\triangle AOP$ は、底辺 PO が共通な三角形だから、面積の比は高さの比に等しい。

底辺を PO とみたとき、 $\triangle BOP$ の高さは 2、 $\triangle AOP$ の高さは 3 だから、面積の比は、**2:3**



3 【図形】

右の図は、 $OA = OB = OC = OD = \sqrt{13}$ cm、底面の1辺が4cmの正四角錐 OABCD です。点 H は四角形 ABCD の対角線の交点です。

(1) $\triangle OBC$ の面積を求めなさい。

点 O から辺 BC に垂線 OI をひくと、 $OI^2 = (\sqrt{13})^2 - 2^2 = 9$

$OI = 3$ (cm) よって、 $\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ (cm²)

(2) $\triangle OBC$ を底面としたときの三角錐 ABCO の高さを求めなさい。

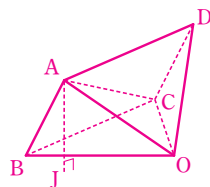
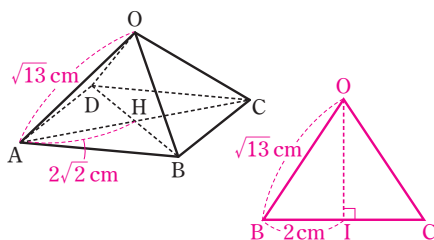
正四角錐 OABCD = 三角錐 ABCO + 三角錐 AOCD、三角錐 ABCO = 三角錐 AOCD より、

正四角錐 OABCD の体積を V cm³、三角錐 ABCO の体積を V' cm³ とすると、 $V' = \frac{1}{2}V$

$OH^2 = (\sqrt{13})^2 - (2\sqrt{2})^2 = 5$ $OH = \sqrt{5}$ (cm) よって、 $V = \frac{1}{3} \times 4^2 \times \sqrt{5} = \frac{16\sqrt{5}}{3}$ (cm³),

$V' = \frac{8\sqrt{5}}{3}$ (cm³) 点 A から平面 OBC に垂線 AJ をひくと、三角錐 ABCO の高さは AJ だから、

$\frac{8\sqrt{5}}{3} = \frac{1}{3} \times 6 \times AJ$ $AJ = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ (cm)



見本



3年

組

番

氏名



著作権法上の例外を除き、複製・公衆送信等を行うことを禁ずる。